



Matemática 2006



Tutorial Nivel Básico

Elementos básicos de Aritmética



Algunos elementos básicos de Aritmética

Marco teórico:

1. Divisibilidad

Se dice que un número es divisible entre otro cuando éste lo contiene exactamente un número entero de veces. O sea, si dividimos **un número** entre **otro número**, el cociente debe ser un número entero y su residuo debe ser cero.

Ejemplo: 100 es divisible por 4, porque su cociente es 25 y el residuo es cero

- **Criterios de divisibilidad**

Son ciertas señales matemáticas que nos permiten descubrir por simple observación, si un número es divisible por otro.

- **Divisibilidad por 2**

Un número es divisible por 2 cuando termina en cero o una cifra par.

- **Divisibilidad por 3**

Un número es divisible por 3 cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es un múltiplo de 3.

- **Divisibilidad por 4**

Un número es divisible por cuatro cuando sus dos últimas cifras de la derecha forman un múltiplo de 4 o son ceros.

- **Divisibilidad por 5**

Un número es divisible por 5 cuando termina en cero o 5.

- **Divisibilidad por 6**

Un número es divisible por 6 cuando es divisible por 2 y 3 al mismo tiempo.

- **Divisibilidad por 8**

Un número es divisible por 8 cuando sus tres últimas cifras de la derecha forman un múltiplo de 8 o son ceros.

- **Divisibilidad por 9**

Un número es divisible por 9 cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es múltiplo de 9.

- **Divisibilidad por 10**

Un número es divisible por 10 si su última cifra de la derecha es cero.

2. Definición de naturales, cardinales y enteros

- **Números Naturales:** ($\mathbb{N}$) Son los números de la forma $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- **Números Cardinales:** ($\mathbb{N}_0$) Son los números de la forma $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- **Números Enteros:** ($\mathbb{Z}$) Son los números de la forma $\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

3. Prioridad de operatoria matemática

- 1) Paréntesis
- 2) Potencias y Raíces
- 3) Multiplicación y división
- 4) Adición y sustracción

4. Sucesor y antecesor en los números enteros

Un sucesor se obtiene sumando 1 a un número o expresión. Ejemplo: el sucesor de n es $(n+1)$ (con n perteneciente a $\mathbb{Z}$).

Un antecesor se obtiene restando 1 a un número o expresión. Ejemplo: el antecesor de n es $(n - 1)$ (con n perteneciente a $\mathbb{Z}$).

5. Enunciados frecuentes

Como una parte importante de la resolución de un ejercicio matemático consiste en entender completamente el enunciado de una pregunta, revisaremos algunas frases muy utilizadas.

Siendo x e y números reales:

- El doble de x : $2x$
- El triple de x : $3x$
- El cuádruple de x : $4x$
- El quintuple de x : $5x$
- La semisuma de x e y : $\frac{(x+y)}{2}$
- la mitad de x o un medio de x : $\frac{1}{2}x$
- la tercera parte de x o un tercio de x : $\frac{1}{3}x$
- la cuarta parte de x o un cuarto de x : $\frac{1}{4}x$
- la quinta parte de x o un quinto de x : $\frac{1}{5}x$

Ejercicios

1. Verdadero o falso:

- A) $\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0$
- B) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
- C) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$
- D) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}_0$

2. Complete el término faltante en las siguientes secuencias

- A) 1,2,3,4, _ ,6,...
- B) 2,4, _ ,8,10,...
- C) 1,-2,3,-4, _ ,-6,7,...
- D) 1,1,2,3,5,8, _ ,21,...

