



Matemática 2006



Tutorial Nivel Avanzado

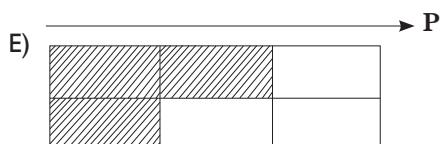
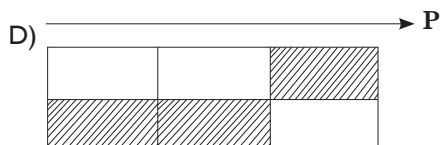
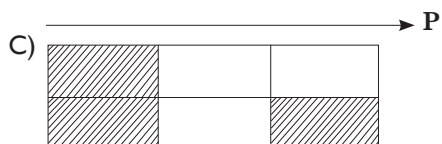
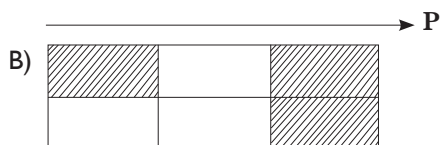
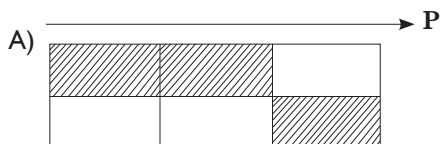
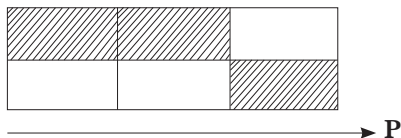
Guía global Geometría



Guía Global Geometría

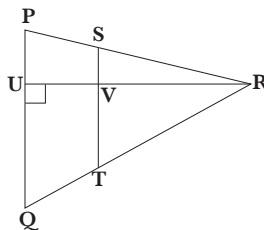
Ejercicios

1. ¿Cuál de las siguientes opciones representa una simetría con respecto a la recta P?



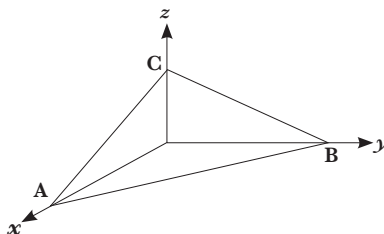
2. Sea el triángulo PQR , tal que, $\overline{ST} \parallel \overline{PQ}$. Si $\overline{ST} = 12$, $\overline{PQ} = 15$ y $\overline{RU} = 14$. Determine el valor de $\overline{VU}$.

- A) 2,8
B) 3,5
C) 12,8
D) 17,5
E) Ninguna de las anteriores



3. El triángulo ABC tiene los siguientes vértices: $A(3,0,0)$, $B(0,3,0)$, $C(0,0,3)$. Su área y perímetro miden, respectivamente:

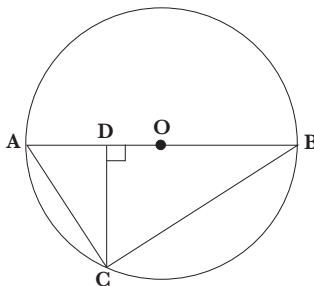
- A) $\frac{9}{2} \sqrt{2}, 3\sqrt{2}$
B) $\frac{9}{2} \sqrt{3}, 3\sqrt{2}$
C) $\frac{9}{2} \sqrt{2}, 9\sqrt{2}$
D) $\frac{9}{2} \sqrt{3}, 9\sqrt{2}$
E) $9\sqrt{3}, 9\sqrt{2}$



4. En la circunferencia de centro O y radio 8 cm, $\overline{AD} = \overline{OD}$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

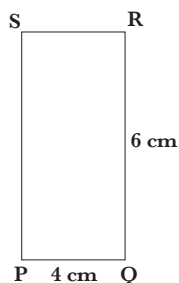
- I) $\overline{AC} = 8$ cm
II) $\overline{DC} = 4\sqrt{3}$ cm
III) $\overline{BC} = 8\sqrt{3}$ cm

