



Tutorial
MT-b10

Matemática 2006



Tutorial Nivel Básico

Cuadriláteros



Cuadriláteros

Marco teórico:

1. Definición:

Polígono de cuatro lados, cuya suma de ángulos internos es de 360° y su suma de ángulos externos es también de 360° . Los cuadriláteros poseen distintas formas, pero todos poseen dos diagonales y cuatro vértices.

2. Clasificación:

Podemos clasificar a los cuadriláteros según el paralelismo de sus lados en:

2.1 Paralelógramos: son cuadriláteros cuyos lados opuestos son paralelos.

Además, en todos los paralelógramos se verifican las siguientes propiedades:

- Los lados opuestos tienen la misma longitud.
- Los ángulos opuestos son iguales.
- Las diagonales se cortan en su punto medio.
- El área corresponde a base por altura.

2.2 Trapecios: son cuadriláteros que tienen sólo dos lados opuestos paralelos. Los lados paralelos reciben el nombre de bases.

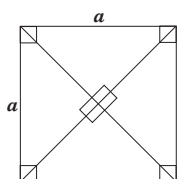
2.3 Trapezoides: son cuadriláteros cuyos lados no son paralelos.

3. Tipos de paralelógramos

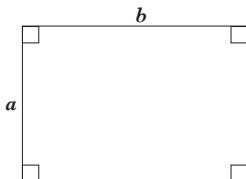
- **Rectángulos:** tienen sus cuatro ángulos internos iguales. Sus diagonales son iguales y oblicuas.
- **Rombos:** tienen sus cuatro lados iguales. Sus diagonales son desiguales y perpendiculares. Su área puede calcularse como: $A = \frac{(\text{diagonal } 1 \cdot \text{diagonal } 2)}{2}$
- **Cuadrados:** tienen los cuatro ángulos internos iguales (90° cada uno) y los cuatro lados iguales. Sus diagonales son iguales y perpendiculares. La longitud de cada una de sus diagonales puede calcularse como: $\text{diagonal} = \text{lado} \cdot \sqrt{2}$

- **Romboides:** paralelogramos cuyos lados contiguos son desiguales y dos de sus ángulos son mayores que los otros dos.

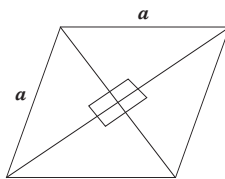
Tiene las diagonales oblicuas y desiguales.



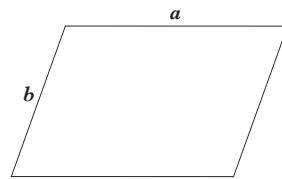
Cuadrado



Rectángulo



Rombo



Romboide

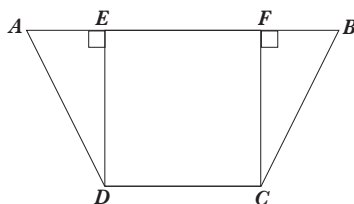
3.1 Base y altura en paralelogramos

Base de un paralelogramo es cualquiera de sus lados.

Altura(h) de un paralelogramo es el trazo perpendicular a la base dibujado desde uno de los vértices opuestos.

4. Tipos de trapecios

- Los **trapecios rectángulos** poseen dos ángulos rectos (90°).
- Los **trapecios isósceles**, sus lados no paralelos tienen la misma longitud.



En el trapecio isósceles $ABCD$ se cumple:

$$\overline{AD} = \overline{BC} ; \overline{AE} = \overline{FB}$$

$$\overline{ED} \perp \overline{FC} \text{ son alturas del trapecio } ABCD \text{ y además } \overline{ED} = \overline{FC}$$

- Los **trapecios escalenos**, no poseen lados iguales, **ni** ángulos rectos

4.1 La mediana de un trapecio:

En un trapecio cualquiera la unión de los puntos medios de los lados **no** paralelos recibe el nombre de mediana y se calcula como: $\frac{(base\ 1 + base)}{2}$

