

Control I

Física Estadística FI22A-2006-02

Prof. Marcel G. Clerc
 Auxiliare: Rodrigo Navarro
 Tiempo: 3:00 Hrs.

PACS numbers:

1) ADN: Un modelo simple de ADN (ver figura), propuesto por Ch. Kittelen 1969, consiste en considerar dos cuerdas unidas por N enlaces uniformemente distribuidos. La energía para romper un enlace es E_0 .



FIG. 1: representación del ADN.

1-a Si la energía debida a los enlaces rotos es $E = nE_0$ ($n < N$), encuentre la entropía del sistema.

1-b Si el sistema esta en contacto con un baño térmico a temperatura T , es decir el ADN tiene temperatura T , cual es la el numero de enlaces rotos? [?]

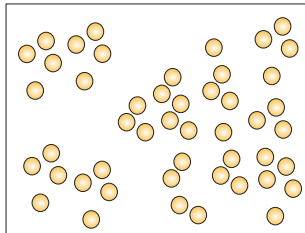


FIG. 2: Gas Bidimensional.

2) Gas bidimensional: Considere un gas bidimensional (ver Figura), es decir las partículas de este gas solo se mueven sobre un plano. Suponga que el sistema esta horizontal para despreciar el efecto de la gravedad. El

gas esta compuesto de N partículas idénticas de masa m . La energía esta relacionada con la temperatura por

$$E = \frac{2}{3}NKT.$$

2-a Encuentre la ecuación de estado si las colisiones con las paredes son especulares[?].

2-b A partir de esta relación anterior, muestre que si este gas bidimensional sufre una expansión adiabática satisface una relación $PV^\gamma = \text{constante}$ (P y V son la presión y el volumen de gas respectivamente), determine γ .

3) Gas ideal bajo la influencia del campo gravitatorio: Considere contenedor muy grande que tiene un gas ideal formado por partículas de masa m a temperatura fija T . Este sistema esta bajo la influencia del campo gravitatorio (ver Figura).

3-a Cuando el sistema esta en equilibrio, encuentre la distribución de densidad y la presión como función de la altura[?].

3-b Si la atmósfera estuviera en equilibrio y se aplicara el resultado anterior, estime a que distancia la densidad seria despreciable (argumente su respuesta). La densidad del aire a nivel del piso es 1.3 kg/m^3 .



FIG. 3: Gas bajo la influencia del campo gravitatorio

[1] Indicación use la aproximación de Stirling $\log(p!) \approx p \log(p) - p$.
 [2] Justifique claramente todos sus argumentos.

[3] INDICACION: puede ser útil establecer el balance de fuerzas de un disco de volumen infinitesimal

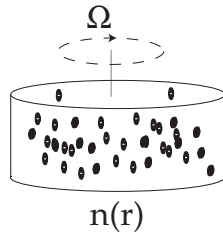
Examen

Física Estadística FI22A-2006-02

Prof. Marcel G. Clerc, Auxiliar: Rodrigo Navarro
Tiempo: 3:00 Hrs.

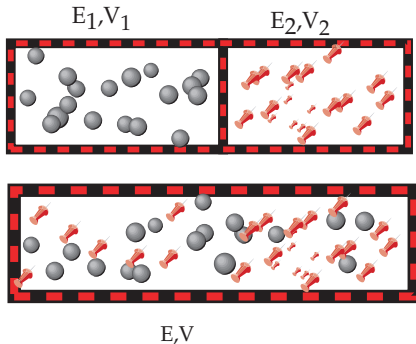
PACS numbers:

1) *Galaxia espiral:* Una galaxia espiral esta compuesta por un gran numero de cuerpos celestes, los cuales están girando entorno a un centro, *centro de la galaxia* (cf. figura). Para entender la dinámica de este tipo de sistemas es vital entender la distribución de cuerpos celeste. Un modelo simple que da cuenta de este tipo de galaxia es considerar un gas ideal a temperatura T , de partículas idénticas de masa m , el cual esta dentro de un cilindro que esta girando a velocidad angular constante Ω (en el sistema del cilindro, considere que el gas esta girando a velocidad angular Ω).



Encuentre la distribución de densidad y la presión como función de la distancia radial y grafique estas funciones[?].

2) *Mezclar o Amalgamar:* Considere un contenedor el cual tiene dos cámaras de volumen V_1 y V_2 , respectivamente, separada por una pared adiabática, y sin poros (cf. Figura). Cada una de estas cámaras es llenada con gases ideales a con energías E_1 y E_2 , y numero de partículas N_1 y N_2 , respectivamente. Luego la energía y volumen total del sistema son $E = E_1 + E_2$ y $V = V_1 + V_2$.



2-a Encuentre la entropía del sistema $S(N_1, N_2, V_1, V_2, E_1, E_2)$.

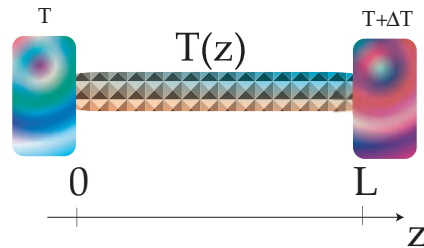
2-b Si es eliminada la pared adiabática, encuentre la entropía del sistema $S(N_1, N_2, E, V)$, a partir de esta expresión calcule la temperatura y presión de la amalgama de estos gases (mezcla).

3) *Ecuación no lineal del Calor:* Considere una barra de largo L , la cual esta en contacto con dos termostatos es sus extremos a temperatura T y $T + \Delta T$, respectivamente (ver figura). Por medio de la teoría cinética deducimos que el coeficiente de conductividad térmica tiene la forma $K = nlc\sqrt{2kT/27m}$, donde n densidad de partícula, l camino libre medio, k constante de Boltzmann, T temperatura, m masa de las partículas, c capacidad calorica de una partícula (constante).

3-a Si la capacidad calorica por unidad de volumen no depende de la temperatura, escriba la ecuación no lineal del calor.

3-b Encuentre el perfil estacionario de la barra, es decir, encuentre como cambia la temperatura de la barra en función solo de la coordenada longitudinal (z , ver figura).

3-c En el caso de suponer que la rapidez promedio de los elementos de la barra ($\langle v \rangle$) no depende la temperatura $K = nl \langle v \rangle c/3$, que forma toma el perfil en este caso y como se compara este resultado con el anterior.



[1] IND.: puede ser útil establecer el balance de fuerzas de un anillo de volumen infinitesimal.

Control II

Física Estadística FI22A-2006-02

Prof. Marcel G. Clerc
 Auxiliare: Rodrigo Navarro
 Tiempo: 3:00 Hrs.

PACS numbers:

I. RAYO DE PARTÍCULAS

Considere un gas ideal de densidad $n = N/V$ en equilibrio, inicialmente a temperatura T , el cual está encerrado en un volumen V por medio de paredes adiabáticas. En un instante se abre un orificio pequeño de área A en una pared por el cual pueden escapar las partículas del gas. El tamaño del orificio es tal que el gas al interior siempre se puede considerar en equilibrio termodinámico[1].

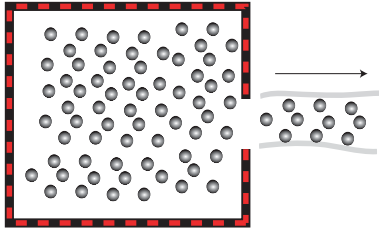


FIG. 1: Flujo de partículas de un reservorio térmico.

1-a Calcule el número de partículas que sale por unidad de tiempo al inicio del proceso.

1-b Calcule la cantidad de energía que sale por el orificio por unidad de tiempo al inicio del proceso.

1-a En base a los resultados anteriores, diga si el gas se enfría o calienta debido al escape de las partículas.

II. GASES REALES A BAJAS TEMPERATURAS

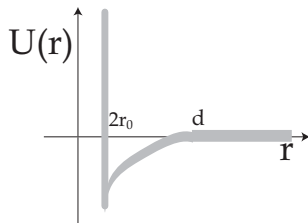


FIG. 2: Potencial internolecular.

Para dar cuenta de la ecuación de estado de gases reales a bajas temperaturas. Considere que el potencial de intermolecular esta bien aproximado por

$$U(r) = \begin{cases} +\infty & r \leq 2r_0 \\ \frac{U_{min}}{(d^3 - (2r_0)^3)} (r^3 - d^3) & 2r_0 \leq r < d \\ 0 & r > d \end{cases}$$

Este potencial es ilustrado en la figura 2. Dado que las temperaturas no son baja U_{min} es del mismo orden que kT . Luego la aproximación usada en clase $U_{min}\beta \ll 1$ no es valida.