- A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo II y III
E) I, II y III



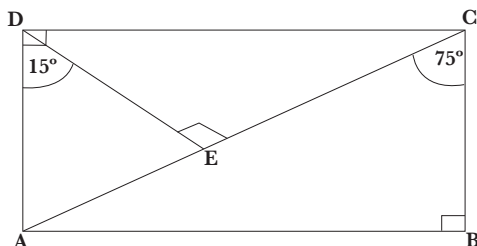
5. ¿Cuál es volumen del cuerpo geométrico que se forma al rotar indefinidamente el rectángulo $PQRS$, en torno al lado $\overline{PQ}$?

- A) $24\pi \text{ cm}^3$
 B) $48\pi \text{ cm}^3$
 C) $96\pi \text{ cm}^3$
 D) $144\pi \text{ cm}^3$
 E) Otro valor



6. Según la figura, ¿cuál(es) de las siguientes aseveraciones es(son) verdadera(s)?

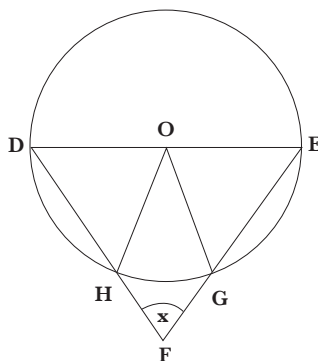
- I) $\triangle ABC \sim \triangle DEA$
 II) $\triangle DEA \sim \triangle CED$
 III) $\triangle DAC \sim \triangle ABC$



- A) Sólo I
 B) Sólo I y II
 C) Sólo I y III
 D) Sólo II y III
 E) I, II y III

7. En la circunferencia de centro O , $\angle GOH = 110^\circ$, ¿cuánto mide el ángulo x , si $\triangle FDE$ isósceles en F ?

- A) $72,5^\circ$
 B) 55°
 C) 35°
 D) $17,5^\circ$
 E) Ninguna de las anteriores



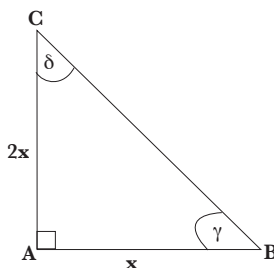
8. Encontrar la ecuación de la recta perpendicular a $\overline{PQ}$, donde $P(2,6)$ y $Q(-9,4)$, que pasa por el punto medio de dicho trazo.

- A) $y = -\frac{22}{4}x - \frac{57}{4}$
 B) $y = -\frac{22}{4}x + \frac{57}{4}$
 C) $y = \frac{22}{4}x + \frac{57}{4}$
 D) $y = \frac{2}{11}x - \frac{62}{11}$
 E) $y = \frac{2}{11}x + \frac{62}{11}$

9. Según la figura, ¿cuál(es) de las siguientes aseveraciones es(son) verdadera(s)?

- I) $\operatorname{tg} \gamma = \frac{1}{2}$
 II) $\operatorname{sen} \gamma + \cos \delta = \frac{3\sqrt{5}}{5}$
 III) $\operatorname{sen} \gamma = \cos \delta$

- A) Sólo I
 B) Sólo II
 C) Sólo III
 D) Sólo I y II
 E) Sólo I y III

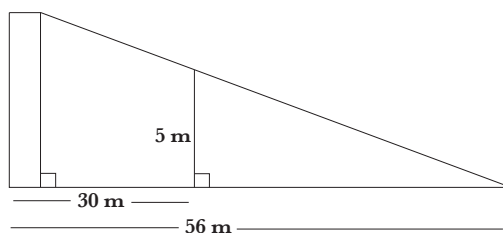


10. ¿Cuál es la probabilidad que de 3 cachorros de una perrita preñada, 2 sean hembras y uno sea macho?