4.2 Área de trapecio:

$$\text{Área} = \frac{(\text{base 1} + \text{base})}{2} \cdot \text{altura} \quad \text{ó si se desea,}$$

$$\text{Área} = \text{mediana} \cdot \text{altura}$$

5. Tipos de trapezoides

- Los **trapezoides asimétricos** poseen sus cuatro lados distintos.
- Los **trapezoides simétricos** o **deltoides** poseen sus dos pares de lados adyacentes de igual longitud, además sus diagonales se cortan perpendicularmente en el punto medio de una de ellas mismas. El área de un deltoide es igual a $\frac{(\text{diagonal 1} \cdot \text{diagonal 2})}{2}$

Ejercicios:

1. ¿Cuánto mide el área de una pared formada por 200 ladrillos rectangulares de 8 por 20 cm, unidos sin dejar espacio entre ellos?
 - A) 160 cm²
 - B) 1600 cm²
 - C) 3200 cm²
 - D) 32000 cm²
 - E) 320000 cm²
2. Si comparamos un cuadrado de lado “a” con un rombo de lado “a” es siempre verdadero que:

I. Sus áreas son iguales	II. Sus perímetros son iguales	III. Sus áreas son distintas
--------------------------	--------------------------------	------------------------------

 - A) Sólo I
 - B) Sólo II
 - C) Sólo III
 - D) Sólo I y II
 - E) Sólo II y III

3. ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado de diagonal $8\sqrt{2}$?

- A) 2
- B) 4
- C) 8
- D) 32
- E) 64

4. ¿Cuánto mide el área de un cuadrado de diagonal 6 cm?

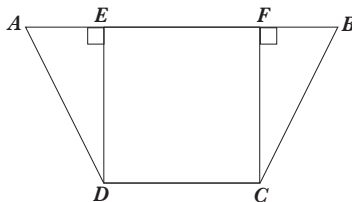
- A) 3 cm^2
- B) 18 cm^2
- C) $6\sqrt{6} \text{ cm}^2$
- D) $3\sqrt{2} \text{ cm}^2$
- E) $6\sqrt{2} \text{ cm}^2$

5. ¿Cuánto mide el área de un rombo de lado 5 cm y en el cuál una de las diagonales mide 8 cm?

- A) 24 cm^2
- B) 30 cm^2
- C) 35 cm^2
- D) 40 cm^2
- E) 48 cm^2

6. En el trapezio isósceles $ABCD$ si $\overline{AD} = 13 \text{ cm}$, $\overline{AE} = 5 \text{ cm}$ y $\overline{EF} = 8 \text{ cm}$, entonces el área del trapezio, resulta

- A) 312 cm^2
- B) 300 cm^2
- C) 220 cm^2
- D) 170 cm^2
- E) 156 cm^2

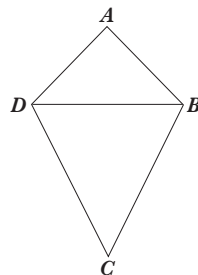


7. ¿Cuánto mide el perímetro de un terreno rectangular de largo 40 metros y área 800 metros cuadrados?

A) 100 metros
B) 120 metros
C) 160 metros
D) 800 metros
E) 3200 metros

8. ¿Cuál es el área del cuadrilátero $ABCD$? Si $\overline{AD} = \overline{AB}$; $\overline{CD} = \overline{BC}$; $\overline{AC} = 30$ cm $\wedge$ $\overline{BD} = 20$ cm

A) 100 cm²
B) 150 cm²
C) 300 cm²
D) 450 cm²
E) 600 cm²

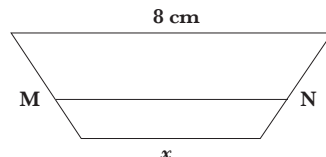


9. ¿Cuál es la alternativa **FALSA**?

