

Effets d'un forçage spatial sur la dynamique des fronts

F. Haudin¹, R. G. Elías², M. G. Clerc², U. Bortolozzo¹, & S. Residori¹

¹ Institut Non Linéaire de Nice, Université de Nice Sophia-Antipolis, CNRS, 1361 route des Lucioles 06560 Valbonne, France

² Departamento de Física, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Casilla 487-3, Santiago, Chile

`florence.haudin@inln.cnrs.fr`

Résumé. Nous avons étudié les effets d'un forçage périodique sur la dynamique des fronts connectant deux états stables homogènes. Nous avons montré qu'il est possible d'obtenir un effet d'*agrafage*. Nous avons utilisé une valve à cristaux liquides avec rétroaction optique dans laquelle une géométrie quasi-unidimensionnelle et des modulations spatiales ont été imposées. Nous avons observé l'existence d'une région d'*agrafage* et une propagation avec une vitesse oscillante. Nous avons trouvé un bon accord entre les observations expérimentales et les résultats d'un modèle simple bistable unidimensionnel forcé.

Abstract. In a bistable system, we study the front dynamics induced by a spatially periodic forcing and show that fronts exhibit a pinning effect. We consider a Liquid Crystal Light Valve with optical feedback, in which a quasi one-dimensional geometry and spatial modulations are imposed. We observe the existence of a pinning range and propagation with an oscillatory speed. A good agreement is found between experimental observations and numerical results obtained with a simple one-dimensional forced bistable model.

1 Introduction

Les systèmes hors équilibre, de façon générale, possèdent plusieurs états d'équilibre pour des paramètres fixés dépendant des conditions initiales. Cette propriété est appelée multistabilité et on désigne sous le terme de front les ondes non linéaires connectant différents états d'équilibre.

L'apparition de fronts est un phénomène assez général présent dans des diverses branches de la physique mais aussi en chimie ou encore en biologie. Pour ne donner que quelques exemples, on peut citer les fronts de solidification [1], les fronts dans les réactions chimiques oscillantes [2], ceux entre domaines magnétiques de spin différents [3], dans des systèmes mécaniques [4], les fronts de Fisher-Kolmogorov-Petrovsky-Piskunov observés en dynamique des populations [5] ou bien encore en hydrodynamique entre phase laminaire et phase turbulente [6]. D'un point de vue très général, l'apparition d'un front entre deux états correspond à un processus de nucléation d'une phase dans une autre au cours d'une transition de phase du premier ordre.

Si l'on considère des fronts connectant deux états homogènes stables, la dynamique est caractérisée par une propagation du front visant à diminuer la taille du domaine le moins stable énergétiquement. Il existe une seule valeur du paramètre de contrôle agissant sur la stabilité du front, pour laquelle il est immobile. Ce point pour lequel les deux états ont la même énergie, est appelé point de Maxwell [7]. La situation est complètement différente quand la bistabilité se produit entre un état homogène et un état périodique. Les systèmes ayant une telle propriété montrent un effet de blocage du front sur le réseau, appelé *agrafage* d'après Pomeau [8]. Indépendamment du fait qu'un état est plus favorable que l'autre, c'est la brisure de symétrie qui induit l'*agrafage* sur le réseau périodique. A notre connaissance, aucune mise en évidence expérimentale claire de cet effet n'a été présentée à ce jour. Nous proposons par la présente étude de montrer qu'il est possible d'observer le phénomène d'*agrafage* avec des fronts connectant deux états homogènes stables en présence d'une forçage spatial périodique. Dans une expérience d'optique non linéaire, nous avons étudié la dynamique de ce type de fronts en présence de modulations spatiales périodiques. Cette expérience est constituée d'un dispositif à cristaux liquides inséré dans une boucle de rétroaction optique. Une modulation spatiale sur les deux états du système est alors induite.