3. Siendo " n " un entero, señale cuáles son los dos sucesores consecutivos a n

4. Siendo " n " un entero, señale cuáles son los dos antecesores consecutivos a n

5. Siendo " $2n$ " un entero par, señale cuáles son los dos sucesores pares consecutivos de $2n$

6. Al sumar el quinto y el sexto término de la secuencia:

$x - 6, 2x + 5, 3x - 4, 4x + 3, 5x - 2, \dots$, resulta

- A) $11x - 1$
- B) $11x + 1$
- C) $-x - 1$
- D) $6x + 1$
- E) $6x - 1$

7. Si al entero (-2) le restamos el entero (-5) , resulta

- A) -7
- B) 7
- C) 3
- D) -3
- E) 1

8. El triple de $(2(4 + 3) - 2(1 - 2)) =$

- A) 3
- B) 7
- C) 16
- D) 48
- E) 64

9. La expresión $4(1 + 8)$ es divisible por:

- I. 2 II. 3 III. 6

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) I, II y III

10. $-(4 - 2(3 - 5)) =$

- A) -15
- B) -10
- C) -8
- D) 8
- E) 15

11. La quinta parte del doble de la décima parte de cinco veces 50, resulta

- A) 2
- B) 10
- C) 15
- D) 20
- E) 50

12. La quinta parte de veinticinco veces veinticinco, resulta

- A) 5
- B) 25
- C) 50
- D) 125
- E) 225

13. Si un número es divisible por 10 y 2, siempre es verdadero asegurar que además es divisible por:

- I. 3 II. 5 III. 6

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) I, II y III

14. La edad de Francisco equivale al doble de la quinta parte de la semisuma de $(4 + 6)$. ¿Qué edad tiene Francisco?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 5
- E) 10

15. Si 14 veces 2 es igual a X , y 15 veces 3 es igual a W , entonces $X + W$ resulta

- A) 14
- B) 15
- C) 28
- D) 45
- E) 73

Respuestas

Preg.	Alternativa
1	a)V b)V c)F d)F
2	a)5 b)6 c)5 d)13
3	$(n + 1)$ y $(n + 2)$
4	$(n - 1)$ y $(n - 2)$
5	$(2n + 2)$ y $(2n + 4)$
6	A
7	C
8	D
9	E
10	C
11	B
12	D
13	B
14	B
15	E

Solucionario

1.
 - a) Verdadera. Los cardinales ($\mathbf{IN}_0$) están formados por los números enteros positivos más el cero, por lo tanto, todos los elementos de los naturales ($\mathbf{IN}$) están contenidos en este conjunto.
 - b) Verdadera. Los enteros ($\mathbf{Z}$) están formados por los números enteros positivos, los enteros negativos y el cero, por lo tanto, todos los elementos de los naturales ($\mathbf{IN}$) están contenidos en este conjunto.
 - c) Falsa. Los naturales ($\mathbf{IN}$) están formados por los números enteros positivos, mientras que los enteros ($\mathbf{Z}$) además contienen el cero y los enteros negativos. Por lo tanto, los naturales NO contienen dentro de sí a todos los elementos de $\mathbf{Z}$.
 - d) Falsa. Los cardinales ($\mathbf{IN}_0$) están formados por los números enteros positivos más el cero, mientras que los enteros ($\mathbf{Z}$) además contienen al cero y los enteros negativos. Por lo tanto, los cardinales NO contienen dentro de sí a todos los elementos de $\mathbf{Z}$.
2.
 - a) Esta serie corresponde a los números enteros positivos, por lo tanto, el elemento faltante es el número 5.
 - b) Esta serie corresponde a los números pares desde el 2, por lo tanto, el elemento faltante es el número 6.
 - c) Esta serie corresponde a los enteros escribiéndolos consecutivamente desde el uno e intercalando números positivos con negativos. Por lo tanto, el elemento faltante es el 5.
 - d) Esta famosa serie fue descubierta por el matemático italiano Leonardo Pisano Fibonacci, conociéndose, de hecho, como “la serie de fibonacci”. Se obtiene sumando los dos términos anteriores de forma que el término faltante resultará de la suma 5 y 8, luego $5 + 8 = 13$, por lo tanto, el término faltante es el 13.
3. Un sucesor se obtiene sumando 1 a un número o expresión, por lo tanto, el sucesor de n corresponde a $(n + 1)$ y el sucesor de $(n + 1)$ corresponde a $(n + 1) + 1 = n + 2$. Por lo tanto, los sucesores consecutivos de n son $(n + 1)$ y $(n + 2)$.
4. Un antecesor se obtiene restando 1 a un número o expresión, por lo tanto, el antecesor de n corresponde a $(n - 1)$ y el antecesor de $(n - 1)$ corresponde a $(n - 1) - 1 = n - 2$. Por lo tanto, los antecesores consecutivos de n son $(n - 1)$ y $(n - 2)$.

5. Un sucesor se obtiene sumando 1 a un número o expresión y dado que en la recta numérica los números pares e impares están intercalados, para obtener el sucesor par de $2n$ debemos sumarle 2. Por lo tanto, el sucesor par de $2n$ corresponde a $(2n + 2)$ y el sucesor par de $(2n + 2)$ corresponde a $(2n + 2) + 2 = 2n + 4$. Por ende, los sucesores pares consecutivos de $2n$ son $(2n + 2)$ y $(2n + 4)$.

6. Alternativa correcta letra A)

La secuencia se obtiene sumando una x a cada término y restándole uno al valor absoluto de la expresión. Hay que observar que además estos valores presentan signos positivos y negativos intercalados, luego el sexto término sería $6x + 1$. Por lo tanto, la suma entre el quinto y sexto término corresponde a $(5x - 2) + (6x + 1) = 11x - 1$.