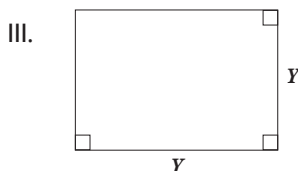
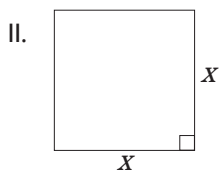
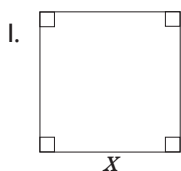
A) La suma de los ángulos externos de un triángulo es igual a la suma de ángulos externos de un cuadrilátero.
B) El área de un cuadrado puede calcularse con la fórmula $\frac{(\text{diagonal})^2}{2}$.
C) Sólo existen dos cuadriláteros con diagonales perpendiculares: el cuadrado y el rombo.
D) Un deltoide es un trapezoide simétrico.
E) Los trapecios escalenos **no** poseen lados iguales.

10. Calcule el valor de la base x , del siguiente trapecio, en donde el trazo $\overline{MN}$ es mediana y mide 6 cm.

A) $x = 2$ cm
B) $x = 4$ cm
C) $x = 6$ cm
D) $x = 8$ cm
E) $x = 10$ cm



11. ¿Cuál(es) de la(s) siguiente(s) figura(s) corresponde(n) siempre a un cuadrado?



- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) I, II y III

12. “Cudrilátero que posee diagonales perpendiculares y su área puede calcularse como base por altura”, el enunciado corresponde a un:

- I. Rombo II. Rectángulo III. Deltoide

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III

13. “Cudrilátero cuyos ángulos internos son rectos y que posee diagonales oblicuas”. El enunciado corresponde a un:

- A) Cuadrado
- B) Rectángulo
- C) Romboide
- D) Trapezoide
- E) Rombo

14. Calcule el área de un piso formado por 400 baldosas cuadradas de lado 20 cm

- A) 100 cm²
- B) 200 cm²
- C) 400 cm²
- D) 80000 cm²
- E) 160000 cm²

15. Un Ring de boxeo cuadrado de área 9 metros cuadrados esta rodeado por 3 hileras de cuerda, ¿cuál es la longitud total de todas las cuerdas del Ring?

- A) 36 metros
- B) 30 metros
- C) 20 metros
- D) 18 metros
- E) 12 metros

Respuestas

Preg.	Alternativa
1	D
2	E
3	C
4	B
5	A
6	E
7	B
8	C
9	C
10	B
11	C
12	A
13	B
14	E
15	A

Solucionario

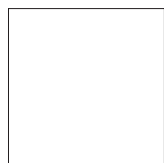
1. Alternativa correcta letra D)

El área de un rectángulo se calcula multiplicando base por altura (largo por ancho), entonces el área de un rectángulo de 8 por 20 cm corresponde a $8 \cdot 20 = 160 \text{ cm}^2$

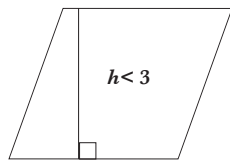
Entonces el área de 200 de estos ladrillos corresponderá a $200 \cdot 160 = 32000 \text{ cm}^2$

2. Alternativa correcta letra E)

Tomemos como ejemplo un cuadrado de lado 3 y un rombo de lado 3 con lo cuál su altura es < 3



Cuadrado lado 3



Rombo lado 3

Dado que el perímetro de ambas figuras se calcula multiplicando por 4 sus lados el perímetro de ambas es $4 \cdot 3 = 12$, con lo cuál **II** es verdadero

El área de ambas se calcula multiplicando base por altura, luego el área del cuadrado es $3 \cdot 3 = 9$ ya que su base y altura corresponden a sus lados. El área del rombo, sin embargo, corresponde a $3 \cdot h < 9$ con lo cual **I** es falso y **III** verdadero

Por lo tanto, si comparamos un cuadrado y un rombo con iguales lados sus perímetros serán siempre los mismos, pero sus áreas serán siempre distintas siendo el área del cuadrado mayor que la del rombo.

