



Matemática 2006

Tutorial Nivel Medio

Probabilidad



Probabilidad

Marco Teórico

1. Probabilidad $P(\#)$

1.1 Definición:

La probabilidad de ocurrencia de un determinado suceso podría definirse como la proporción de veces que ocurriría dicho suceso si se repitiese un experimento o una observación en un número grande de ocasiones bajo condiciones similares. Entonces, la probabilidad se mide por un número entre cero y uno. Si un suceso no ocurre nunca, su probabilidad asociada es cero, mientras que si ocurriese siempre su probabilidad sería igual a uno. Así, las probabilidades suelen venir expresadas como decimales, fracciones o porcentajes.

Para medir la probabilidad de que ocurra un evento dado, uno de los métodos más utilizados es la **Regla de Laplace** que define la probabilidad de un suceso como el cociente entre casos favorables y casos posibles.

$$P(A) = \text{Casos favorables} / \text{casos posibles}$$

Ejemplos:

a) Probabilidad de que al lanzar un dado salga el número 3: El caso favorable es tan sólo uno (que salga el tres), mientras que los casos posibles son seis (puede salir cualquier número del uno al seis). Por lo tanto:

$$P(A) = 1 / 6 = 0,166 \text{ (o si se prefiere, 16,6\%)}$$

b) Probabilidad de que al lanzar un dado salga un número impar: En este caso, los casos favorables son tres (que salga el uno, el tres o el cinco), mientras que los casos posibles siguen siendo seis. Por lo tanto:

$$P(A) = 3 / 6 = 0,50 \text{ (o, si se prefiere, 50\%)}$$

Algunas propiedades básicas del cálculo de probabilidades:

I.2 Para un suceso A, la probabilidad de que suceda su complementario (o equivalentemente, de que no suceda A) es igual a uno, menos la probabilidad de A:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Donde $\bar{A}$ denota al suceso contrario o suceso complementario de A.

Ejemplo: Si la probabilidad de que ocurra un evento es $\frac{3}{4}$, ¿cuál es la probabilidad de que dicho evento no ocurra?

Si la probabilidad de que ocurra un evento es $\frac{3}{4}$, la probabilidad de que suceda su complementario (que no suceda el evento) es igual a uno, menos la probabilidad del evento:

$$\text{Probabilidad que NO suceda el evento} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

Por lo tanto, la probabilidad de que dicho evento no ocurra es de $\frac{1}{4}$

I.3 Si un fenómeno determinado tiene dos posibles resultados, A y B, mutuamente excluyentes (es decir, que NO pueden darse de forma simultánea, como ocurre en el lanzamiento de una moneda al aire), la probabilidad de que una de esas dos posibilidades ocurra, se calcula como la suma de las dos probabilidades individuales:

$$P(A \text{ ó } B) = P(A) + P(B)$$

I.4 Si un fenómeno determinado tiene dos posibles resultados A y B mutuamente incluyentes (es decir, que pueden darse de forma simultánea, como ocurre en el lanzamiento de dos monedas al aire), la probabilidad de que esas dos posibilidades ocurran se calcula como la multiplicación de las dos probabilidades individuales:

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B)$$

Ejercicios:

1. Si la probabilidad que llueva en Punta Arenas es de 0,6 ¿cuál es la probabilidad de que No llueva en Punta Arenas?

A) 2
B) 1
C) 0,6
D) 0,4
E) 0,3
2. Si la probabilidad de NO ganarse un premio en una rifa escolar es B , ¿cuál es la probabilidad de ganarse un premio en la rifa escolar?

A) B
B) 1-B
C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{3}{4}$
E) No puede calcularse
3. Al lanzar una moneda 3 veces, se obtuvieron 3 caras. ¿Cuál es la probabilidad de que el cuarto lanzamiento sea sello?

A) $\frac{1}{16}$
B) $\frac{1}{8}$
C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{2}$
E) 1

4. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos monedas salga 1 cara y 1 sello?