Encuentre la ecuación de estado para este potencial, para esto calcule el segundo término del virial.

III. PROBLEMA 1: GAS DE FOTONES

Considere un gas monoatómico *relativista* de $3N$ partículas, cuya relación de energía momentum es $\epsilon = pc$ [2], donde c es la velocidad de la luz. Muestre que si este gas es unidimensional, entonces su función de partición es:

$$Z(V, T, N) = \frac{1}{3N!} \left[2L \left\{ \frac{kT}{hc} \right\} \right]^{3N} \quad (1)$$

donde L es la longitud del sistema y h la constante de Planck. Además luego calcule la energía libre de Helmholtz, la presión y la ecuación de estado de este gas.

[1] INDICACIÓN: la distribución del numero de partícula es $f(\vec{v}) = N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT}$, donde N es el numero de partícula.

[2] Los fotones son "partículas de luz" que su energia cinetica es lineal con el momentum.

Examen

Física Estadística FI22A-2007-02

Prof. Marcel G. Clerc

Auxiliare: Rodrigo Navarro & Gabriel Elias

Tiempo: 3:00 Hrs.

Todos sus argumentos deben estar claramente especificados.

PACS numbers:

I. PUNTO CRÍTICO DE UN GAS REAL

Considere la ecuación de estado de van der Waals, descrita por

$$\left(P + \frac{aN}{V}\right)(V - Nb) = NkT,$$

donde P , N y T son la presión, número de partículas, y temperatura, respectivamente. Expanda en potencia de la densidad ($\rho = N/V$) hasta el tercer término del virial, *ecuación de van der Waals cúbica*.

Un sistema es mecánicamente estable, si la presión como función de la densidad es monótona creciente e inestable cuando tiene una compresibilidad negativa.

- Encuentre la relación que debe satisfacer a , b y T , para la cual la curva de presión densidad deja de ser monótona y que valor toma la densidad y presión (punto crítico).
- La densidad crítica es la densidad a partir de la cual el sistema exhibe una transición de fase, interprete físicamente esta densidad como función de a , b y T

II. ENTROPÍA DE GAS TRI-ATÓMICO

Considere un gas ideal aislado en un volumen V , temperatura T , y formado por N moléculas tri-atómicas no interactuantes. Cada una de estas moléculas está formada por tres átomos co-lineales de iguales masas m y separados por una distancia constante d (ver figura), es decir, los átomos están siempre en la misma línea.

- Encuentre el número de micro estados accesible que tiene este sistema a esta temperatura como función de N , U y V , donde U es la energía interna [1].
- Muestre que el número de microestado satisface el principio de Nernst.

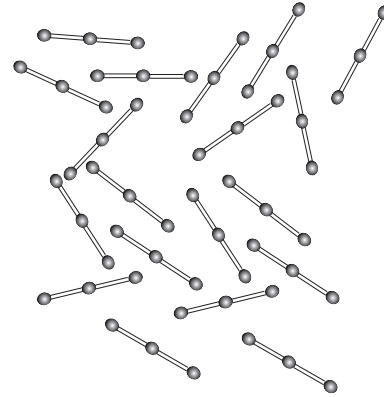
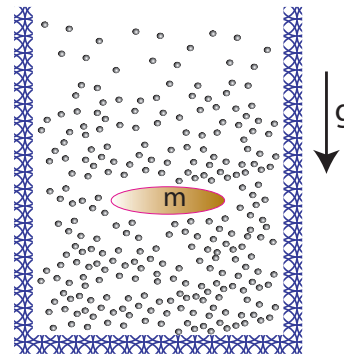


FIG. 1: Gas Tri-atómico.

III. FLOTACIÓN TÉRMICA

Considere una columna de gas semi infinita a temperatura T , bajo la influencia de un campo gravitatorio constante g , a la cual se le agrega un cuerpo de masa m (ver figura).



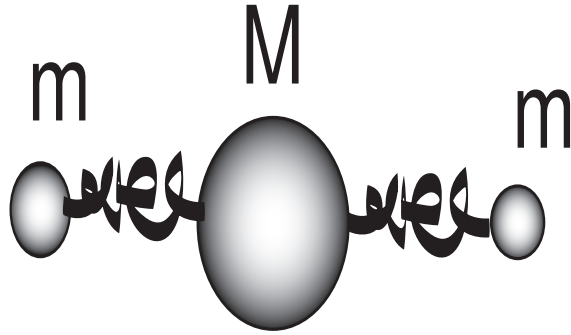
Encuentre la altura media a la cual el objeto se encuentra, debido a las fluctuaciones térmicas del gas y analice físicamente su dependencia como función de la temperatura, la masa y g .

[1] Indicación calcule la entropía.

EJERCICIO 9
FÍSICA ESTADÍSTICA FI22A-2007-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: RODRIGO NAVARRO & GABRIEL ELIAS

Molécula de Dióxido de carbono: Considere un gas de unidimensional de moléculas de dióxido de carbono (ver figura), la cual se modela como tres partículas de masa M y m , respectivamente, ligadas por dos resortes ideales de largo natural despreciable y constante elástica k .

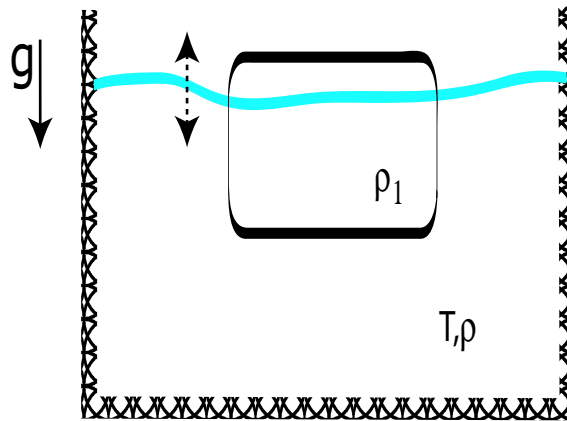


Encuentre la capacidad calórica a volumen constante de un gas de N partículas en contacto con un termostato a temperatura T .

EJERCICIO 7
FÍSICA ESTADÍSTICA FI22A-2007-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: RODRIGO NAVARRO & GABRIEL ELIAS

Corcho : Un recipiente contiene un líquido de densidad ρ . Sobre el líquido se coloca un corcho cilíndrico de altura h , radio R y de densidad ρ_1 ($\rho_1 < \rho$). Como consecuencia del principio de Arquímedes¹, el corcho flota, ver figura.



Si el fluido está a temperatura T , encuentre la distancia típica a la cual el corcho está fluctuando con respecto al nivel del líquido debido a las fluctuaciones térmicas.

Dificultad 3.0 .

¹Sobre el corcho hay una fuerza proporcional al volumen del fluido desplazado.

Examen

Física Estadística FI22A-2007-02

Prof. Marcel G. Clerc

Auxiliare: Rodrigo Navarro & Gabriel Elias

Tiempo: 3:00 Hrs.

Todos sus argumentos deben estar claramente especificados.

PACS numbers:

I. PUNTO CRÍTICO DE UN GAS REAL

Considere la ecuación de estado de van der Waals, descrita por

$$\left(P + \frac{aN}{V}\right)(V - Nb) = NkT,$$

donde P , N y T son la presión, densidad, y temperatura, respectivamente. Expanda en potencia de la densidad ($\rho = N/V$) hasta el tercer término del virial, *ecuación de van der Waals cúbica*.

Un sistema es mecánicamente estable, si la presión como función de la densidad es monótona creciente e inestable cuando tiene una compresibilidad negativa.

- Encuentre la relación que debe satisfacer a , b y T , para la cual la curva de presión densidad deja de ser monótona y que valor toma la densidad y presión (punto crítico).
- La densidad crítica es la densidad a partir de la cual el sistema exhibe una transición de fase, interprete físicamente esta densidad como función de a , b y T

II. ENTROPÍA DE GAS TRI-ATÓMICO

Considere un gas aislado en un volumen V , temperatura T , y formado por N moléculas tri-atómicas. Cada una de estas moléculas está formada por tres átomos colineales de iguales masas m y separados por una distancia constante d (ver figura), es decir, los átomos están siempre en la misma línea.

- Encuentre el número de micro estados accesible que tiene este sistema a esta temperatura como función de N , U y V , donde U es la energía interna [1].
- Muestre que el número de microestado satisface el principio de Nernst.