Nous observons une région d'agrafage du front et au-delà de cette région, le front se propage avec une vitesse oscillante. Nous avons comparé ces résultats expérimentaux à ceux obtenus avec un modèle unidimensionnel simple présentant de la bistabilité entre deux états homogènes (bifurcation fourche imparfaite étendue) en présence d'un forçage périodique. Pour ce modèle phénoménologique, nous avons trouvé une dynamique des fronts similaire à celle observée expérimentalement.

2 Dispositif et résultats expérimentaux

2.1 Expérience de la valve à cristaux liquides avec rétroaction optique

L'expérience que nous avons utilisée pour étudier la propagation de fronts est l'expérience de la valve à cristaux liquides avec rétroaction optique. Cette expérience permet d'avoir multistabilité entre différents états étendus et de générer des structures spatiales de géométrie plus ou moins complexe [9]. Un schéma du dispositif est donné par Fig.1. Dans cette étude, nous nous intéressons aux fronts entre deux états homogènes stables obtenus en l'absence de propagation libre ($L = 0$ cm) et en présence d'interférences de polarisation dans la boucle de rétroaction.

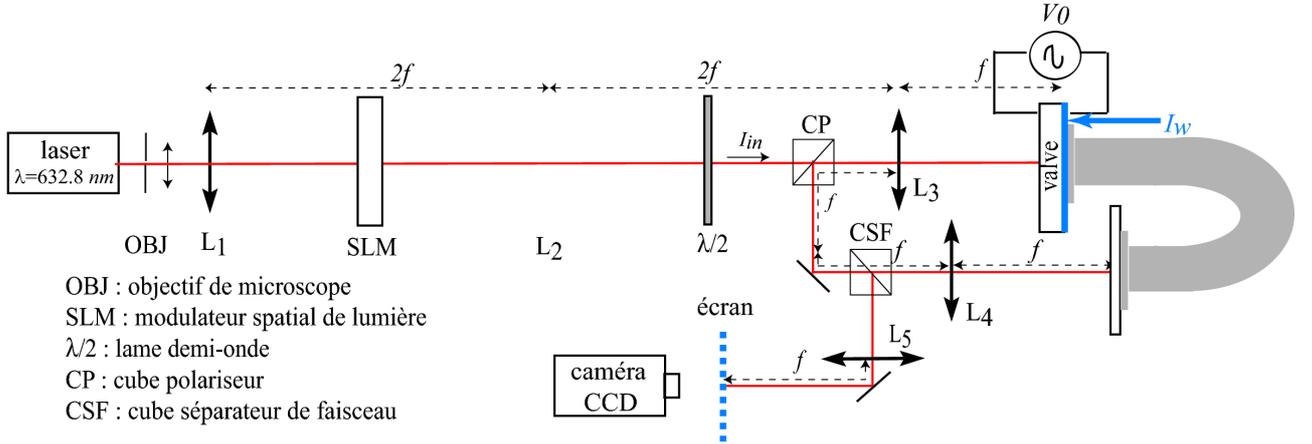


Fig. 1. Dispositif de la valve à cristaux liquides avec rétroaction optique.

La valve est constituée par un film mince de cristaux liquides nématiques interposé entre une lame de verre et une paroi photoconductrice. Elle se comporte comme un milieu de type Kerr et entraîne un changement d'indice de réfraction proportionnel à l'intensité lumineuse arrivant sur le photoconducteur. Une tension V_0 est appliquée aux bornes de la valve ; elle induit un champ électrique dans la direction duquel les molécules tendent à s'aligner. Lorsque la lumière traverse la valve, elle acquiert un déphasage $\phi = kdn_2|E|^2$ avec k le nombre d'onde de la lumière, d l'épaisseur du film de cristaux liquides, $n_2 < 0$ le coefficient non linéaire de la valve, qui est négatif ici car le milieu étant défocalisant et E l'amplitude de champ électrique.