A) $\frac{1}{8}$

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{1}{2}$

D) 1

E) 2

Para resolver los ejercicios 5, 6, 7 y 8, utilice el siguiente enunciado:

“Una bolsa llena de globos tiene 15 globos de color rojo, 5 globos de color amarillo, 5 de color verde, 3 de color plateado y 2 de color dorado”.

5. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un globo de color rojo?

A) $\frac{1}{30}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{15}{15}$

D) $\frac{1}{15}$

E) 15

6. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un globo que **no sea** de color dorado ni plateado?

A) $\frac{5}{6}$

B) $\frac{1}{6}$

C) $\frac{5}{36}$

D) $\frac{31}{36}$

E) $\frac{4}{30}$

7. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un globo de color plateado o amarillo?

- A) $\frac{3}{30}$
- B) $\frac{5}{30}$
- C) $\frac{4}{15}$
- D) $\frac{8}{22}$
- E) $\frac{4}{15}$

8. Al sacar tres globos ¿cuál es la probabilidad de que los tres sean rojos?

- A) 15
- B) $\frac{13}{116}$
- C) $\frac{1}{2}$
- D) $\frac{1}{8}$
- E) $\frac{3}{30 \cdot 29 \cdot 28}$

9. Al lanzar dos dados, ¿cuál es la probabilidad de que sus caras superiores sumen 7?

- A) $\frac{1}{6}$
- B) $\frac{5}{6}$
- C) $\frac{5}{36}$
- D) $\frac{7}{36}$
- E) $\frac{11}{36}$

10. Al lanzar dos dados ¿cuál es la probabilidad de que sus caras superiores **no** sumen 11?

- A) $\frac{1}{36}$
- B) $\frac{1}{18}$
- C) $\frac{17}{18}$
- D) $\frac{35}{36}$
- E) 96%

11. Al lanzar tres monedas ¿cuál es la probabilidad de que salga al menos una cara?

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{3}{2}$
- C) $\frac{1}{8}$
- D) $\frac{3}{8}$
- E) $\frac{7}{8}$

12. Si contesto al azar tres preguntas de la PSU, ¿cuál es la probabilidad de que las tres estén correctas?

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{1}{5}$
- C) $\frac{1}{8}$
- D) $\frac{1}{25}$
- E) $\frac{1}{125}$

13. ¿Cuál es la probabilidad de sacar 1 as de un mazo inglés (52 cartas)?

- A) $\frac{1}{4}$
- B) $\frac{1}{13}$
- C) $\frac{1}{26}$
- D) $\frac{1}{52}$
- E) $\frac{1}{104}$

14. ¿Cuál es la probabilidad de sacar 1 reina roja de un mazo inglés (52 cartas)?

- A) $\frac{1}{4}$
- B) $\frac{1}{12}$
- C) $\frac{1}{13}$
- D) $\frac{1}{26}$
- E) $\frac{1}{52}$

15. ¿Cuál es la probabilidad de sacar tres ases (uno después de otro) sin reposición de un mazo inglés (52 cartas)?

- A) 4
- B) $\frac{4}{52}$
- C) $\frac{1}{52}$
- D) $\frac{1}{13 \cdot 17 \cdot 25}$
- E) $\frac{4}{13 \cdot 17 \cdot 25}$

Respuestas

Preg.	Respuesta
1	D
2	B
3	D
4	C
5	B
6	A
7	C
8	B
9	A
10	C
11	E
12	E
13	B
14	D
15	D

Solucionario:

1. Alternativa correcta D.

Si la probabilidad de que llueva en Punta Arenas es 0,6 ,la probabilidad de que suceda su complementario(que NO llueva en Punta arenas) es igual a uno menos la probabilidad de que llueva.

Probabilidad de que NO llueva en Punta Arenas = $1 - 0,6 = 0,4$

Por lo tanto, la probabilidad de que No llueva en Punta arenas es de 0,4

2. Alternativa correcta B.

Si la probabilidad de NO ganarse un premio en una rifa escolar es B, la probabilidad de que suceda su complementario(que gane un premio en la rifa escolar) ,es igual a uno menos la probabilidad de que NO gane un premio.