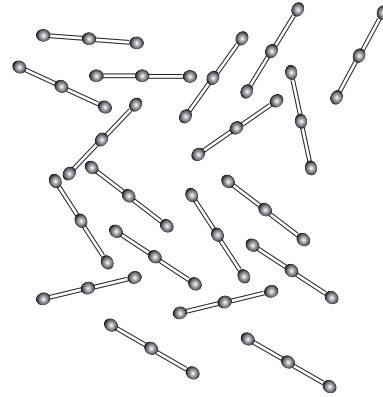
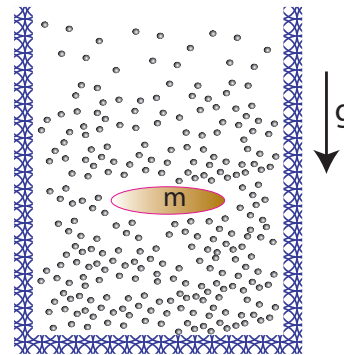


FIG. 1: Gas Tri-atómico.

III. FLOTACIÓN TÉRMICA

Considere una columna de gas semi infinita a temperatura T , bajo la influencia de un campo gravitatorio constante g , a la cual se le agrega un cuerpo de masa m (ver figura).



Encuentre la altura media a la cual el objeto se encuentra debido a las fluctuaciones del gas y analice físicamente su dependencia como función de la temperatura, la masa y g .

[1] Indicación calcule la entropía.

Examen

Física Estadística FI22A-2007-02

Prof. Marcel G. Clerc
Auxiliare: Rodrigo Navarro & Gabriel Elias
Tiempo: 3:00 Hrs.

PACS numbers:

I. GASES REALES

Para dar cuenta de la ecuación de estado de gases reales a bajas temperaturas. Considere que el potencial intermolecular esta bien aproximado por

$$U(r) = \begin{cases} +\infty & r \leq 2r_0 \\ U_{\min} \frac{e^{-\alpha r/kT}}{r^2} & 2r_0 \leq r < d \\ 0 & r > d \end{cases}$$

Este potencial es ilustrado en la figura ??.

Encuentre la ecuación de estado para este potencial, para esto calcule el segundo término del virial. Además determine si este gas exhibe una transición de fase

interior la célula tiene M cationes negativos a presión y temperatura P y T (ver figura). Para poder desarrollar sus procesos biológicos la membrana celular permite el intercambio de cationes.

Si la célula tiene un tamaño V_2 (volumen) y por motivo de simplicidad considere que los cationes son un gas ideal, Encuentre:

a) La Entropía del sistema, antes y después del intercambio de cationes

b) Calcule el potencial el potencial químico

FIG. 1: Potencial intermolecular.

II. OSMOSIS

Una célula esta inmersa en un fluido de volumen V_1 con N cationes positivos, (partículas cargadas de masa m), a temperatura y presión T y P , respectivamente. En su

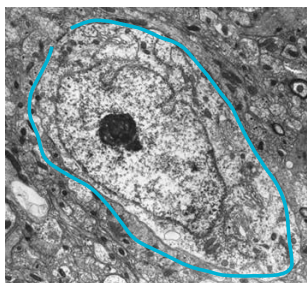


FIG. 2: Célula.

III. PROBLEMA 1: GAS DE FOTONES

Considere un gas monoatómico *relativista* de $3N$ partículas, cuya relación de energía momento es $\epsilon = pc$. Los fotones son "partículas de luz" que su energía cinética es lineal con el momento. Donde c es la velocidad de la luz. Muestre que si este gas es unidimensional, entonces su función de partición es:

$$Z(V, T, N) = \frac{1}{3N!} \left[2L \left\{ \frac{kT}{hc} \right\} \right]^{3N} \quad (1)$$

donde L es la longitud del sistema y h la constante de Planck. Además luego calcule la energía libre de Helmholtz, la presión y la ecuación de estado de este gas.

Control I

Física Estadística FI22A-2007-02

Prof. Marcel G. Clerc
 Auxiliare: Rodrigo Navarro & Gabriel Elias
 Tiempo: 3:00 Hrs.

PACS numbers:

1) Plasma Un plasma es un gas formado por partículas cargadas eléctricamente. Considere un plasma aislado formado por N electrones (ver figura). Si extraer un electrón tiene un costo de energía ϵ .

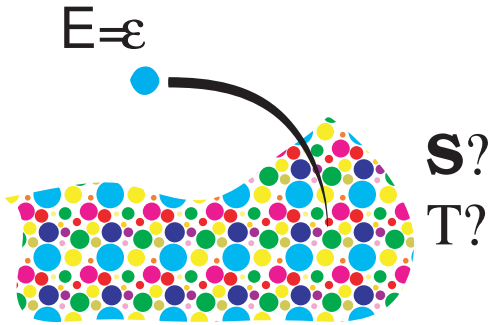


FIG. 1: representación de un plasma.

1-a Si al plasma se le extraen m electrones ($m \leq N$), encuentre la entropía de este sistema asociada a este proceso de extracción.

1-b Grafique la entropía como función de m e interprete como cambia esta como función de m .

1-c Encuentre la temperatura como función de m e interprete los valores que la temperatura obtiene como función de m .

RECOMENDACIÓN use la aproximación de Stirling.

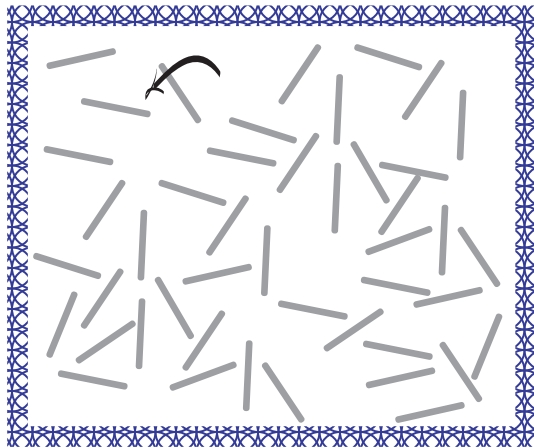


FIG. 2: Gas Nemático Bidimensional.

2) Gas Nemático: Considere un gas bidimensional formado por N moléculas tipo bastones alargadas, los cuales se pueden trasladarse y girar (Ver figura). Estos bastones tienen masa m y momento de inercia I .

Si el sistema está aislado y tiene temperatura T ,

2-a Encuentre la distribución de velocidades (traslaciones y angular) de las partículas.

2-b Encuentre la distribución de rapidez, calcule la moda y el promedio.

2-c Calcule dispersión (desviación estándar) para la velocidad en la dirección horizontal

2-d Encuentre el promedio de la velocidad angular al cuadrado.

3) Pistón Considere un embolo cilíndrico de radio R , formado por paredes adiabáticas el cual tiene un gas ideal de N partículas. La pared móvil del embolo de masa m se coloca un resorte de largo natural l_0 y constante elástica K (ver figura). El extremo fijo del resorte está a una distancia L de la pared fija del embolo.

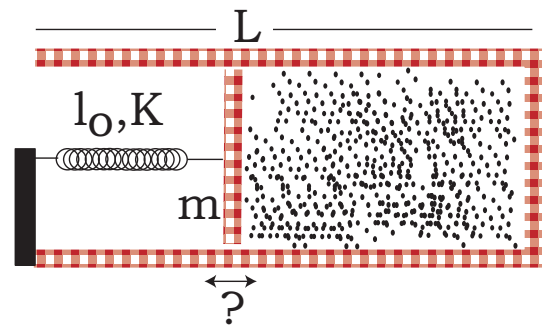


FIG. 3: Embolo.

Si el gas tiene una temperatura T ,

3-a Calcule la distancia típica entre las cueles el pistón fluctuación.

INDICACIÓN: encuentre la posición de equilibrio entre el resorte y el gas.

Examen

Termodinámica FI2004-2009-02

Prof. Marcel G. Clerc
Auxiliares: Daphnea Iturra & Ignacio Ortega
Tiempo: 3:00 hrs.

PACS numbers:

I. MOLÉCULA DE ADN

La molécula de ADN es uno de los grandes descubrimientos científicos del siglo pasado. Descrita primero por James Watson y Francis Crick en 1953. El ADN (ácido dioxiribonucleico) es una molécula muy larga de doble cadena que se dobla en una hélice como una escalera en espiral (cada cadena está compuesta de una columna de azúcar-fosfato y numerosos quimicos base juntados en pares, ver figura).