2.2 Fronts entre états homogènes stables

En présence d'interférences de polarisation, on peut avoir bistabilité entre deux états d'orientation des molécules de cristaux liquides [9]. On observe alors dans la direction transverse un front entre les deux états, l'un que l'on qualifiera d'état bas et correspondant à l'état de plus basse intensité lumineuse et l'autre que l'on qualifiera d'état haut et correspondant à l'état de plus grande intensité. Pour une valeur

donnée du paramètre de contrôle V_0 , l'état le plus stable tend à envahir tout l'espace. Cette idée est illustrée par Fig.2 qui montre de façon schématique la forme du potentiel à gauche, au point de Maxwell V_{0M} et à droite de celui-ci, les diagrammes spatio-temporels correspondants ainsi que la direction de propagation du front. Les images à droite sont des profils d'intensité extraits de l'expérience.

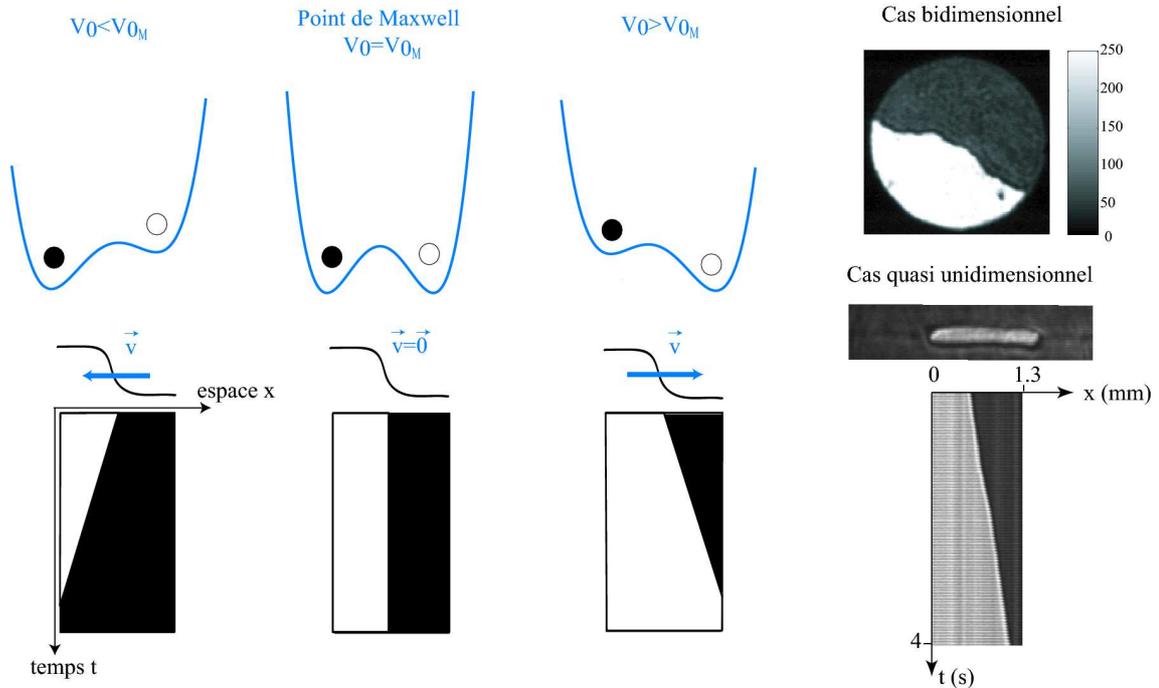


Fig. 2. A gauche : allure du potentiel et diagrammes spatio-temporels au point de Maxwell V_{0M} et de part et d'autre de celui-ci. A droite : fronts bidimensionnel, quasi-unidimensionnel et diagramme spatio-temporel associé.