Probabilidad que gane un premio = $1 - B$

3. Alternativa correcta D.

En este caso, la pregunta es sólo por un caso (el cuarto lanzamiento); por lo tanto, lo consideramos como un caso independiente, en donde existen dos casos posibles (cara y sello) y un caso favorable. Entonces la probabilidad de que el cuarto lanzamiento sea sello es de $\frac{1}{2}$

4. Alternativa correcta C.

Al lanzar dos monedas, podemos obtener 1 cara y 1 sello, si el primer lanzamiento es cara y el segundo sello $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ o si el primer lanzamiento es sello y el segundo es cara $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$, utilizando principio aditivo:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \quad (\text{Multiplicando fracciones})$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \quad (\text{Sumando fracciones})$$

$$\frac{2}{4} = \quad (\text{Simplificando})$$

$$\frac{1}{2}$$

5. Alternativa correcta B.

Existen, en total, 30 globos (15 rojos, 5 amarillos, 5 verdes, 3 plateados y 2 dorados). Luego aplicando la propiedad $P(A) = \text{Casos favorables} / \text{casos posibles}$

Tenemos que la probabilidad de sacar un globo de color rojo es de:

$$\frac{15}{30} \quad (\text{Simplificando por 15})$$

$$\frac{1}{2}$$

6. Alternativa correcta A.

Existen en total 30 globos (15 rojos, 5 amarillos, 5 verdes ,3 plateados y 2 dorados) y aplicando la propiedad $P(A) = \text{Casos favorables} / \text{casos posibles}$

Dado que los globos rojos más los amarillos más los verdes son $15 + 5 + 5 = 25$, tenemos que la probabilidad de sacar un globo que **no sea** de color dorado ni plateado es:

$$\frac{25}{30} = \quad (\text{Simplificando por 5})$$

$$\frac{5}{6}$$

7. Alternativa correcta C.

Existen en total 30 globos y dado que los globos plateados más los amarillos suman 5, y aplicando la propiedad $P(A) = \text{Casos favorables} / \text{casos posibles}$

tenemos que la probabilidad de sacar un globo de color plateado o amarillo es

$$\frac{8}{30} \quad (\text{Simplificando por 2})$$

$$\frac{4}{15}$$

8. Alternativa correcta B.

Tenemos que la probabilidad de sacar un globo de color rojo es de:

$$\frac{15}{30} \quad (\text{Simplificando por 15})$$

$$\frac{1}{2}$$

Al sacar un segundo globo de la bolsa, la probabilidad de que sea rojo será de:

$$\frac{14}{29} = \quad \text{Pues existe un globo rojo menos y, por lo tanto, uno menos en el total,}$$

Finalmente, al sacar un tercer globo de la bolsa, la probabilidad es:

$$\frac{13}{28}$$

Luego, utilizando principio multiplicativo con las tres probabilidades, resulta

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} = \quad (\text{Simplificando por 14})$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{29} \cdot \frac{13}{2} = \quad (\text{Multiplicando})$$

$$\frac{13}{116}$$

9. Alternativa correcta A.

Aplicando principio multiplicativo, ya que un dado posee 6 caras, al lanzar dos dados tenemos 6 por 6, 36 casos posibles. Además las únicas posibilidades que tenemos para que las dos caras superiores de los dados sumen 7 es que éstas sean:

1 y 6; 6 y 1; 2 y 5; 5 y 2; 3 y 4; 4 y 3 o sea 6 casos favorables.

Luego, aplicando la propiedad $P(A) = \text{Casos favorables} / \text{casos posibles}$

$$\frac{6}{36} = \quad (\text{Simplificando por 6})$$

$$\frac{1}{6}$$

10. Alternativa correcta C.

Primero calcularemos cuál es la probabilidad de que sí sumen 11.