Considere una molécula de ADN al interior de un gas ideal a temperatura T . Para dar cuenta de la dinámica de esta molécula la podemos modelar como una cuerda infinita de extremos fijos sumergida en el gas. Debido a las fluctuaciones atómicas, la "cuerda" puede vibrar. Esta vibración es descrita en termino de los modos normales de la cuerda, los cuales están rotulados por un parámetro continuo, el numero de onda k (el cual es inverso a la distancia entre dos máximos consecutivos). En la figura se ilustran distintos modos normales de la cuerda.

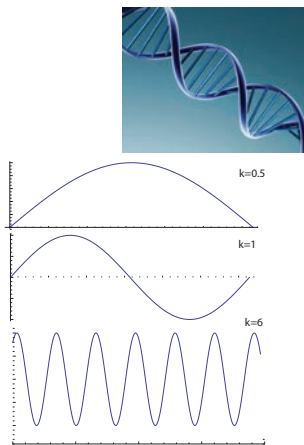


FIG. 1: modos de vibración ADN.

Si la energía asociada a un modo normal es

$$E = \frac{A^2 v^2 k^2}{2},$$

donde v es velocidad de la propagación de las perturbaciones sobre la cuerda, y A la amplitud de deformación de los modos por unidad de masa, por simplicidad considere que es constante. Encuentre la energía media de la molécula de ADN como función de la temperatura

II. ENTROPIA DE UN GAS IDEAL.

Considere un gas ideal, formado por N partículas idénticas de masa m al interior de un volumen V . Las cuales están a una temperatura T .

Encuentre la entropía que caracteriza este gas, determine el numero de micro-estados que caracteriza este sistema y comente como los micro-estados cambian en función de del volumen, temperatura y numero de partículas[1].

III. PLACA CONDUCTORA.

Considere una placa metálica de espesor despreciable de dimensiones a y b de ancho y largo, respectivamente. Si la placa esta en contacto con dos termostato de temperatura T y $T + \Delta T$, como se ilustra en la figura. Deduzca la ecuación del calor de la placa [1], la cual describe como fluye el calor de un termostato al otro.

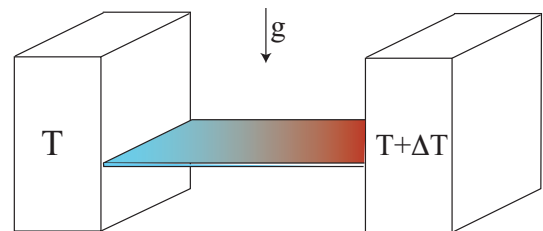


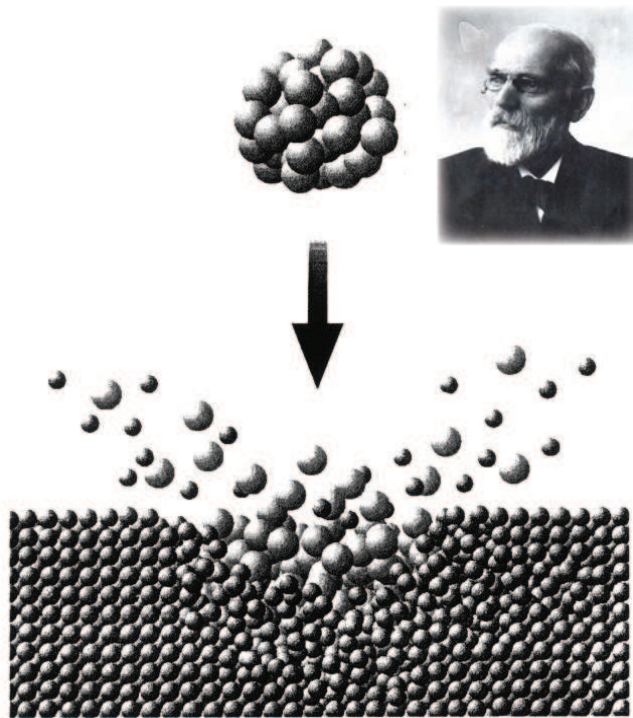
FIG. 2: Ecuación del Calor.

[1] Debe justificar claramente todos sus argumentos, en caso que no sean indicados no serán considerados

EJERCICIO 13
TERMODINÁMICA FI2004-2009-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: DAPHNEA ITURRA & IGNACIO ORTEGA
TIEMPO: 20 MINUTOS.

Teorema del virial : Cuando la interacción entre gases es relevante el modelo de gas ideal deja de ser una apropiada descripción, un buen modelo en estos casos es la ecuación de van der Waals. En la figura se ilustra una interacción compleja.



A partir de la ecuación de estado de van der Waals, encuentre el segundo término del virial.

EJERCICIO 12
TERMODINÁMICA FI2004-2009-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: DAPHNEA ITURRA & IGNACIO ORTEGA
TIEMPO: 30 MINUTOS.

Proceso adiabático de una gas real: Encuentre la ecuación que caracteriza un proceso adiabático para una gas real descrito por la ecuación de estado de Van der Waals de capacidad calórica constante C_v .

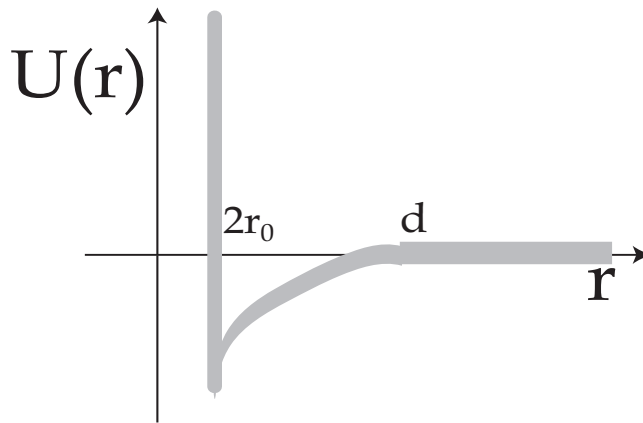
EJERCICIO 11
TERMODINÁMICA FI2004-2009-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: DAPHNEA ITURRA & IGNACIO ORTEGA
TIEMPO: 45 MINUTOS.

Ecuación de estado Para dar cuenta de la ecuación de estado de gases reales a bajas temperaturas. Considere que el potencial intermolecular esta aproximado por

$$U(r) = \begin{cases} +\infty & r \leq 2r_0 \\ U_{\min} \frac{e^{-\alpha r/kT}}{r^2} & 2r_0 \leq r < d \\ 0 & r > d \end{cases}$$

Este potencial es ilustrado en la figura.



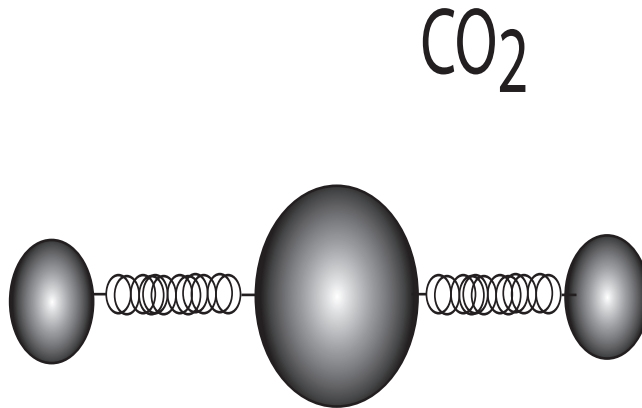
Encuentre la ecuación de estado para este potencial, para esto calcule el primer término del virial $B_1(T)$.

EJERCICIO 10
TERMODINÁMICA FI2004-2009-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: DAPHNEA ITURRA & IGNACIO ORTEGA
TIEMPO: 45 MINUTOS.

Dioxido de Carbono El óxido de carbono (IV), también denominado dióxido de carbono, gas carbónico y anhídrido carbónico, es un gas cuyas moléculas están compuestas por dos átomos de oxígeno y uno de carbono (ver figura). Su fórmula química es CO_2 .

Esta molécula puede ser modelada clásicamente por tres partículas de masa M_O y M_C , conectadas por resortes ideales de constante natural k y de largo natural l_o , los cuales solo se pueden deformarse solo en la dirección radial entre las partículas



Si el gas esta en 3 o 2 dimensiones, determine la capacidad calórica a volumen constante.