- A) $\frac{1}{8}$
- B) $\frac{2}{8}$
- C) $\frac{3}{8}$
- D) $\frac{1}{3}$
- E) $\frac{2}{3}$

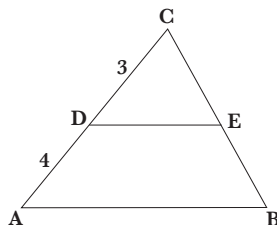
11. Las sombras proyectadas por el sol, de una casa y un edificio, se muestran en la figura. Determine la altura aproximada del edificio, si la casa mide 5m.

- A) 9,3 m
- B) 10,8 m
- C) 11,4 m
- D) 12,3 m
- E) Otro valor



12. En el $\triangle ABC$, $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$. Si el área del $\triangle CDE$ es 9 cm^2 , el área del trapecio $ABED$ es:

- A) 12 cm^2
- B) 21 cm^2
- C) 40 cm^2
- D) 49 cm^2
- E) No se puede determinar



13. La tabla muestra la edad de los niños de un condominio x_i es la marca de clase, f_i es la frecuencia absoluta y F_i es la frecuencia acumulada. ¿Cuál(es) de las siguientes aseveraciones es(son) verdadera(s)?

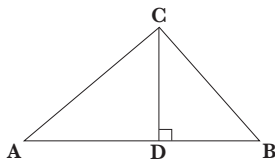
- I) $a = 11$
- II) $b = 2$
- III) El total de niños es 13

Edad	x_i	f_i	F_i
4 – 6			3
6 – 8		4	
8 – 10		b	9
10 – 12	a	1	
12 – 14		3	

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

14. $\triangle ABC$ rectángulo en C , $\overline{CD} = 6$ cm, $\overline{AD} = (x - 6)$ cm, $\overline{DB} = (x + 3)$ cm. Entonces $\overline{BC}$ mide:

- A) $\sqrt{85}$ cm
- B) $\sqrt{117}$ cm
- C) $6\sqrt{5}$ cm
- D) 15 cm
- E) Ninguna de las anteriores



15. En la figura, ¿cuál es el valor de p ?

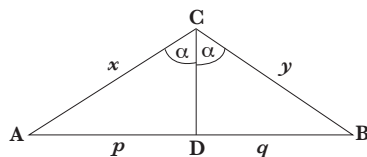
A) xyq

B) xy

C) $\frac{xy}{q}$

D) $\frac{yq}{x}$

E) $\frac{xq}{y}$



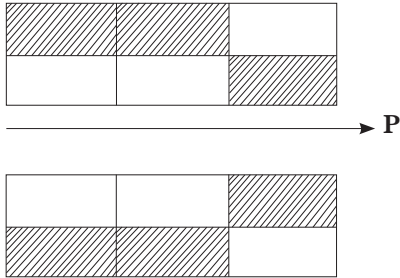
Respuestas

Preg.	Alternativa
1	D
2	A
3	D
4	E
5	D
6	B
7	C
8	A
9	C
10	C
11	B
12	C
13	E
14	C
15	E

Solucionario:

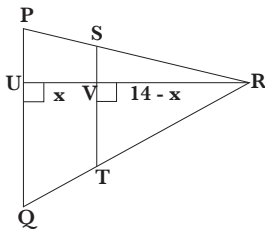
1. La alternativa correcta es la letra D)

Si es una simetría con respecto a una recta, entonces, corresponde a una simetría axial, por lo tanto, quedaría:



Lo que corresponde a la alternativa D.