Aplicando principio multiplicativo, ya que un dado posee 6 caras, al lanzar dos dados tenemos 6 por 6, 36 casos posibles. Además las únicas posibilidades que tenemos para que las dos caras superiores de los dados sumen 11, es que sean:

5 y 6 ó 6 y 5 es decir, 2 casos favorables

Luego, aplicando la propiedad $P(A) = \text{Casos favorables} / \text{casos posibles}$

$$\frac{2}{36} = \quad (\text{Simplificando por 2})$$

$$\frac{1}{18} \quad \text{Ésta es la probabilidad de que los dados sumen 11.}$$

Luego, aplicando la propiedad que dice que dado un evento A la probabilidad de que suceda su complementario (o, equivalentemente, de que no suceda A) es igual a uno, menos la probabilidad de A.

Luego, si la probabilidad que dos dados sumen 11 es de $\frac{1}{18}$, la probabilidad de que no sumen 11 es de:

$$1 - \frac{1}{18} = \quad (\text{Restando fracciones})$$

$$\frac{18-1}{18} = \quad (\text{Finalmente, restando el numerador})$$

$$\frac{17}{18}$$

11. Alternativa correcta E.

La expresión “que salga al menos una cara” quiere decir que estamos buscando la probabilidad de que salga sólo un cara, dos caras o que en los tres lanzamientos salga cara. O, dicho de otra forma, estamos buscando la probabilidad de que salgan todas las tiradas posibles salvo la tirada donde salen tres sellos. Luego es más fácil encontrar la posibilidad de que salgan tres sellos y luego ,aplicando la propiedad que dice que dado un evento A la probabilidad de que suceda su complementario (o, equivalentemente, de que no suceda A) es igual a uno menos la probabilidad de A, tenemos que la probabilidad de que salga sello en el lanzamiento de una moneda es de : $\frac{1}{2}$

Por principio multiplicativo, la probabilidad de que salga sello en las tres monedas es de:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

La probabilidad de que ocurra su complementario es de:

$$1 - \frac{1}{8} =$$

(Restando fracciones)

$$\frac{8-1}{8} =$$

(Restando el numerador)

$$\frac{7}{8}$$

12. Alternativa correcta E.

Las preguntas PSU poseen cinco alternativas (casos posibles), pero solamente puede contestarse una de esas alternativas (un caso favorable). Entonces, la posibilidad de contestar correctamente una pregunta PSU al azar es $\frac{1}{5}$. Por principio multiplicativo, la posibilidad de contestar tres preguntas PSU al azar es:

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} =$$

(Multiplicando fracciones)

$$\frac{1}{125}$$

13. Alternativa correcta B.

Ya que un mazo inglés posee cuatro cartas de cada tipo, en el mazo hay cuatro ases (casos favorables). Entonces la probabilidad de sacar 1 as es:

$$\frac{4}{52} = \quad (\text{Simplificando})$$

$$\frac{1}{13}$$

14) Alternativa correcta D

Ya que un mazo inglés posee cuatro cartas de cada tipo, en el mazo hay cuatro reinas y dos de ellas son rojas (dos casos favorables), entonces la probabilidad de sacar 1 reina roja es:

$$\frac{2}{52} = \quad (\text{Simplificando})$$

$$\frac{1}{26}$$

15) Alternativa correcta D

Tenemos que la probabilidad de sacar un as (un mazo inglés posee 4 ases) es de:

$$\frac{4}{52} = \quad (\text{Simplificando})$$

$$\frac{1}{13}$$

La probabilidad de sacar un segundo as del mazo es de:

$$\frac{3}{51} = \quad \text{Pues existe un as menos, y por lo tanto una carta menos en el mazo,} \\ (\text{Simplificando por 3})$$

$$\frac{1}{17}$$

Finalmente al sacar un tercer as del mazo la probabilidad es de:

$$\frac{2}{50} = \quad (\text{Simplificando por 2})$$

$$\frac{1}{25}$$

Finalmente aplicado principio multiplicativo:

$$\frac{1}{13} \cdot \frac{1}{17} \cdot \frac{1}{25} = \frac{1}{13 \cdot 17 \cdot 25}$$