



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Estructuras localizadas disipativas

Marcel G. Clerc

SANTIAGO DE CHILE
MARZO DE 2013

Índice general

Índice general	3
1. Introducción	5
1.1. Paradigma de ondas no-lineales: <i>Ondas solitarias o Soliton</i>	6
1.1.1. Ondas lineales localizadas	8
1.2. Problema de Fermi-Pasta-Ulam	8
Bibliografía	9

Capítulo 1

Introducción

Los sistemas macroscópicos en equilibrio, es decir, sistemas compuestos por muchos constituyentes fundamentales aislados o en contactos con un termostato que puede intercambiar energía, partículas, momentum o alguna otra cantidad física, se caracterizan por exhibir equilibrios homogéneos temporalmente e uniformes espacialmente. Este tipo de equilibrio son conocidos como *equilibrio termodinámico* [1]. Perturbaciones locales de estos estados de equilibrio se caracterizan por exhibir ondas lineales que amortiguan su amplitud en función del tiempo. En la figura 1.1 se ilustra este tipo de perturbaciones. Este tipo de comportamientos se describen por medio de la ecuación de ondas o medio dispersivo con disipación.



Figura 1.1: Ondas amortiguadas observadas en el océano.

Por lo tanto los medios macroscópicos en equilibrio son medios ondulatorios dispersivos con disipación. Sin embargo, este tipo de comportamiento cambia drásticamente cuando uno hace perturbaciones de amplitud finita localizadas. Este tipo de perturbaciones localizadas puede dar origen a uno de los fenómenos paradigmático de la *Física No-Linear*, la emergencia y evolución de solitones.

1.1. Paradigma de ondas no-lineales: *Ondas solitarias o Soliton*

En 1834 la física tendrá un año celebre gracias a las observaciones del ingeniero escocés John Scott Russell, mientras realizaba experimentos para determinar el diseño más eficiente para los barcos de un canal, descubrió un fenómeno que él describió como la ola de traslación. En dinámica de fluidos esta ola o onda no-lineal ahora se llama *onda solitaria* o soliton. El descubrimiento se describe a continuación, en sus propias originales palabras *"Estaba observando el movimiento de un barco que estaba siendo trasladado rápidamente a lo largo de un estrecho canal por un par de caballos, cuando el barco se detiene repentinamente, lo que genera que una masa de agua en el canal se había puesto en movimiento, la cual estaba acumulada entorno a la proa de el barco, y de pronto deja atrás, rodando hacia adelante con gran velocidad, asumiendo la forma de una elevación solitaria grande, un montículo redondo, suave y bien definida de agua, la cual siguió su curso a lo largo del canal aparentemente sin cambio de forma o disminución de la velocidad. Lo seguí a caballo, y aún así superó en la propagación en a un ritmo de unos ocho o nueve millas por hora [14 km / h], conservando su figura original a unos treinta pies [9 m] de largo y un pie a un pie y la mitad [300-450 mm] de altura. Su altura fue disminuyendo gradualmente, y después de una persecución de una o dos millas [2.3 km] Lo perdí en los extremos del canal. Tal es, en el mes de agosto de 1834, fue mi primera oportunidad de ver este fenómeno singular y hermoso que he llamado la ola de traslación"*(John Scott Russel).