2.3 Contrôle des fronts

Pour contrôler la dynamique des fronts et imposer un forçage périodique quasi-unidimensionnel, nous utilisons un modulateur spatial de lumière (SLM comme Spatial Light Modulator en anglais). Il s'agit d'un dispositif à cristaux liquides de résolution 1024×768 *XVGA* codé en 8 bits. Le SLM est placé dans le plan focal commun aux lentilles L_1 et L_2 (Fig.1) de façon à ce que son profil d'intensité soit envoyée directement dans la valve à cristaux liquides. Par ailleurs, le SLM est connecté à un ordinateur dont l'écran est reproduit sur l'écran du modulateur avec la même résolution. De cette façon, en affichant un profil d'intensité approprié sur l'écran de l'ordinateur et en ajustant sa position, on peut forcer une région de la valve avec un masque d'intensité parfaitement contrôlé. Les masques créés sous Matlab sont des images codées en niveaux de gris de 0 à 255 et sont ouvertes avec le logiciel ImageJ. Ils sont d'intensité nulle sauf sur une fine largeur $2d$ d'environ $100 \mu\text{m}$ et créent une modulation d'amplitude B et de longueur d'onde p autour de la valeur moyenne A soit :

$$I(x) = A + B \sin\left(\frac{2\pi x}{p}\right). \quad (1)$$

Pour $B = 0$, le masque est homogène le long de la bande de largeur $2d$. La tension V_0 joue le rôle de paramètre de contrôle et nous fixons l'intensité I_{in} à l'entrée de la valve. Nous pouvons aussi jouer sur les paramètres A , B et p du forçage spatial. Pour des valeurs de V_0 variant dans la zone de bistabilité

notée $[V_{B_1}, V_{B_2}]$, nous générons comme condition initiale un front de niveau de gris maximal soit 255 dont on ajuste la largeur en fonction des valeurs du paramètre de contrôle V_0 . Nous l'éteignons sur le masque homogène ($B = 0$) puis on recommence avec le masque périodique (B non nul). On vérifie si le système est bien bistable autour de V_{B_1} en envoyant un flash lumineux et en regardant si on peut allumer et éteindre le front. Autour de V_{B_2} , on procède de même mais en s'assurant surtout que l'état haut n'apparaît pas spontanément.

2.4 Résultats

Nous avons fait varier V_0 sur toute la zone de bistabilité et observé la propagation des fronts sans et avec forçage spatial. A partir des diagrammes spatio-temporels pour les différentes valeurs de tension,

