



Tutorial
MT-a7

Matemática 2006



Tutorial Nivel Avanzado

Guía global Álgebra



Guía Global Álgebra

Ejercicios

1. Sea $6^p + 6^{-p} = a$, entonces, $(36)^p + (36)^{-p} =$
 - A) a^2
 - B) $a^2 - 12$
 - C) $a^2 - 2$
 - D) $a^2 + 2$
 - E) No se puede determinar
2. Al comprar 4 kilos de papas y 3 kilos de limones se gastan \$2.110 . La semana siguiente suben \$50 las papas y bajan \$10 los limones, por lo tanto, se compran 3 kilos de papas y 4 kilos de limones en \$2.410. ¿Cuánto costaba el kilo de limones inicialmente?
 - A) \$220
 - B) \$270
 - C) \$400
 - D) \$410
 - E) Otro valor
3. Si se multiplica el número “ z ” por 64, su logaritmo en cierta base aumenta en 3 unidades. ¿Cuál es la base?
 - A) 3
 - B) 4
 - C) $4\sqrt{2}$
 - D) 8
 - E) 64

4. Si $c = (x + y)^2$ y $d = (x - y)^2$, entonces, $3xy =$

- A) $\frac{c-d}{2}$
- B) $\frac{c^2-d^2}{4}$
- C) $\frac{c-d}{4}$
- D) $3\left(\frac{c-d}{4}\right)$
- E) $4(c-d)$

5. Sea $x + y = 1$, determinar $3(x^2 + y^2) - 2(x^3 + y^3)$

- A) - 1
- B) 1
- C) 2
- D) 6
- E) Otro valor

6. Si $x^2 + \frac{1}{y^2} = 4$ y $x^4 + \frac{1}{y^4} = 5$, entonces, el valor de $\frac{x^2}{y^2}$ es:

- A) $\frac{4}{5}$
- B) $\frac{11}{5}$
- C) $\sqrt{5}$
- D) 4
- E) $\frac{11}{2}$

7. $\log x^2 - 2 = \log x$. El valor de x es:

- A) 0
- B) 2
- C) 0 y 2
- D) 100
- E) 0 y 100

8. Sea $h(x) = x^{2m+6} + 2$, tal que $h(3) = 83$, entonces, $h(-2) =$

- A) - 18
- B) - 16
- C) 16
- D) 18
- E) 81

9. Si $Z = (\log_8 9) \cdot (\log_9 10) \cdot (\log_{10} 11) \cdot \dots \cdot (\log_{511} 512)$, entonces, $Z =$

- A) - 3
- B) - 2
- C) 3
- D) 4
- E) No se puede determinar

10. La cifra de las decenas de un número de 3 cifras es $1\frac{1}{3}$ veces la cifra de las unidades y la cifra de las centenas es el triple de la cifra de las decenas, menos 4. Determinar la cifra de las unidades, si la suma de las cifras es igual al doble de la cifra de las decenas, más 7.

- A) 1
- B) 3
- C) 4
- D) 8
- E) Otro valor

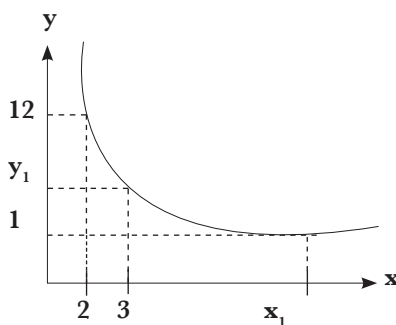
11. Un operario hace un trabajo en 10 días trabajando 6 horas diarias. Otro operario puede hacerlo en 14 días, trabajando 7 horas diarias. ¿En qué tiempo lo harían aproximadamente los dos juntos si trabajaran 8 horas diarias?

- A) 4,7 días
- B) 7,3 días
- C) 8,5 días
- D) 9,9 días
- E) 10 días

12. Con respecto al gráfico, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) Representa a una proporcionalidad inversa.
- II) La constante de proporcionalidad es 6.
- III) El valor de y_1 es 8.
- IV) El valor de x_1 es 24.