2. La alternativa correcta es la letra A)



$$\text{Si } \overline{RU} = 14 \text{ y } \overline{UV} = x \Rightarrow \overline{RV} = 14 - x$$

$$\overline{ST} \parallel \overline{PQ} \Rightarrow \triangle RST \sim \triangle RPQ$$

$$\frac{\overline{ST}}{\overline{PQ}} = \frac{12}{15}$$

(Simplificando)

$$\frac{\overline{ST}}{\overline{PQ}} = \frac{4}{5}$$

$\therefore$ La razón entre las alturas homólogas es 4 : 5

Entonces:

$$\frac{\overline{RV}}{\overline{RU}} = \frac{4}{5}$$

(Reemplazando)

$$\frac{14 - x}{14} = \frac{4}{5}$$

(Multiplicando cruzado)

$$5(14 - x) = 4 \cdot 14$$

(Desarrollando)

$$70 - 5x = 56$$

(Despejando $5x$)

$$70 - 56 = 5x$$

(Restando)

$$14 = 5x$$

(Despejando x)

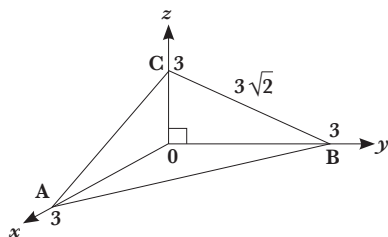
$$\frac{14}{5} = x$$

(Dividiendo)

$$x = 2,8$$

$$\therefore \overline{UV} = 2,8$$

3. La alternativa correcta es la letra D)



$$\overline{OC} = 3, \overline{OB} = 3 \Rightarrow \overline{BC} = 3\sqrt{2}$$

(Por Teorema de Pitágoras)

Además, ΔABC equilátero de lado $3\sqrt{2}$, entonces:

$$\text{Área } \Delta ABC = \frac{(3\sqrt{2})^2}{4} \sqrt{3} \quad (\text{Desarrollando})$$

$$= \frac{9 \cdot 2}{4} \sqrt{3} \quad (\text{Simplificando})$$

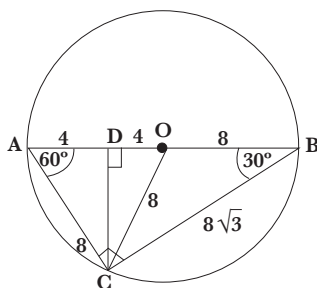
$$= \frac{9}{2} \sqrt{3}$$

$$\text{Perímetro } \Delta ABC = 3 \cdot 3\sqrt{2} \quad (\text{Multiplicando})$$

$$= 9\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{Área } \Delta ABC = \frac{9}{2} \sqrt{3}, \text{ Perímetro } \Delta ABC = 9\sqrt{2}$$

4. La alternativa correcta es la letra E)



Si el radio de la circunferencia es 8cm, entonces:

$$\overline{OB} = 8, \overline{OA} = 8, \overline{OC} = 8$$

Como $\overline{AD} = \overline{OD}$, entonces:

$$\overline{AD} = \overline{OD} = 4$$

Si la altura cae en el punto medio, entonces el triángulo AOC puede ser isósceles de base $\overline{OA}$ o equilátero. Como en este caso ya tiene 2 lados iguales, entonces es equilátero de lado 8.

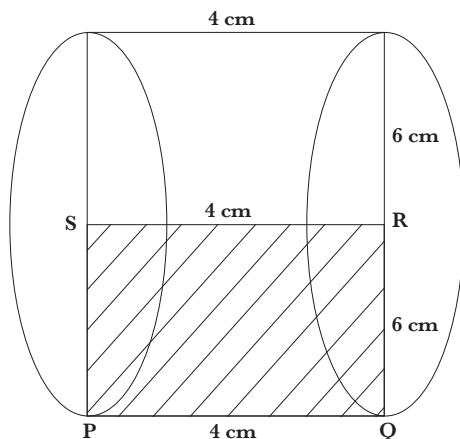
Por lo tanto, $\angle OAC = 60^\circ$ y $\angle CBO = 30^\circ$ (ya que $\angle ACB = 90^\circ$ por ser un triángulo inscrito en una semicircunferencia).