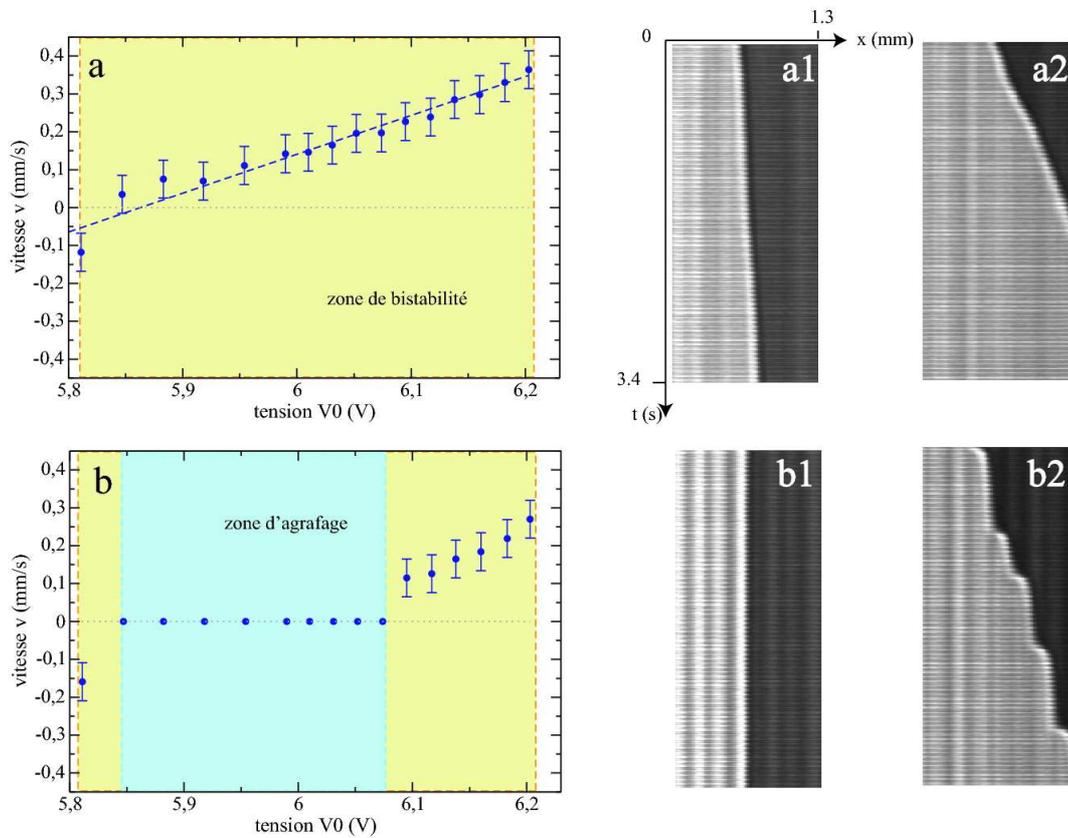


Fig. 3. a : vitesse moyenne du front en l'absence du forçage périodique ($B = 0$) ; b : vitesse moyenne du front en présence du forçage périodique (B non nul). a1-a2 : diagrammes spatio-temporels proche du point de Maxwell et pour $V_0 > V_{0,M}$ respectivement ; b1-b2 : diagrammes spatio-temporels à l'intérieur et à droite respectivement de la région d'agrafage.

nous avons mesuré la vitesse de propagation en fonction de V_0 (Fig 3.a.) et nous avons vérifié qu'autour du point de Maxwell la vitesse varie linéairement avec V_0 . En présence du forçage spatial, les mesures ont montré l'existence d'une plage de valeurs de V_0 pour laquelle le front ne se propage : il est agrafé sur le réseau. De part et d'autre de la région d'agrafage, le front se propage avec une vitesse oscillante (Fig 3.b.). Des diagrammes spatio-temporels pour les différentes régions de paramètres avec et sans forçage sont également donnés par Fig.3.

Nous avons testé l'influence de la longueur d'onde p du forçage périodique. Nous avons constaté que plus

p est grande, plus la région d'agrafage du front est étendue et plus la vitesse moyenne diminue comme l'illustre Fig.4. Un profil d'intensité suivant x est donné Fig.4.d.