- A) Sólo I
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo I, III y IV
- E) I, II, III y IV



13. $\frac{4b+5}{3b-9} - \frac{2b-4}{2b-6} + \frac{6b+2}{6b-18} =$

A) $\frac{4}{3}$

B) $\frac{b+3}{b-3}$

C) $\frac{8b}{6b-18}$

D) $\frac{4b}{3b-9}$

E) $\frac{4(b+3)}{3(b-3)}$

14. Si f es una función real, tal que, $\forall a \in \mathbb{R} : f(a-1) = a^2$, entonces, $f(x) =$

A) $(x-1)^2$

B) $x^2 + 1$

C) $x^2 - 1$

D) $(x+1)^2$

E) Ninguna de ellas

15. La tarifa que cobran los taxistas se obtiene sumando el cargo fijo con el cargo por kilómetro recorrido. Si una persona ha pagado \$ 1.050 por un recorrido de 3 km y \$ 2.300 por un recorrido de 8 km, ¿cuánto cobra el taxista por kilómetro recorrido, si el comportamiento es lineal?

A) \$ 250

B) \$ 300

C) \$ 350

D) \$ 400

E) Otro valor

Respuestas

Pregunta	Alternativa
1	C
2	D
3	B
4	D
5	B
6	E
7	D
8	D
9	C
10	B
11	A
12	D
13	E
14	D
15	A

Solucionario:

1. La alternativa correcta es la letra C)

$$6^p + 6^{-p} = a$$

(Elevando al cuadrado)

$$(6^p + 6^{-p})^2 = a^2$$

(Desarrollando el cuadrado de binomio)

$$6^{2p} + 2 \cdot 6^p \cdot 6^{-p} + 6^{-2p} = a^2$$

(Aplicando propiedad de potencias)

$$(6^2)^p + 2 \cdot 1 + (6^2)^{-p} = a^2$$

(Desarrollando paréntesis y multiplicando)

$$36^p + 2 + 36^{-p} = a^2$$

(Despejando $36^p + 36^{-p}$)

$$36^p + 36^{-p} = a^2 - 2$$

$$\therefore 36^p + 36^{-p} = a^2 - 2$$

2. La alternativa correcta es la letra D)

Sea x : valor de 1 kilo de papas

y : valor de 1 kilo de limones

Entonces:

$$1) \quad 4x + 3y = 2110$$

$$2) \quad 3(x + 50) + 4(y - 10) = 2410$$

(Resolviendo ecuación 2)

$$1) \quad 4x + 3y = 2110$$

$$2) \quad 3x + 150 + 4y - 40 = 2410$$

(Dejando las incógnitas a un solo lado)

$$1) \quad 4x + 3y = 2110$$

$$2) \quad 3x + 4y = 2410 - 110$$

(Restando)

$$1) \quad 4x + 3y = 2110$$

$$/\cdot -3$$

$$2) \quad 3x + 4y = 2300$$

$$/\cdot 4$$

$$- 12x - 9y = - 6330$$

$$12x + 16y = 9200$$

(Sumando)

$$7y = 2870$$

(Despejando y)

$$y = \frac{2870}{7}$$

(Simplificando)

$$y = 410$$

$\therefore$ El kilo de limones costaba inicialmente \$410

3. La alternativa correcta es la letra B)

Sea “ x ” la cierta base y “ z ” es el número, entonces, su logaritmo es:

$$\log_x z$$

Si se multiplica “ z ” por 64, su logaritmo es:

$\log_x 64z$, como aumenta en 3 unidades sería:

$$\log_x 64z - \log_x z = 3 \quad (\text{Aplicando propiedad de logaritmos})$$

$$\log_x 64 + \log_x z - \log_x z = 3 \quad (\text{Restando})$$

$$\log_x 64 = 3 \quad (\text{Aplicando definición de logaritmo})$$

$$x^3 = 64$$

$$x = 4$$

∴ La base es 4

4. La alternativa correcta es la letra D)

$$c = (x + y)^2 \quad (\text{Desarrollando cuadrado de binomio})$$

$$d = (x - y)^2$$

$$\begin{array}{l} c = x^2 + 2xy + y^2 \\ d = x^2 - 2xy + y^2 \end{array} \quad / \cdot -1$$

$$c = x^2 + 2xy + y^2 \quad (\text{Sumando ambas ecuaciones})$$

$$-d = -x^2 + 2xy - y^2$$

$$c - d = 4xy \quad (\text{Despejando } xy)$$

$$\frac{c - d}{4} = xy \quad (\text{Multiplicando por 3})$$

$$3\left(\frac{c - d}{4}\right) = 3xy$$

$$\therefore 3xy = 3\left(\frac{c - d}{4}\right)$$

5. La alternativa correcta es la letra B)

$$x + y = 1$$

$$3(x^2 + y^2) - 2(x^3 + y^3) =$$

(Desarrollando)

$$3x^2 + 3y^2 - 2(x + y)(x^2 - xy + y^2) =$$

(Reemplazando $x + y$)

$$3x^2 + 3y^2 - 2 \cdot 1(x^2 - xy + y^2) =$$

(Multiplicando)

$$3x^2 + 3y^2 - 2x^2 + 2xy - 2y^2 =$$

(Reduciendo términos semejantes)

$$x^2 + 2xy + y^2 =$$

(Factorizando)

$$(x + y)^2 =$$

(Reemplazando $x + y$)

$$1^2 =$$

$$1$$

6. La alternativa correcta es la letra E)

$$\text{Si } x^2 + \frac{1}{y^2} = 4$$

y

$$x^4 + \frac{1}{y^4} = 5, \text{ entonces:}$$

$$x^2 + \frac{1}{y^2} = 4$$

(Elevando a 2)

$$\left(x^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 = 16$$

(Desarrollando el cuadrado de binomio)

$$x^4 + 2\frac{x^2}{y^2} + \frac{1}{y^4} = 16$$

(Agrupando)

$$x^4 + \frac{1}{y^4} + 2\frac{x^2}{y^2} = 16$$

(Reemplazando $x^4 + \frac{1}{y^4}$)

$$5 + 2 \frac{x^2}{y^2} = 16$$

(Despejando $2 \frac{x^2}{y^2}$)

$$2 \frac{x^2}{y^2} = 16 - 5$$

(Restando)

$$2 \frac{x^2}{y^2} = 11$$

(Despejando $\frac{x^2}{y^2}$)

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{11}{2}$$

7. La alternativa correcta es la letra D)

$$\log x^2 - 2 = \log x$$

(Expresando 2 como logaritmo)

$$\log x^2 - \log 100 = \log x$$

(Aplicando propiedad de logaritmos)

$$\log \left(\frac{x^2}{100} \right) = \log x$$

(Aplicando ecuación logarítmica)

$$\frac{x^2}{100} = x$$

(Multiplicando por 100)

$$x^2 = 100x$$

(Igualando a 0)

$$x^2 - 100x = 0$$

(Factorizando por x)

$$x(x - 100) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 100$$

Como x debe ser distinto de 0, por definición de logaritmo, entonces:

$$x = 100$$

8. La alternativa correcta es la letra D)

$$h(x) = x^{2m+6} + 2$$

(Evaluando la función en 3)

$$h(3) = 3^{2m+6} + 2$$

$$(h(3) = 83)$$

$$3^{2m+6} + 2 = 83$$

(Despejando 3^{2m+6})

$$3^{2m+6} = 81$$

(Expresando 81 en potencia de 3)

$$3^{2m+6} = 3^4$$

(Aplicando ecuación exponencial)

$$2m + 6 = 4$$

(Despejando m)

$$m = -1$$

(Reemplazando **m** en $h(x)$)