EJERCICIO 9
TERMODINÁMICA FI2004-2009-02

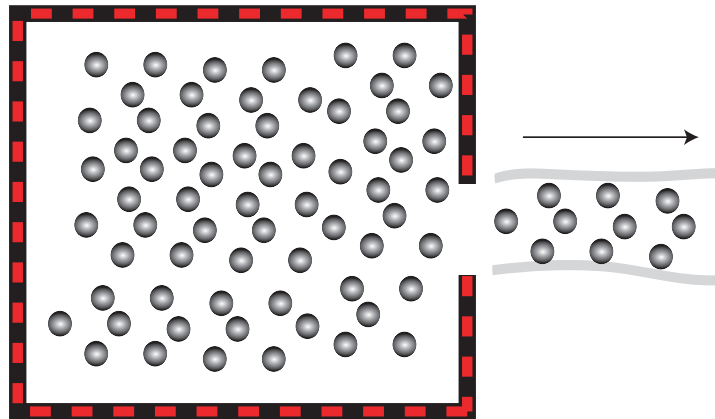
PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: DAPHNEA ITURRA & IGNACIO ORTEGA
TIEMPO: 45 MINUTOS.

Consecuencias de la Segunda ley: Muestre que la energía interna de un material cuya ecuación de estado tiene la forma $p = f(V)T$ es independiente del volumen, donde p es la presión, T la temperatura y $f(v)$ es una función solo de V , la cual es diferenciable.

EJERCICIO 8
TERMODINÁMICA FI2004-2009-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: DAPHNEA ITURRA & IGNACIO ORTEGA
TIEMPO: 45 MINUTOS.

Rayo de partículas Considere un gas ideal de densidad $n = N/V$ en equilibrio, inicialmente a temperatura T , el cual está encerrado en un volumen V por medio de paredes adiabáticas. En un instante se abre un orificio pequeño de área A en una pared por el cual pueden escapar las partículas del gas. El tamaño del orificio es tal que el gas al interior siempre se puede considerar en equilibrio termodinámico¹.



1-a Calcule el número de partículas que sale por unidad de tiempo al inicio del proceso.

1-b Calcule la cantidad de energía que sale por el orificio por unidad de tiempo al inicio del proceso.

1-c En base a los resultados anteriores, diga si el gas se enfría o calienta debido al escape de las partículas.

Dificultad 4.5.

¹INDICACIÓN: la distribución del número de partícula es $f(\vec{v}) = N \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT}$, donde N es el número de partícula.

EJERCICIO 8
TERMODINÁMICA FI2004-2009-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: DAPHNEA ITURRA & IGNACIO ORTEGA
TIEMPO: 45 MINUTOS.

Rayo de partículas Considere un gas ideal de densidad $n = N/V$ en equilibrio, inicialmente a temperatura T , el cual está encerrado en un volumen V por medio de paredes adiabáticas. En un instante se abre un orificio pequeño de área A en una pared por el cual pueden escapar las partículas del gas. El tamaño del orificio es tal que el gas al interior siempre se puede considerar en equilibrio termodinámico¹.

file=RayoParticulas.eps,width=5.0 cm

FIGURE 1. Flujo de partículas de un reservorio térmico.

1-a Calcule el número de partículas que sale por unidad de tiempo al inicio del proceso.

1-b Calcule la cantidad de energía que sale por el orificio por unidad de tiempo al inicio del proceso.

1-a En base a los resultados anteriores, diga si el gas se enfría o calienta debido al escape de las partículas..

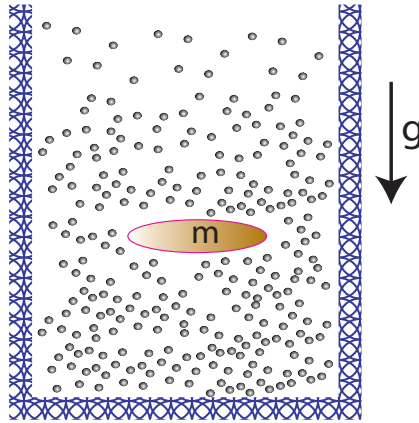
Dificultad 4.5.

¹INDICACIÓN: la distribución del número de partículas es $f(\vec{v}) = N \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT}$, donde N es el número de partículas.

EJERCICIO 6
TERMODINÁMICA FI2004-2009-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: DAPHNEA ITURRA & IGNACIO ORTEGA
TIEMPO: 40 MINUTOS.

Flotación térmica: Considere una columna de gas semi infinita a temperatura T , bajo la influencia de un campo gravitatorio constante g , a la cual se le agrega un cuerpo de masa m (ver figura).



Encuentre la altura media a la cual el objeto se encuentra, debido a las fluctuaciones térmicas del gas y analice físicamente su dependencia como función de la temperatura, la masa y g ¹.

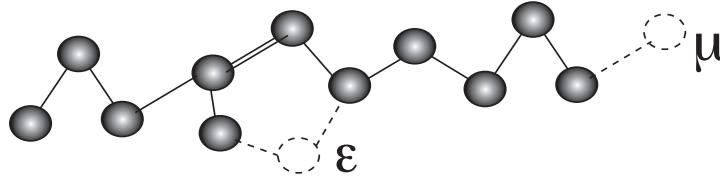
Dificultad 4.0.

¹Justifique explícitamente y claramente sus argumentos

EJERCICIO 5
TERMODINÁMICA FI2004-2009-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: DAPHNEA ITURRA & IGNACIO ORTEGA
TIEMPO: 35 MINUTOS.

Polímero con defectos: Considere una molécula de un polímero lineal, al cual se pueden adherir un átomo de un material en un extremo o en el centro de la molécula con una energía μ y ε , respectivamente, ver figura.



Si uno considera que hay un gas con N moléculas poliméricas con una energía $E = n\mu + m\varepsilon$ asociada a los defectos, donde n y m son números enteros. Encuentre la entropía de este gas de polímeros.

EJERCICIO 4
TERMODINÁMICA FI2004-2009-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: DAPHNEA ITURRA & IGNACIO ORTEGA
TIEMPO: 35 MINUTOS.

Gas Monoatómico: un gas monoatómico, el cual esta constituido por átomos redondos, en buena medida su ecuación de estado es descrita por la ecuación de van der Waals

$$P = \frac{NKT}{V - b} - \frac{a}{V^2},$$

donde P es la presión, T la temperatura, N numero de partículas, $\{a, b\}$ parámetros que caracterizan la interacción entre los átomos. La energía interna es descrita por la siguiente expresión

$$U = \frac{3}{2}NKT - \frac{a}{V}.$$

Si inicialmente el gas esta a temperatura T_1 y volumen V_1 . Considere que el gas se expande adiabáticamente hasta ocupar un volumen V_2 , encuentre cual es la temperatura final del gas.

EJERCICIO 3
TERMODINÁMICA FI2004-2009-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: DAPHNEA ITURRA & IGNACIO ORTEGA
TIEMPO: 40 MINUTOS.

Gas unidimensional: Considere un gas formado de N esferas de masa m distribuida uniformemente y radio R , las cuales se mueve sobre un canal horizontal unidimensional de largo l y sección transversal πR^2 . Las esferas chocan elásticamente entre ellas y las paredes de los bordes (ver figura).

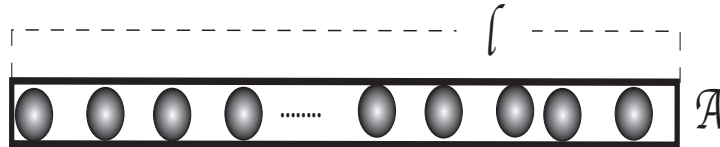


FIGURE 1. Gas de esferas unidimensional

Definiendo apropiadamente la temperatura y considerando que las esferas se mueve unidimensionalmente (en la dirección del canal). Encuentre la ecuación de estado de este sistema¹.

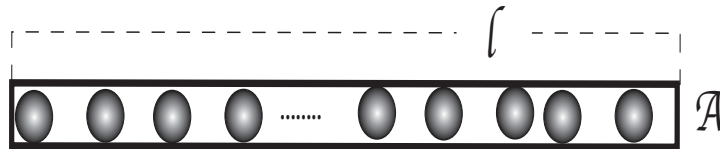
Dificultad 4.0.

¹Explicite claramente sus argumentos.

EJERCICIO 2
TERMODINÁMICA FI2004-2009-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: DAPHNEA ITURRA & IGNACIO ORTEGA
TIEMPO: 40 MINUTOS.

Gas unidimensional: Considere un gas formado de N partículas de masa m , las cuales se mueve sobre un canal horizontal unidimensional de largo l y sección transversal A . Las partículas chocan elásticamente entre ellas y las paredes de los bordes (ver figura).



Definiendo apropiadamente la temperatura y considerando que las partículas se mueve unidimensionalmente (en la dirección del canal). Encuentre la ecuación de estado de este sistema¹.