Entonces, $\overline{BC}$ es la altura de un triángulo equilátero de lado 16, o sea, $\overline{BC} = 8\sqrt{3}$.

Además, como el triángulo AOC es equilátero de lado 8, entonces $\overline{DC} = 4\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AC} = 8 \text{ cm}$, $\overline{DC} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$, $\overline{BC} = 8\sqrt{3} \text{ cm}$, I, II y III son verdaderas.

5. La alternativa correcta es la letra D)

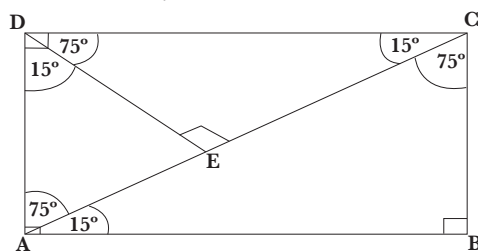


Al rotar indefinidamente el rectángulo $PQRS$ en torno al lado $\overline{PQ}$, se genera un cilindro de radio 6 cm y altura 4 cm, entonces el volumen es:

$$\begin{aligned}
 \text{Volumen} &= \pi \cdot r^2 \cdot h && \text{(Reemplazando)} \\
 &= \pi \cdot (6)^2 \cdot 4 && \text{(Desarrollando la potencia)} \\
 &= \pi \cdot 36 \cdot 4 && \text{(Multiplicando)} \\
 &= 144 \pi
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{Volumen} = 144 \pi \text{ cm}^3$$

6. La alternativa correcta es la letra B)



Para visualizar con mayor claridad las semejanzas que se establecen en la figura, se determinaron todos los ángulos interiores.

Para determinar si los triángulos son semejantes, los ángulos homólogos deben ser iguales.

I) $\triangle ABC \sim \triangle DEA$

$$\angle A = 15^\circ, \angle D = 15^\circ$$

$$\angle B = 90^\circ, \angle E = 90^\circ$$

$$\angle C = 75^\circ, \angle A = 75^\circ$$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEA$, I verdadera.

II) $\triangle DEA \sim \triangle CED$

$$\angle D = 15^\circ, \angle C = 15^\circ$$

$$\angle E = 90^\circ, \angle E = 90^\circ$$

$$\angle A = 75^\circ, \angle D = 75^\circ$$

$\therefore \triangle DEA \sim \triangle CED$, II verdadera.

III) $\triangle DAC \sim \triangle ABC$

$$\angle D = 90^\circ, \angle A = 15^\circ$$

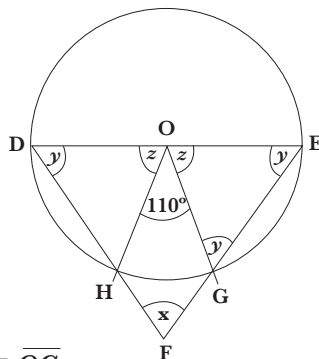
$$\angle A = 75^\circ, \angle B = 90^\circ$$

$$\angle C = 15^\circ, \angle C = 75^\circ$$

$\therefore \triangle DAC$ no es semejante con $\triangle ABC$, III falsa.

Sólo I y II son verdaderas.

7. La alternativa correcta es la letra C)



$\triangle FDE$ isósceles en F , entonces $\angle ODH = \angle GEO = y$

O : centro de la circunferencia, entonces $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OH} = \overline{OG}$

Por lo tanto, $\triangle ODH \cong \triangle OEG$ (L.L.A.)