1.1. PARADIGMA DE ONDAS NO-LINEALES: ONDAS SOLITARIAS O SOLITON⁷

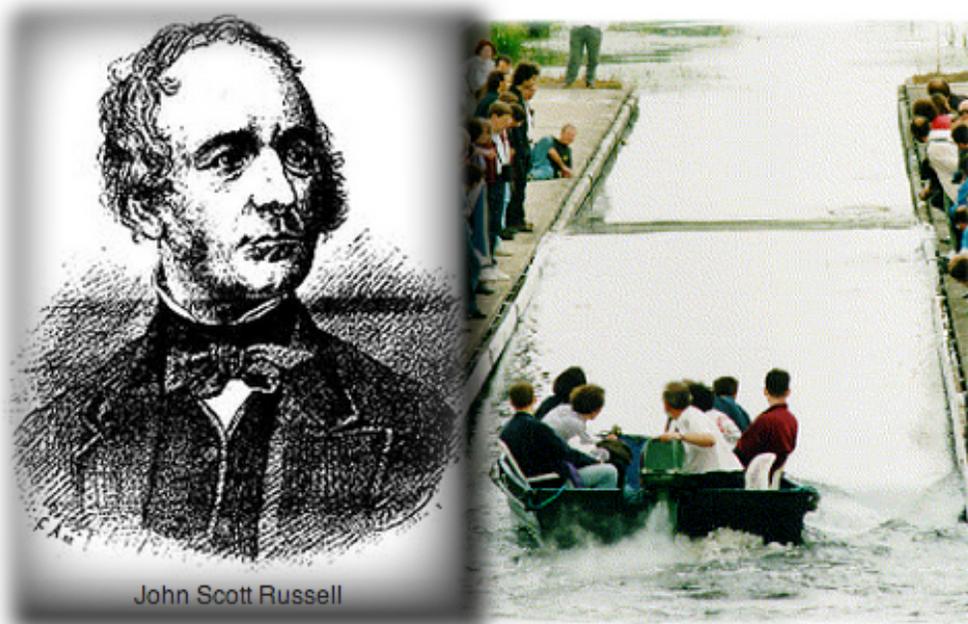


Figura 1.2: El ingeniero escocés John Scott Russell y una recreación de una onda solitaria similar aquella observada por Scott Russell.

En la figura 1.2 se ilustra un recreación de la onda solitaria observada por John Scott Russell.

Scott Russell posteriormente realizó investigaciones sistemáticas experimentales y teóricas de las ondas solitarias y concluyó: i) los solitones son estables, y pueden viajar a distancias muy grandes¹, ii) La velocidad depende del tamaño de la onda, y su anchura en la profundidad del agua. iii) A diferencia de las olas normales nunca se fusionarán, por lo que una pequeña onda es alcanzada por una grande, en lugar de la combinación de los dos. Si una onda es demasiado grande para la profundidad del agua, se divide en dos, uno grande y uno pequeño.

Observaciones: α) La primera caracterización simplemente la podemos entender como resultado que esta solución es una forma localizada de transporte de energía. En el caso idealizado de modelar este fenómeno por medio de ecuaciones Hamiltonianas [2], estas

¹Las olas normales tienden a aplanarse

soluciones se propagan sin deformación para siempre. Es importante notar que Scott Russell nota que estas soluciones están fuera del equilibrio en sus términos "Su altura (soliton) fue disminuyendo gradualmente, y después de una persecución de una o dos millas".

β) De su segunda observación podemos concluir que la forma se modifica en función de la cantidad de agua transportada, la cual es a su vez una manifestación de la conservación de energía y masa. Además es la primera manifestación del fenómeno no-lineal subyacente en los solitones, pues su velocidad no es la misma para solitones de diferente altura. Lo cual contradice el comportamiento típico de un medio ondulatorio lineal.

γ) La tercera observación es una manifestación del fenómeno no-lineal subyacente en los solitones. Las ondas lineales están caracterizadas por ser proporcionales a su causa, es decir, una perturbación de doble amplitud genera ondas de doble amplitud. Luego, la colisión de dos ondas no es la suma de sus respectivas amplitudes, hay fenómenos de desfase de sus posiciones sus máximos como veremos más tarde.

δ) Las ondas solitarias indeformables descritas por Scott Russell, son de una naturaleza unidimensional desde un punto de vista de su caracterización y dinámica, es decir, la dirección transversal no juega ningún rol relevante. Sin embargo si uno realiza una perturbación localizada sobre un lago, es decir ya no un sistema restringido unidimensional como es el caso del canal, no se observan ondas solitarias.

Es importante notar el espíritu de físico integral de Scott Russell quien a diferencia de muchos de sus contemporáneos y antecesores el realizó una actividad complementaria tanto experimental como teórica.

1.1.1. Ondas lineales localizadas

1.2. Problema de Fermi-Pasta-Ulam

Bibliografía

- [1] L.D. Landau, M.E. Lifshitz. *Course of theoretical Physics. Volume 9: Statistical Physics; Part 1.* (Oxford, Singapore, 1980).
- [2] L.D. Landau, M.E. Lifshitz, *Course of Theoretical Physics: Fluid Mechanics, Volume 6*