3. Alternativa correcta letra C)

Ya que la diagonal de un cuadrado puede calcularse como: $\text{diagonal} = \text{lado} \cdot \sqrt{2}$

Si reemplazamos la diagonal en la fórmula obtenemos:

$8\sqrt{2} = \text{lado} \cdot \sqrt{2}$ dividiendo ambos lados de la ecuación por $\sqrt{2}$, resulta $8 = \text{lado}$

4. Alternativa correcta letra B)

Ya que la diagonal de un cuadrado puede calcularse como: $\text{diagonal} = \text{lado} \cdot \sqrt{2}$

Si reemplazamos la diagonal en la formula obtenemos:

$$6 = \text{lado} \cdot \sqrt{2}$$

dividiendo ambos lados de la ecuación por $\sqrt{2}$, resulta

$$\frac{6}{\sqrt{2}} = \text{lado}$$

además como el área de un cuadrado corresponde a lado por lado, resulta:

$$\text{Área} = \left(\frac{6}{\sqrt{2}} \right)^2$$

elevando cada término al cuadrado

$$\text{Área} = \frac{36}{(\sqrt{2})^2}$$

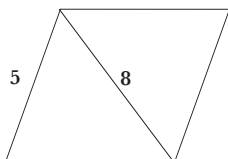
desarrollando la potencia

$$\text{Área} = \frac{36}{2}$$

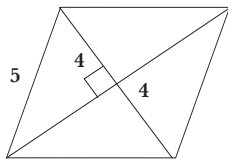
dividiendo, resulta:

$$\text{Área} = 18 \text{ cm}^2$$

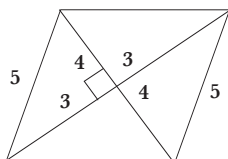
5. Alternativa correcta letra A)



Dado que las diagonales de un rombo se dimidan y son perpendiculares:



Además podemos observar que dado que las diagonales son perpendiculares se forma el trio pitagórico 3,4,5



Con lo cuál descubrimos que el valor de la segunda diagonal es 6 cm.

Finalmente aplicando la formula de área de rombo $A = \frac{(\text{diagonal } 1 \cdot \text{diagonal } 2)}{2}$

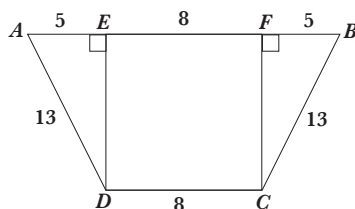
$$A = \frac{(8 \cdot 6)}{2} \quad \text{multiplicando el numerador}$$

$$A = \frac{48}{2} \quad \text{dividiendo, resulta:}$$

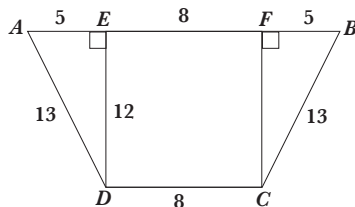
$$A = 24 \text{ cm}^2$$

6. Alternativa correcta letra E)

Completando los datos ,dado que $ABCD$ es trapezio isósceles ,tenemos



Además el triángulo AED corresponde al trío pitagórico 5,12,13 de donde obtenemos:



Y dado que área de trapezio = $\frac{(\text{base } 1 + \text{base})}{2} \cdot \text{altura}$

$$\text{Área} = \frac{(18 + 18)}{2} \cdot 12 \quad \text{sumando el numerador}$$

$$\text{Área} = \frac{(26)}{2} \cdot 12 \quad \text{dividiendo}$$

$$\text{Área} = 13 \cdot 12 \quad \text{multiplicando, resulta}$$

$$\text{Área} = 156 \text{ cm}^2$$

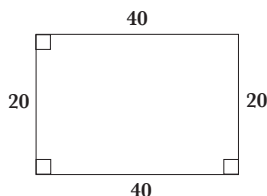
7. Alternativa correcta letra B)