Entonces, $\angle HOD = \angle EOG = z$

Además, por ángulo extendido:

$$z + 110 + z = 180^\circ \quad (\text{Reduciendo términos semejantes})$$

$$2z + 110 = 180 \quad (\text{Despejando } 2z)$$

$$2z = 180 - 110 \quad (\text{Restando})$$

$$2z = 70 \quad (\text{Despejando } z)$$

$$z = 35^\circ$$

Por otro lado, $\triangle OEG$ isósceles en O , entonces $\angle GEO = \angle OGE = y$

Por suma de los ángulos interiores de un triángulo:

$$z + y + y = 180^\circ \quad (\text{Reduciendo términos semejantes})$$

$$z + 2y = 180 \quad (\text{Despejando } 2y)$$

$$2y = 180 - z \quad (\text{Reemplazando } z)$$

$$2y = 180 - 35 \quad (\text{Restando})$$

$$2y = 145$$

Por suma de los ángulos interiores en $\triangle FDE$:

$$x + y + y = 180^\circ \quad (\text{Reduciendo términos semejantes})$$

$$x + 2y = 180 \quad (\text{Reemplazando } 2y)$$

$$x + 145 = 180 \quad (\text{Despejando } x)$$

$$x = 180 - 145 \quad (\text{Restando})$$

$$x = 35^\circ$$

8. La alternativa correcta es la letra A)

Determinaremos la ecuación de la recta que pasa por los puntos:

$P(2,6)$ y $Q(-9,4)$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) \quad (\text{Reemplazando})$$

$$y - 6 = \frac{4 - 6}{-9 - 2} (x - 2) \quad (\text{Desarrollando la fracción})$$

$$y - 6 = \frac{-2}{-11} (x - 2) \quad (\text{Dividiendo los signos})$$

$$y - 6 = \frac{2}{11} (x - 2) \quad (\text{Multiplicando por 11})$$

$$11(y - 6) = 2(x - 2) \quad (\text{Desarrollando})$$

$$11y - 66 = 2x - 4 \quad (\text{Despejando } 11y)$$

$$11y = 2x - 4 + 66 \quad (\text{Sumando})$$

$$11y = 2x + 62 \quad (\text{Despejando } y)$$

$$y = \frac{2}{11} x + \frac{62}{11}$$

$$\text{Pendiente } m = \frac{2}{11} \Rightarrow \text{Pendiente de la recta perpendicular } m_1 = \frac{-11}{2}$$

Entonces, debemos determinar la ecuación de la recta cuya pendiente es $\frac{-11}{2}$ y pasa por el punto medio de $\overline{PQ}$.

Coordenadas del punto medio de $\overline{PQ}$:

$$P(2,6) \text{ y } Q(-9,4)$$

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

(Reemplazando)

$$\left(\frac{2 + (-9)}{2}, \frac{6 + 4}{2} \right)$$

(Desarrollando)

$$\left(\frac{-7}{2}, \frac{10}{2} \right) = \left(\frac{-7}{2}, 5 \right)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

(Reemplazando)

$$y - 5 = -\frac{11}{2} \left(x + \frac{7}{2} \right)$$

(Multiplicando por 2)

$$2y - 10 = -11 \left(x + \frac{7}{2} \right)$$

(Desarrollando)

$$2y - 10 = -11x - \frac{77}{2}$$

(Multiplicando por 2)

$$4y - 20 = -22x - 77$$

(Despejando $4y$)

$$4y = -22x - 77 + 20$$

(Restando)

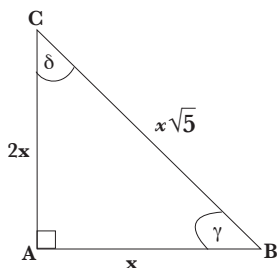
$$4y = -22x - 57$$

(Despejando y)

$$y = -\frac{22}{4}x - \frac{57}{4}$$

$\therefore$ La ecuación de la recta que es perpendicular a $\overline{PQ}$ y que pasa por el punto medio de dicho trazo es $y = -\frac{22}{4}x - \frac{57}{4}$