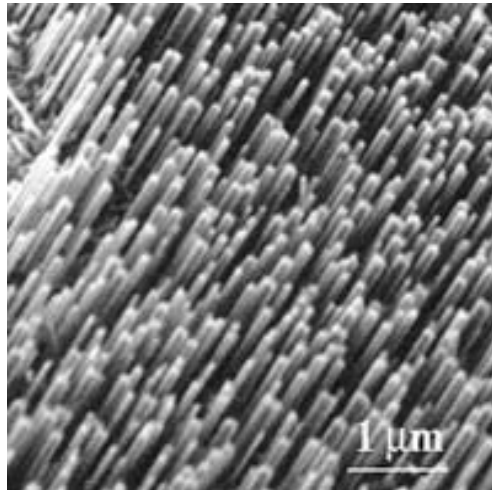
Dificultad 5.0.

¹Explicite claramente sus argumentos.

EJERCICIO 1
TERMODINÁMICA FI2004-2009-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: DAPHNEA ITURRA & IGNACIO ORTEGA
TIEMPO: 25 MINUTOS.

Nano hilo: La ingeniería hoy en día esta muy interesada en desarrollar aparatos a escala nanométrica. Para estimar la cantidad de constituyentes con los cuales la Ingeniería debe manipular a este escala considere un hilo magnético de diámetro de un nanometro ($10^{-9}m$) y largo $5\mu m$ ($1\mu m=10^{-6}m$) como se ilustra en la figura.



Encuentre el numero de átomos que constituyen este nano hilo.

Control II

Termodinámica FI2004-2009-02

Prof. Marcel G. Clerc
Auxiliares: Daphnea Iturra & Ignacio Ortega
Tiempo: 3:00 hrs.

RECOMENDACIÓN: Escriba con buena caligrafía sus respuestas, justifique claramente todos sus argumentos y analice cuidadosamente sus resultados.

PACS numbers:

I. GAS DIATÓMICO

Considere un gas formado por N moléculas diatómicas en un volumen V . Cada molécula se modela clásicamente como dos partículas conectadas por un resorte ideal de largo L_0 y constante elástica k , el cual solo se puede deformar en su dirección longitudinal (Ver figura).

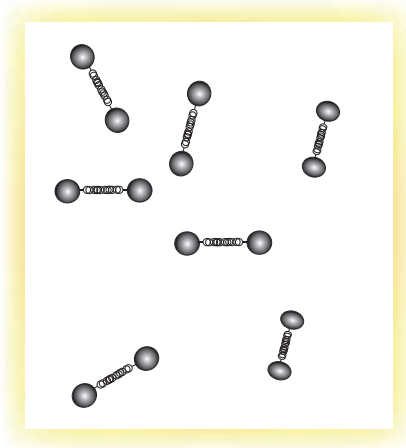


FIG. 1: Gas diatómico.

Si el gas está a temperatura T :

1-a Encuentre la función partición que caracteriza este sistema.

1-b Encuentre la ecuación de estado del gas.

1-c Calcule la relación entre la energía interna y la temperatura, analice su resultado.

II. PÉNDULO.

Considere un péndulo ideal de largo natural L y masa puntual m . El cual está inmerso en un gas a temperatura T , bajo la influencia del campo gravitacional.

Debido a las colisiones microscópicas el péndulo oscila en forma errante en torno a la posición vertical.

2-a Determine el ángulo típico de fluctuación[1].

2-b Si los parámetros de sistema son $L = 10\text{cm}$, $m = 200\text{gr}$, y $T = 320\text{K}$.

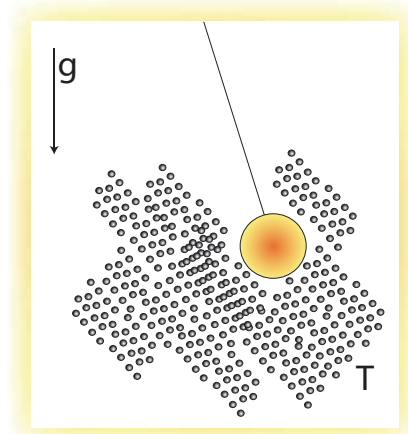


FIG. 2: Péndulo.

III. GAS REAL.

Considere un gas de N partículas de masas m , al interior de un volumen V . Las cuales tienen una interacción muy débil, caracterizada por un potencial de interacción de pares de la forma

$$U(r) = \zeta e^{-\alpha r^2},$$

donde r es la coordenada que caracteriza la distancia entre un par de partículas, ζ es un pequeño parámetro que caracteriza la interacción, el cual tiene dimensiones de energía y α es un parámetro que caracteriza una longitud característica de interacción, el cual tiene dimensiones de inverso de longitud al cuadrado.

En el límite de interacción débil, $\zeta \ll 1$, encuentre la ecuación de estado a primer orden en ζ que caracteriza este gas real.

[1] Justifique claramente todos sus argumentos.

Control I

Termodinámica FI2004-2009-02

Prof. Marcel G. Clerc
 Auxiliares: Daphnea Iturra & Ignacio Ortega
 Tiempo: 3:00 hrs.

PACS numbers:

I. PRESIÓN DE NEUMÁTICO

En el diseño de un neumático es fundamental conocer su distribución de velocidades y la presión al interior. Por simplicidad considere que un neumático está compuesto de dos cilindros concéntricos de radios R_1 y R_2 , y de altura h . Entre los dos cilindros considere que hay un gas de N partículas de masa m , ver figura.

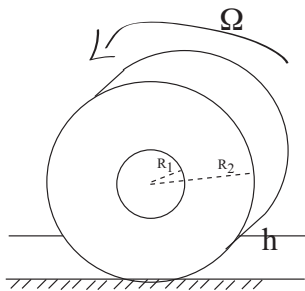


FIG. 1: Neumático.

Si los dos cilindros giran simultáneamente con frecuencia angular Ω muy grande (desprecie los efectos gravitacionales), encuentre la distribución de velocidades y para altas temperatura encuentre la presión como función de la distancia radial [1].

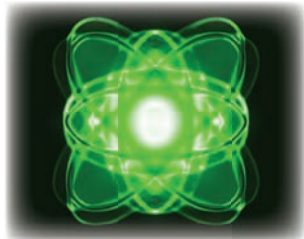


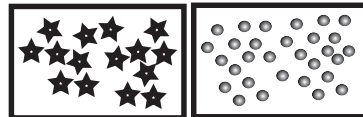
FIG. 2: Gas de fotones.

II. GAS DE FOTONES.

Las partículas que forman la luz se denominan fotones, una propiedad fundamental de los fotones es que la energía satisface $E = \hbar p$, donde p es el módulo del momento y \hbar la constante de Planck.

Se considera una cavidad plana (la luz está al interior de un plano o región plana del espacio), donde hay N fotones al interior. Encuentre la ecuación de estado que caracteriza este gas[2].

Estado inicial



Estado final



FIG. 3: Interacción de sistemas.

III. INTERACCIÓN DE SISTEMAS.

Considere dos sistemas que inicialmente no están en contacto (ver figura), cada uno de ellos está caracterizado por una energía U_i y volumen V_i , donde el índice $i = \{1, 2\}$. Si ambos sistemas se colocan en contacto por medio de una pared móvil y real, es decir, la pared permite intercambio de energía y momento.

Encuentre las condiciones de equilibrio térmico e interprete las relaciones[3].

[1] INDICACIÓN: puede ser útil establecer el balance de fuerzas de un anillo de volumen infinitesimal.

[2] INDICACIÓN: Puede ser útil calcular la función de partición de una partícula Z_1 y aproximar la función de partición de N

partículas como $Z_N \approx Z_1^N$.

[3] Debe justificar claramente todos sus argumentos, en caso que no sean indicados no serán considerados

Examen Termodinámica FI2004-2015

Prof. Marcel G. Clerc & Auxiliar Alejandro Leon,
Tiempo: 3:00 hrs. *Justifique explícitamente y claramente sus argumentos.*

PACS numbers:

I. MEZCLAR O AMALGAMAR

Considere un contenedor el cual tiene dos cámaras de volumen V_1 y V_2 , respectivamente, separada por una pared adiabática, y sin poros (cf. Figura). Cada una de estas cámaras es llenada con gases ideales a con energías E_1 y E_2 , y número de partículas N_1 y N_2 , respectivamente. Luego la energía y volumen total del sistema son $E = E_1 + E_2$ y $V = V_1 + V_2$.