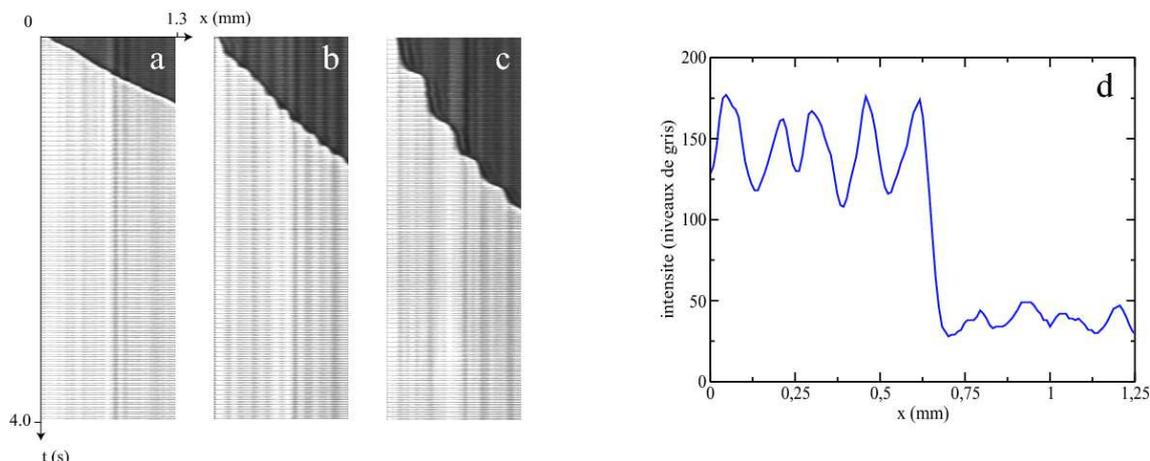


Fig. 4. Diagrammes spatio-temporels : a : sans forçage périodique ($B = 0$) ; b et c : avec forçage périodique pour $p \approx 0.14 \text{ mm}$ et $p = 0.28 \text{ mm}$ respectivement ; d : profil d'intensité suivant x .

3 Modèle phénoménologique

Le modèle prototype unidimensionnel que nous avons considéré est un modèle phénoménologique simple présentant bistabilité entre deux états homogènes stables en présence d'un forçage périodique. Il correspond à la forme normale d'une bifurcation fourche imparfaite étendue à laquelle on a rajouté une modulation périodique :

$$\partial_t u = \eta + \varepsilon u - u^3 + \partial_{xx} u + B \sin\left(\frac{2\pi x}{p}\right), \quad (2)$$

où u est le paramètre d'ordre, η le paramètre de brisure de symétrie, ε le paramètre de bifurcation, B l'amplitude du forçage périodique et p sa longueur d'onde. En l'absence de forçage, l'équation peut être caractérisée analytiquement. En particulier, la vitesse de propagation du coeur du front varie linéairement avec le paramètre η autour du point de Maxwell. En présence du forçage, les simulations numériques ont montré le même type de propagation que dans l'expérience : sur toute une plage de valeurs de η , le front ne se déplace pas à cause du phénomène d'agrafage (Fig.5 a). De part et d'autre de la région de blocage, le front se déplace avec une vitesse oscillante. Fig.5 b et d montrent pour deux longueurs d'ondes p_1 et p_2 différentes, la position du coeur du front en fonction du temps. On constate que plus la longueur d'onde p du forçage périodique est grande, plus la propagation en escalier est marquée et donc plus la vitesse est discontinue (Fig. 5 c et e). La caractérisation de la relation entre η et ε est en cours.

4 Conclusion

Dans cette étude, nous avons observé l'existence d'un phénomène d'agrafage pour des fronts connectant deux états homogènes stables en présence d'un forçage périodique. En particulier, dans l'expérience, nous avons montré qu'il est possible de réaliser un contrôle précis des fronts à l'aide du modulateur spatial de lumière. Cette étude ouvre de nombreuses perspectives concernant notamment les structures localisées de tailles différentes que l'on doit être possible de stabiliser dans la région d'agrafage. On devrait aussi pouvoir caractériser expérimentalement la bifurcation de type *serpent* [10]. Enfin, il serait intéressant de tester l'effet d'un bruit sur la propagation du front et le phénomène d'agrafage.