7. Alternativa correcta letra C)

Si al entero (-2) le restamos el entero (-5) , se obtiene:

$$(-2) - (-5)$$

Recuerda que signo negativo por signo negativo es igual a signo positivo obtenemos:

$$(-2) + 5$$

Recuerda que para sumar dos cantidades en $\mathbb{Z}$ debemos encontrar su diferencia y luego conservar el signo de la expresión mayor en valor absoluto, obtenemos:

$$(-2) + 5 = 3$$

8. Alternativa correcta letra D)

$$(2(4+3) - 2(1 - 2))$$

Por prioridad de operatoria, lo primero que resolvemos son los paréntesis:

$$(2(7) - 2(-1))$$

Luego recuerda que cuando no existen símbolos de operatoria (suma, resta,...) entre dos expresiones, asumimos que éstas se están multiplicando, resultando:

$$(14 + 2)$$

Luego sumando, obtenemos:

$$16$$

Ahora debemos recordar que nos pedían el triple de esta cantidad, luego debemos multiplicarla por 3:

$$16 \cdot 3 = 48$$

9. Alternativa correcta letra E)

$4(1 + 8)$

Por prioridad de operatoria primero desarrollamos el paréntesis:

$4(9)$

Luego multiplicando obtenemos:

36

recordando criterios de divisibilidad, el 36 es un número par, luego es divisible por 2. Además, los dígitos de 36, 3 y 6 suman 9, dado que nueve es múltiplo de tres el 36 también es múltiplo de 3, finalmente, dado que 36 es múltiplo de 2 y 3 podemos asumir que además es múltiplo de 6, por lo tanto I, II y III son correctas

10. Alternativa correcta letra C)

$-(4 - 2(3 - 5)) =$

Por prioridad de operatoria desarrollamos primero el paréntesis, obteniendo:

$-(4 - 2(-2))$

Luego multiplicando:

$-(4 + 4)$

Desarrollando el paréntesis:

$-(8) = -8$

11. Alternativa correcta letra B)

cinco veces 50 equivale a $5 \times 50 = 250$ la décima parte de algo es la expresión dividida en 10, o sea, $\frac{250}{10} = 25$ el doble de algo es esa expresión multiplicada por 2, o sea, $25 \times 2 = 50$ La quinta parte de algo es esa expresión dividida en 5, o sea, $\frac{50}{5} = 10$

*obsérvese que el ejercicio también se puede desarrollar de la forma:

$$\frac{1}{5} \cdot 2 \cdot \frac{1}{10} \cdot 5 \cdot 50 = \frac{2 \cdot 5 \cdot 50}{5 \cdot 10} = \frac{500}{50} = 10$$

12. Alternativa correcta letra D)

La expresión 25 veces 25 equivale a 25×25 , o sea, 625.

$$\text{Luego la quinta parte de } 625 = \frac{625}{5} = 125$$

13. Alternativa correcta letra B)

Si un número es divisible por 10, entonces dicho número termina en 5 o cero. Pero si además este número es divisible por dos significa que es par, o sea, unificando ambos criterios para que un número sea divisible por 10 y 2 debe terminar en cero. Luego, como no conocemos todos los dígitos del número, no podemos saber si es o no divisible por 3 y/o 6, por lo tanto, sólo podemos asegurar que es divisible por 5, pues un número divisible por 5 termina en 5 o cero. En consecuencia la única aseveración siempre correcta es sólo II.

14. Alternativa correcta letra B)

$$\text{La semisuma de } (4 + 6) \text{ equivale a } \frac{(4 + 6)}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\text{, la quinta parte de 5 equivale a } \frac{5}{5} = 1$$

$$\text{, el doble de 1 equivale a } 2 \cdot 1 = 2$$

, luego Francisco tiene 2 años

*obsérvese que el ejercicio también se puede desarrollar de la forma,

$$2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{(4 + 6)}{2} = \frac{2 \cdot 10}{5 \cdot 2} = \frac{20}{10} = 2$$

15. Alternativa correcta letra E)

La expresión 14 veces 2 equivale a $14 \cdot 2 = 28$, luego $X = 28$

La expresión 15 veces 3 equivale a $15 \cdot 3 = 45$, luego $W = 45$

, entonces $X + W = 28 + 45$ Luego sumando:

$$X + W = 73$$

CEPECH

ESPECIALISTAS DE LA PSU

Grupo Educacional Cepech