9. La alternativa correcta es la letra C)



Por Teorema de Pitágoras, $\overline{BC} = x\sqrt{5}$

$$\text{I) } \operatorname{tg} \gamma = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} \quad (\text{Reemplazando})$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{2x}{x} \quad (\text{Simplificando})$$

$$\operatorname{tg} \gamma = 2$$

I es falsa

$$\text{II) } \operatorname{sen} \gamma + \cos \delta = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$\operatorname{sen} \gamma = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \quad (\text{Reemplazando})$$

$$\operatorname{sen} \gamma = \frac{2x}{x\sqrt{5}} \quad (\text{Simplificando})$$

$$\operatorname{sen} \gamma = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad (\text{Racionalizando})$$

$$\operatorname{sen} \gamma = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos \delta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} \quad (\text{Reemplazando})$$

$$\cos \delta = \frac{2x}{x\sqrt{5}} \quad (\text{Simplificando})$$

$$\cos \delta = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad (\text{Racionalizando})$$

$$\cos \gamma = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\sin \gamma + \cos \delta = \quad (\text{Reemplazando})$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} + \frac{2\sqrt{5}}{5} = \quad (\text{Sumando})$$

$$\frac{4\sqrt{5}}{5}$$

II es falsa

$$\text{III) } \sin \gamma = \cos \delta$$

$$\sin \gamma = \frac{2\sqrt{5}}{5} \qquad \cos \delta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

III es verdadera

$\therefore$ Sólo III es verdadera

10. La alternativa correcta es la letra C)

Se tienen 2 opciones, macho o hembra. Son 3 cachorros, entonces:

Casos totales : $2^3 = 8$

Veremos todas las posibilidades:

H: hembra, M: macho

M M M

H H H

M H H

H M M

M H M

H M H

M M H

H H M

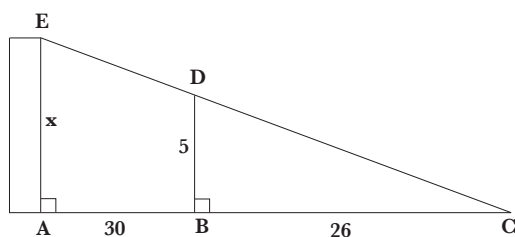
Las posibilidades de que 2 sean hembras y 1 macho son 3, entonces:

la probabilidad de que 2 cachorros sean hembras y uno macho es:

$$P = \frac{\text{casos posibles}}{\text{casos totales}}$$

$$P = \frac{3}{8}$$

11. La alternativa correcta es la letra B)



Sea “x” altura del edificio

$$\overline{AE} \perp \overline{BD} \Rightarrow \overline{AE} \parallel \overline{BD}$$

$$\text{Como } \overline{AC} = 56 \text{ y } \overline{AB} = 30 \Rightarrow \overline{BC} = 26$$

Aplicando Teorema de Thales:

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} \quad (\text{Reemplazando})$$

$$\frac{26}{5} = \frac{56}{x} \quad (\text{Multiplicando cruzado})$$

$$26x = 5 \cdot 56 \quad (\text{Despejando } x)$$

$$x = \frac{5 \cdot 56}{26} \quad (\text{Simplificando})$$

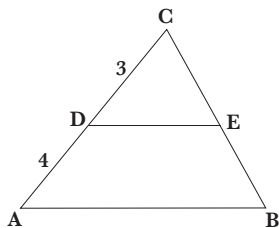
$$x = \frac{5 \cdot 28}{13} \quad (\text{Multiplicando})$$

$$x = \frac{140}{13} \quad (\text{Dividiendo})$$

$$x \approx 10,8$$

∴ La altura del edificio mide aproximadamente 10,8 m.