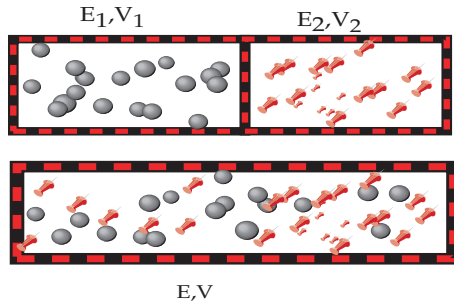


FIG. 1: Contenedor de gases

2-a Encuentre la entropía del sistema $S(N_1, N_2, V_1, V_2, E_1, E_2)$.

2-b Si es eliminada la pared adiabática, encuentre la entropía del sistema $S(N_1, N_2, E, V)$, a partir de esta expresión calcule la temperatura y presión de la amalgama de estos gases (mezcla).

II. GAS RELATIVISTA BI-DIMENSIONAL:

Considere una gas formado por N partículas idénticas relativistas en un volumen V en dos dimensiones, las cuales tienen una energía

$$E = \sum_{i=1}^N mcv_i,$$

donde m es la masa de una partícula, c es la velocidad de la luz y v_i la rapidez de la i -ésima partícula ($v_i = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ de la i -ésima partícula)

Usando el formalismo de la función partición encuentre la ecuación de estado, la entropía y potencial químico.

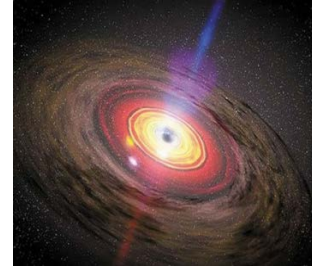


FIG. 2: estrella.

III. GAS IDEAL BAJO LA INFLUENCIA DEL CAMPO GRAVITATORIO

Considere contenedor muy grande que tiene un gas ideal formado por partículas de masa m a temperatura fija T . Este sistema está bajo la influencia del campo gravitatorio (ver Figura).

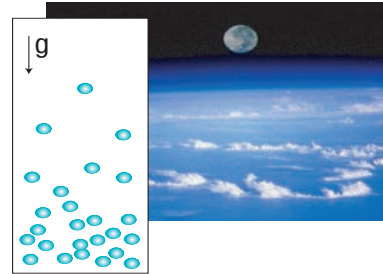


FIG. 3: Gas bajo la influencia del campo gravitatorio

3-a Cuando el sistema está en equilibrio, encuentre la distribución de densidad y la presión como función de la altura (INDICACION: puede ser útil establecer el balance de fuerzas de un disco de volumen infinitesimal).

3-b Si la atmósfera estuviera en equilibrio y se aplicara el resultado anterior, estime a qué distancia la densidad sería despreciable (argumente su respuesta). La densidad del aire a nivel del piso es 1.3 kg/m^3 .

EJERCICIO 9
TERMODINÁMICA FI2004-2015

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: ALEJANDRO LEÓN
TIEMPO: 40 MINUTOS.

Gas relativista tridimensional: Considere una gas formado por N partículas idénticas relativistas en un volumen V , las cuales tienen una energía

$$E = \sum_{i=1}^N mcv_i,$$

donde m es la masa de una partícula, c es la velocidad de la luz y v_i la rapidez de la i -ésima partícula ($v_i = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ de la i -ésima partícula)

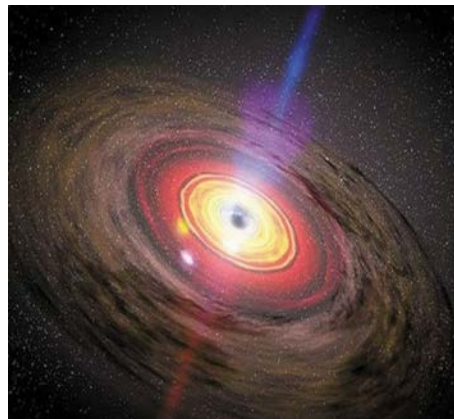


FIGURE 1. estrella.

Usando el formalismo de la función partición encuentre la ecuación de estado y la entropía.

EJERCICIO 8
TERMODINÁMICA FI2004-2015

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: MARIO AGUILAR
TIEMPO: 35 MINUTOS.

Nadador: Considere una columna de gas semi infinita a temperatura T , bajo la influencia de un campo gravitatorio constante g , a la cual se le agrega un cuerpo de masa m (ver figura).

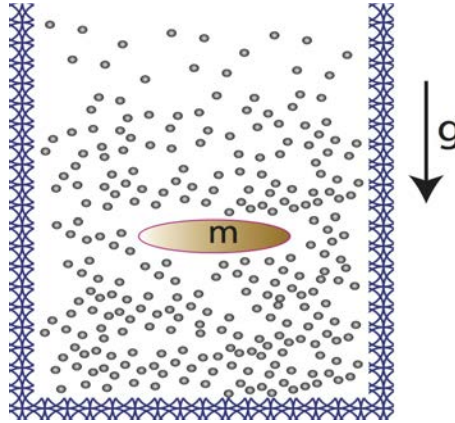


FIGURE 1. Nadador en un fluido.

Encuentre la distribución de la altura para el cuerpo externo y determine la altura media a la cual el objeto se encuentra, debido a las fluctuaciones térmicas del gas y analice físicamente su dependencia como función de la temperatura, la masa y g ¹.

Dificultad 4.0.

¹Justifique explícitamente y claramente sus argumentos

EJERCICIO 7
TERMODINÁMICA FI2004-2015

PROF. MARCEL G. CLERC
 AUXILIARES: MARIO AGUILAR
 TIEMPO: 35 MINUTOS.

Plasma: Un plasma es un gas formado por partículas cargadas eléctricamente. Considere un plasma aislado formado por N electrones (ver figura). Si extraer un electrón tiene un costo de energía ϵ .

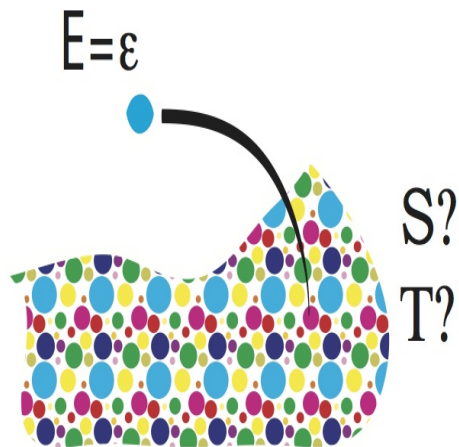


FIGURE 1. Representación esquemática de un plasma.

1-a Si al plasma se le extraen m electrones ($m \leq N$), encuentre la entropía de este sistema asociada a este proceso de extracción.

1-b Grafique la entropía como función de m , y interprete cómo cambia esta como función de m .

1-c Encuentre la temperatura como función de m e interprete los valores que la temperatura obtiene como función de m .

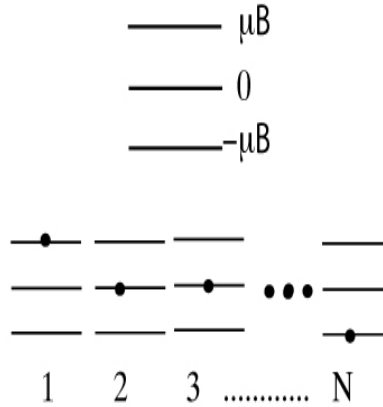
RECOMENDACIÓN use la aproximación de Stirling ($\log n! = n \log n - n$, $n \gg 1$).



EJERCICIO 5
TERMODINÁMICA FI2004-2015

PROF. MARCEL G. CLERC (& ALEJANDRO LEÓN)
AUXILIARES: MARIO AGUILAR
TIEMPO: 30 MINUTOS.

Sistema de tres niveles: Considere un sistema el cual esta caracterizado por tener átomos de tres estados, con energía μB , 0 y $-\mu B$, respectivamente (ver representación en la figura).



Si uno considera un sistema de N átomos, ¿Cuál es el número de configuraciones con energia $E = (2n - N - m)\mu B$?

EJERCICIO 5
TERMODINÁMICA FI2004-2015

PROF. MARCEL G. CLERC (& ALEJANDRO LEÓN)
AUXILIARES: MARIO AGUILAR
TIEMPO: 30 MINUTOS.