Dado que el área de un rectángulo es largo por ancho, tenemos que

$$800 = 40 \cdot \text{ancho}$$

$$20 = \text{ancho}$$

dividiendo por 40 a ambos lados de la ecuación, resulta gráficamente



Dado que el perímetro corresponde a la suma de los lados de la figura, resulta

$$\text{Perímetro} = 20 + 20 + 40 + 40 = 120 \text{ metros.}$$

8. Alternativa correcta letra C)

Dado que $\overline{AD} = \overline{AB}$ y además $\overline{CD} = \overline{BC}$, el cuadrilátero $ABCD$ es un deltoide

$$\text{Además como el área de deltoide} = \frac{(\text{diagonal } 1 \cdot \text{diagonal } 2)}{2}$$

y $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son diagonales, resulta

$$\text{Área} = \frac{(30 \cdot 20)}{2}$$

multiplicando el numerador

$$\text{Área} = \frac{600}{2}$$

dividiendo

$$\text{Área} = 300 \text{ cm}^2$$

9. Alternativa correcta letra C)

La alternativa C) es falsa pues además del cuadrado y el rombo, existe otro cuadrilátero con diagonales perpendiculares: el deltoide.

Las otras opciones son todas verdaderas.

10. Alternativa correcta letra B)

La mediana de un trapecio se calcula $\frac{\text{base } 1 + \text{base } 2}{2}$ y dado que la mediana mide 6 cm y una base mide 8 cm, resulta:

$$6 = \frac{8 + \text{base}}{2}$$

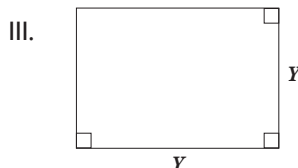
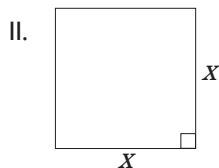
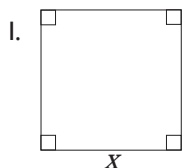
$$12 = 8 + \text{base}$$

$$4 = \text{base}$$

multiplicando por 2 ambos lados de la ecuación

restando 8 a ambos lados de la ecuación, resulta:

11. Alternativa correcta letra C)



En **I** la figura posee sus ángulos internos rectos, pero nos dan el valor de sólo uno de sus datos, por lo tanto podría tratarse de un rectángulo

En **II** la figura posee sólo un ángulo recto, por lo cual podría tratarse de un deltoide, o inclusive un trapecio rectángulo.

En **III** Encontramos una figura que posee tres ángulos rectos, por lo tanto el cuarto también es recto (la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es de 360°), o sea la figura es un cuadrado o un rectángulo, la información del valor de sus lados nos confirma que se trata de un cuadrado pues al ser sus ángulos rectos los lados opuestos tienen igual medida.

12. Alternativa correcta letra A)

I. verdadero

II. falso, las diagonales de un rectángulo **no** son perpendiculares, son oblicuas

III. falso, el área de un deltoide se calcula multiplicando sus diagonales y dividiendo el resultado por dos.

Por lo tanto sólo **I** satisface el enunciado

13. Alternativa correcta letra B)

- | | |
|----------------|---|
| A) Cuadrado, | falso sus diagonales son perpendiculares. |
| B) Rectángulo, | verdadero |
| C) Romboide, | falso sus ángulos internos no son rectos. |
| D) Trapezoide, | falso sus ángulos internos no son rectos. |
| E) Rombo, | falso sus ángulos internos no son rectos. |

14. Alternativa correcta letra E)

El área de un cuadrado es lado por lado, luego el área de cada baldosa es $20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2$ y ya que el piso se encuentra formado por 400 de estas baldosas el área total del piso corresponde a:

$$400 \cdot 400 = 160000 \text{ cm}^2$$

15. Alternativa correcta letra A)

Un Ring de boxeo cuadrado de área 9 metros cuadrados esta rodeado por 3 hileras de cuerda, ¿cuál es la longitud total de todas las cuerdas del Ring?