12. La alternativa correcta es la letra C)



Si $\overline{AB} \parallel \overline{DE} \Rightarrow \triangle CDE \sim \triangle CAB$, luego:

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{CA}} = \frac{3}{7}$$

Entonces:

$$\frac{\text{Área } \triangle CDE}{\text{Área } \triangle CAB} = \left(\frac{3}{7}\right)^2 \quad (\text{Desarrollando la potencia y reemplazando})$$

$$\frac{9}{\text{Área } \triangle CAB} = \frac{9}{49} \quad (\text{Multiplicando cruzado})$$

$$\text{Área } \triangle CAB \cdot 9 = 9 \cdot 49 \quad (\text{Despejando Área } \triangle CAB)$$

$$\text{Área } \triangle CAB = \frac{9 \cdot 49}{9} \quad (\text{Simplificando})$$

$$\text{Área } \triangle CAB = 49$$

$$\begin{aligned} \text{Área trapecio } ABED &= \text{Área } \triangle CAB - \text{Área } \triangle CDE \quad (\text{Reemplazando}) \\ &= 49 - 9 \quad (\text{Restando}) \\ &= 40 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{Área trapecio } ABED = 40 \text{ cm}^2$$

13. La alternativa correcta es la letra E)

Completando la tabla:

Edad	x_i	f_i	F_i
4 – 6		3	3
6 – 8		4	7
8 – 10		b	9
10 – 12	a	1	10
12 – 14		3	13

Según los datos:

a: marca de clase, entonces:

$$a = \frac{10 + 12}{2} \quad (\text{Sumando})$$

$$a = \frac{22}{2} \quad (\text{Dividiendo})$$

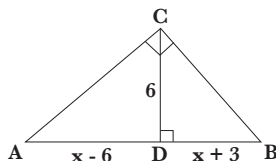
$$a = 11 \Rightarrow \text{I es verdadera.}$$

Para que F_3 sea 9, $b = 2 \Rightarrow \text{II es verdadera.}$

El total de datos está dado por $F_5 = 13 \Rightarrow$ III es verdadera.

$\therefore$ I, II y III son verdaderas.

14. La alternativa correcta es la letra C)



Aplicando Teorema de Euclides:

$$\overline{CD}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DB} \quad (\text{Reemplazando})$$

$$6^2 = (x - 6)(x + 3) \quad (\text{Desarrollando})$$

$$36 = x^2 - 3x - 18 \quad (\text{Igualando a 0})$$

$$x^2 - 3x - 18 - 36 = 0 \quad (\text{Resolviendo})$$

$$x^2 - 3x - 54 = 0 \quad (\text{Factorizando})$$

$$(x - 9)(x + 6) = 0$$

$$x_1 = 9, \quad x_2 = -6$$

x_2 no es solución, ya que es negativo.

$$\therefore x = 9$$

Entonces:

$$\overline{DB} = 12$$

Por Teorema de Pitágoras en el triángulo DBC :

$$\overline{BC}^2 = 6^2 + 12^2 \quad (\text{Resolviendo las potencias})$$

$$\overline{BC}^2 = 36 + 144 \quad (\text{Sumando})$$

$$\overline{BC}^2 = 180 \quad (\text{Extrayendo raíz cuadrada})$$

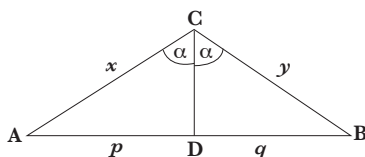
$$\overline{BC} = \sqrt{180} \quad (\text{Descomponiendo la raíz})$$

$$\overline{BC} = \sqrt{36 \cdot 5} \quad (\text{Resolviendo})$$

$$\overline{BC} = 6\sqrt{5}$$

$$\therefore \overline{BC} = 6\sqrt{5} \text{ cm}$$

15. La alternativa correcta es la letra E)



$\overline{CD}$: bisectriz

Aplicando Teorema de Apolonio:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} \quad (\text{Reemplazando})$$

$$\frac{x}{p} = \frac{y}{q} \quad (\text{Multiplicando cruzado})$$

$$py = xq \quad (\text{Despejando } p)$$

$$p = \frac{xq}{y}$$

CEPECH
ESPECIALISTAS DE LA PSU

Grupo Educacional Cepech