$$h(x) = x^{2 \cdot (-1) + 6} + 2$$

(Desarrollando el exponente)

$$h(x) = x^4 + 2$$

(Evaluando la función en -2)

$$h(-2) = (-2)^4 + 2$$

(Desarrollando la potencia)

$$h(-2) = 16 + 2$$

(Sumando)

$$h(-2) = 18$$

9. La alternativa correcta es la letra C)

$$Z = (\log_8 9) \cdot (\log_9 10) \cdot (\log_{10} 11) \dots (\log_{511} 512)$$

(Cambiando todo a base 8)

$$Z = \log_8 9 \cdot \frac{\log_8 10}{\log_8 9} \cdot \frac{\log_8 11}{\log_8 10} \dots \frac{\log_8 511}{\log_8 510} \cdot \frac{\log_8 512}{\log_8 511} \quad (\text{Simplificando})$$

$$Z = \log_8 512$$

(Aplicando definición de logaritmo)

$$8^Z = 512$$

$$Z = 3$$

10. La alternativa correcta es la letra B)

Sea “ xyz ” un número de 3 cifras, entonces:

x : cifra de las centenas

y : cifra de las decenas

z : cifra de las unidades

Expresando algebraicamente:

La cifra de las decenas es $1\frac{1}{3}$ veces la cifra de las unidades : $y = 1\frac{1}{3}z$

$$y = \frac{4}{3}z$$

La cifra de las centenas es el triple de la cifra de las decenas, menos 4: $x = 3y - 4$

La suma de las cifras es igual al doble de la cifra de las decenas, más 7: $x + y + z = 2y + 7$

Formando el sistema de ecuaciones:

$$1) y = \frac{4}{3}z$$

$$2) x = 3y - 4$$

$$3) x + y + z = 2y + 7$$

$$x = 3y - 4$$

$$x = 3 \cdot \frac{4}{3}z - 4$$

$$x = 4z - 4$$

$$4z - 4 + \frac{4}{3}z + z = 2 \cdot \frac{4}{3}z + 7$$

$$12z - 12 + 4z + 3z = 8z + 21$$

$$19z - 8z = 33$$

$$11z = 33$$

$$z = 3$$

(Reemplazando “ y ” en la ecuación 2)

(Simplificando)

(Reemplazando “ y ” y “ x ” en la ecuación 3)

(Multiplicando por 3)

(Despejando z)

(Restando)

(Despejando z)

$\therefore$ La cifra de las unidades es 3

11. La alternativa correcta es la letra A)

Primero determinaremos el tiempo que se demora cada operario trabajando 8 horas diarias.

Primer operario

Días	Horas	
10	→	6
x	→	8

(Proporción inversa)

$$8x = 10 \cdot 6 \quad (\text{Despejando } x)$$

$$x = \frac{10 \cdot 6}{8} \quad (\text{Simplificando y multiplicando})$$

$$x = \frac{15}{2} \text{ días}$$

Segundo operario

Días	Horas	
14	→	7
x	→	8

(Proporción inversa)

$$8x = 14 \cdot 7 \quad (\text{Despejando } x)$$

$$x = \frac{14 \cdot 7}{8} \quad (\text{Simplificando y multiplicando})$$

$$x = \frac{49}{4} \text{ días}$$

Realizaremos el análisis sobre la base de 1 día, trabajando 8 horas diarias:

El primer operario hace el trabajo en $\frac{15}{2}$ días, en 1 día hará $\frac{1}{\frac{15}{2}}$ del trabajo.

El segundo operario hace el trabajo en $\frac{49}{4}$ días, en 1 día hará $\frac{1}{\frac{49}{4}}$ del trabajo.