El lado de un cuadrado es igual a $\sqrt{\text{área}}$, luego

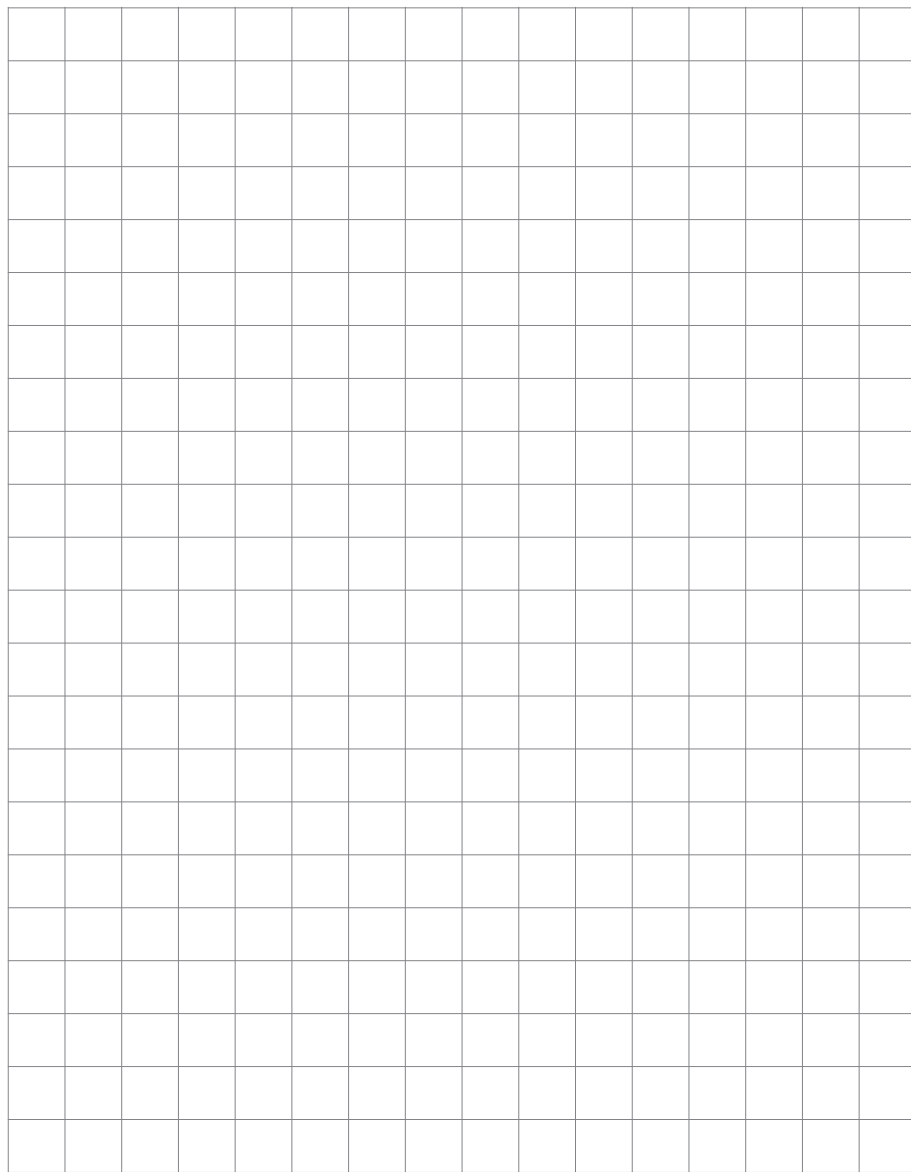
$$\text{Lado del ring} = \sqrt{9} = 3 \text{ metros}$$

Dado que el perímetro de un cuadrado es su lado por 4 el perímetro del ring corresponderá a:

$$\text{Perímetro} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ metros}$$

Finalmente dado que el ring esta rodeado por 3 cuerdas

$$12 \cdot 3 = 36 \text{ metros de cuerda}$$

Mis notas

CEPECH

ESPECIALISTAS DE LA PSU

Grupo Educacional Cepech