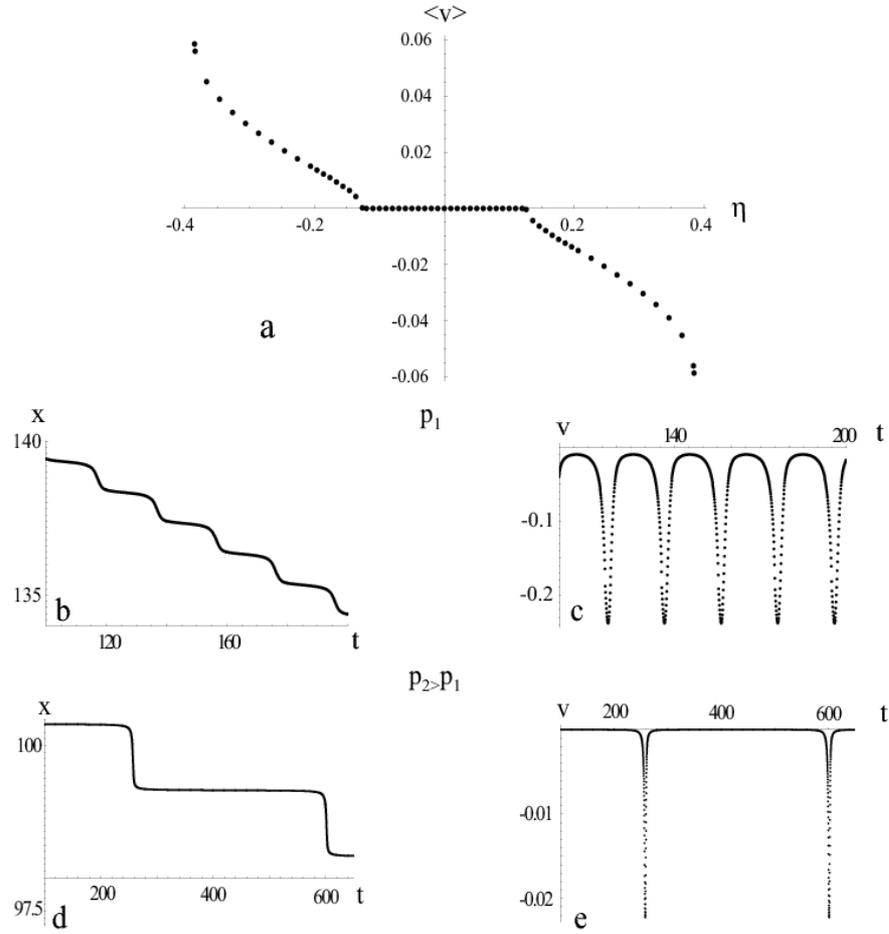


Fig. 5. a : vitesse moyenne $\langle v \rangle$ du coeur du front en fonction du paramètre de brisure de symétrie en présence d'un forçage périodique ; b et d (respectivement c et e) : position x (respectivement vitesse v) du coeur du front en fonction du temps pour deux valeurs différentes p_1 et p_2 de la longueur d'onde p , avec $p_1 < p_2$.

Remerciements R. G. Elías remercie la bourse "Becas de Estadías Cortas de Investigación de la Universidad de Chile" pour son soutien financier.

Références

1. J. S. LANGER, *Review of Modern Physics*, **52**, 1 (1980).
2. V. PETROV, Q. OUYANG & H. L. SWINNEY, *Nature*, **388**, 655 (1997).
3. A. H. ESCHENFELDER, *Magnetic bubble technology*, Springer series of solid states science, Springer-Verlag Berlin (1983).
4. P. B. UMBANHOWAR, F. MELO & H.L. SWINNEY, *Nature*, **382**, 793 (1996).
5. R. A. FISHER, *Ann. Eugenics*, **7**, 355 (1937) — A. KOLMOGOROV, I. PETROVSKY & P. PISKUNOV, *Bull. Univ. Moskou Ser. Int. Se. A*, **1**, 1 (1937).
6. M. SUSAN BLOOR, *Journal of Fluid Mechanics*, **19**, 290 (1963).
7. R. E. GOLDSTEIN, G. H. GUNARATNE, L. GIL & P. COULLET, *Physical Review A*, **43**, 6700 (1991).
8. Y. POMEAU, *Physica D*, **23**, 3 (1986).
9. S. RESIDORI, *Physics Report*, **416**, 201 (2005).
10. P. D. WOODS & A. R. CHAMPNEYS, *Physica D*, **129**, 147 (1999).