Si trabajan los dos juntos lo harán en x días. En 1 día harán $\frac{1}{x}$ del trabajo.

$$\therefore \frac{1}{\frac{15}{2}} + \frac{1}{\frac{49}{4}} = \frac{1}{x} \quad (\text{Resolviendo las fracciones})$$

$$\frac{2}{15} + \frac{4}{49} = \frac{1}{x} \quad / \cdot 735x \quad (\text{Multiplicando por el m.c.m. } 735x)$$

$$98x + 60x = 735 \quad (\text{Sumando})$$

$$158x = 735 \quad (\text{Despejando } x)$$

$$x = \frac{735}{158} \quad (\text{Dividiendo})$$

$$x \approx 4,7$$

$\therefore$ Los dos juntos trabajando 8 horas diarias lo harán en aproximadamente 4,7 días.

12. La alternativa correcta es la letra D)

I) El gráfico representa a una proporcionalidad inversa.

I) es verdadera.

II) Si es una proporcionalidad inversa, entonces, $x \cdot y = k$.

Cuando “ x ” es 2, “ y ” es 12, por lo tanto, $2 \cdot 12 = k$ (Multiplicando)

$$k = 24$$

II) es falsa.

III) $k = 24$, entonces:

$$y_1 \cdot 3 = 24 \quad (\text{Despejando } y_1)$$

$$y_1 = 8$$

III) es verdadera.

IV) $k = 24$, entonces:

$$x_1 \cdot 1 = 24 \quad (\text{Despejando } x_1)$$

$$x_1 = 24$$

IV) es verdadera.

$\therefore$ I, III y IV son verdaderas.

13. La alternativa correcta es la letra E)

$$\frac{4b+5}{3b-9} - \frac{2b-4}{2b-6} + \frac{6b+2}{6b-18} \quad (\text{Factorizando los denominadores})$$

$$\frac{4b+5}{3(b-3)} - \frac{2b-4}{2(b-3)} + \frac{6b+2}{6(b-3)} = \quad (\text{Determinando el m.c.m. y desarrollando})$$

$$\frac{2(4b+5) - 3(2b-4) + 6b+2}{6(b-3)} = \quad (\text{Desarrollando el numerador})$$

$$\frac{8b+10-6b+12+6b+2}{6(b-3)} = \quad (\text{Reduciendo términos semejantes})$$

$$\frac{8b+24}{6(b-3)} \quad (\text{Factorizando el numerador})$$

$$\frac{8(b+3)}{6(b-3)} \quad (\text{Simplificando})$$

$$\frac{4(b+3)}{3(b-3)}$$

14. La alternativa correcta es la letra D)

$$f(a-1) = a^2 \quad ; \quad f(x) = ?$$

$$\begin{aligned} \text{Si } x &= a-1 & (\text{Despejando } a) \\ a &= x+1 \end{aligned}$$

Entonces, evaluando la función en “x”:

$$f(x) = a^2 \quad (\text{Reemplazando } a)$$

$$f(x) = (x+1)^2$$

15. La alternativa correcta es la letra A)

El precio depende del kilometraje recorrido. Entonces la variable dependiente “ y ” es el precio y la variable independiente “ x ” es el kilometraje. Entonces, los pares ordenados son de la forma (kilometraje, \$).

$$(3, 1050) \quad (8, 2300)$$

Aplicamos la fórmula:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) \quad (\text{Reemplazando})$$

$$y - 1050 = \frac{2300 - 1050}{8 - 3} (x - 3) \quad (\text{Desarrollando la fracción})$$

$$y - 1050 = \frac{1250}{5} (x - 3) \quad (\text{Simplificando})$$

$$y - 1050 = 250 (x - 3) \quad (\text{Desarrollando})$$

$$y - 1050 = 250x - 750 \quad (\text{Despejando } y)$$

$$y = 250x - 750 + 1050 \quad (\text{Restando})$$

$$y = 250x + 300$$

$\therefore$ El taxista cobra \$ 250 por kilómetro recorrido.

Mis notas

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire page. There are no margins, text, or other markings present.

Mis notas



CEPECH

ESPECIALISTAS DE LA PSU

Grupo Educacional Cepech