Proceso adiabático: Cuando un objeto se comprime adiabáticamente o térmicamente, estos procesos se caracteriza, respectivamente, por los coeficientes de compresión adiabático y térmico

$$(0.1) \quad \kappa_{ad} = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_{ad}$$

$$(0.2) \quad \kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

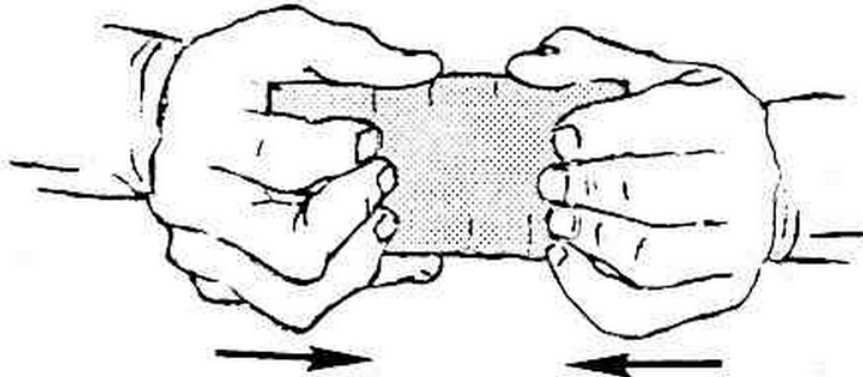
donde $\{V, P\}$ son el volumen y la presión respectivamente.

Muestre que se satisface la relación

$$\kappa_{ad} = \frac{C_v}{C_p} \kappa_T$$

con $\{C_P, C_v\}$ la capacidades calóricas a volumen y presión constante.

Dificultad 5.0.





Física
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

EJERCICIO 4 TERMODINÁMICA FI2004-2015

PROF. MARCEL G. CLERC (& ALEJANDRO LEÓN)
AUXILIARES: MARIO AGUILAR
TIEMPO: 30 MINUTOS.

Proceso adiabático: Considere un gas ideal, el cual se expande cuasi-estáticamente y adiabáticamente. Muestre que se satisface la relación de Poisson

$$PV^\gamma = \text{Constante},$$

donde $\gamma \equiv C_p/C_v$. Para esto, se le recomienda que considere que el gas se expande (comprime), asuma que el calor específico es constante y el proceso es adiabático.



EJERCICIO 3 TERMODINÁMICA FI2004-2009-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: MARIO AGUILAR
TIEMPO: 30 MINUTOS.

Gas real: Considere un gas en el cual la interacción entre partículas no son despreciable, este tipo de sistemas obedece la ecuación de Dieterici

$$P = \frac{nRT}{V - nb} \text{Exp}\left(-\frac{na}{RTV}\right),$$

donde P es la presión, V el volumen, T la temperatura absoluta, n número de partículas en moles, R constante de los gases, a y b parámetros que caracterizan propiedades del gas. Se define el punto crítico de un gas con un punto de inflexión de la curva $P(V)$, es decir primera y segunda derivada con respecto al volumen igual a cero. Es en este tipo de punto crítico que el gas puede exhibir coexistencia entre diferentes estados

Calcule la presión, temperatura y volumen en el punto crítico.



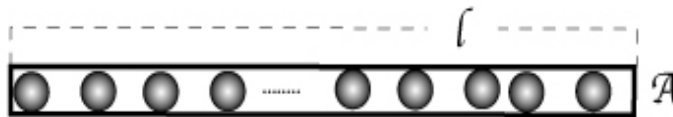
fcfm

Física
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

EJERCICIO 2 TERMODINÁMICA FI2004-2009-02

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: MARIO AGUILAR
TIEMPO: 40 MINUTOS.

Gas unidimensional: Considere un gas formado de N partículas de masa m , las cuales se mueve sobre un canal horizontal unidimensional de largo l y sección transversal A . Las partículas chocan elásticamente entre ellas y con las paredes de los bordes (ver figura). Es decir, cuando colisionan conservan la energía y momento.



Definiendo apropiadamente la temperatura y considerando que las partículas se mueve unidimensionalmente (en la dirección del canal). Encuentre la ecuación de estado de este sistema¹.

Dificultad 5.0.

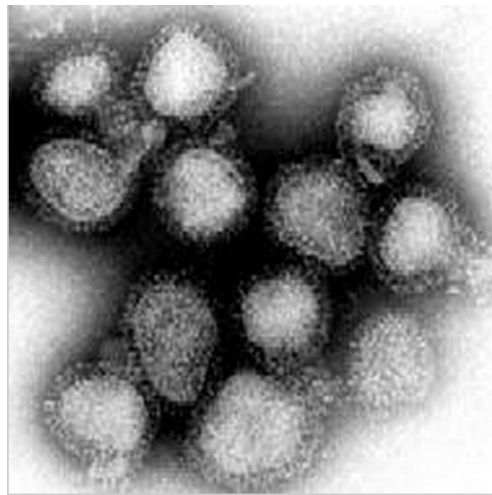
¹Explícite claramente sus argumentos.



EJERCICIO 1
TERMODINÁMICA FI2004-2015-01

PROF. MARCEL G. CLERC
AUXILIARES: MARIO AGUILAR
TIEMPO: 25 MINUTOS.

Virus: Los síntomas de la gripe en humanos fueron descritos por Hipócrates hace unos 2.400 años. Desde entonces el virus ha causado, además de la epidemia anual, numerosas pandemias. Para calibrar la complejidad de los virus considere que el virus de la gripe es esférico y mide 300 nm ($1 \text{ nm} = 1 \text{ nanometro} = 10^{-9} \text{ m}$). En la figura se ilustra un visrus de gripe.



- Estime el número de átomos que constituyen este Virus.
- Estime el número de virus que podrían llenar un humano hueco, como usted cree eso se compara con el numero de células (tamaño células $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$).

Control II Termodinámica FI2004-2015

Prof. Marcel G. Clerc,
Auxiliares: Alejandro León,

Tiempo: 3:00 hrs. *Justifique explícitamente y claramente sus argumentos.*

PACS numbers:

I. RAYO DE PARTÍCULAS

Considere un gas ideal de densidad $n = N/V$ en equilibrio, inicialmente a temperatura T , el cual está encerrado en un volumen V por medio de paredes adiabáticas. En un instante se abre un orificio pequeño de área A en una pared por el cual pueden escapar las partículas del gas. El tamaño del orificio es tal que el gas al interior siempre se puede considerar en equilibrio termodinámico.

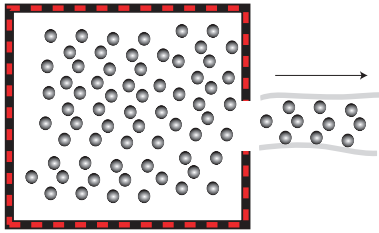


FIG. 1: Flujo de partículas de un reservorio térmico.

1-a Calcule el número de partículas que sale por unidad de tiempo al inicio del proceso.

1-b Calcule la cantidad de energía que sale por el orificio por unidad de tiempo al inicio del proceso.

1-a En base a los resultados anteriores, diga si el gas se enfría o calienta debido al escape de las partículas.

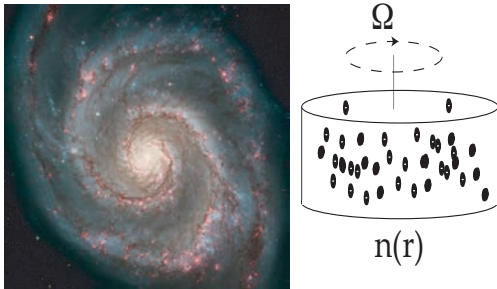


FIG. 2: Modelo de galaxia.

II. GALAXIA ESPIRAL:

Una galaxia espiral esta compuesta por un gran número de cuerpos celestes, los cuales están girando entorno a un centro, *centro de la galaxia* (cf. figura 2). Para entender la dinámica de este tipo de sistemas es vital entender la distribución de cuerpos celeste. Un modelo simple que da cuenta de este tipo de galaxia es considerar un gas ideal a temperatura T , de partículas idénticas de masa m , el cual esta dentro de un cilindro que esta girando a velocidad angular constante Ω , considere que el gas esta girando a velocidad angular Ω .

Encuentre la distribución de densidad y la presión como función de la distancia radial y grafique estas funciones[1].

III. ADN

Un modelo simple de ADN (ver figura 3), propuesto por Ch. Kittelen 1969, consiste en considerar dos cuerdas unidas por N enlaces uniformemente distribuidos. La energía para romper un enlace es E_0 .



FIG. 3: Representación del ADN.

1-a Si la energía debida a los enlaces rotos es $E = nE_0$ ($n < N$), encuentre la entropía del sistema.

1-b Si el sistema esta en contacto con un baño térmico a temperatura T , es decir el ADN tiene temperatura T , cual es la el numero de enlaces rotos? [2]

[1] Indicación: puede ser útil establecer el balance de fuerzas de un anillo de volumen infinitesimal.

[2] Indicación use la aproximación $\log(p!) \approx p \log(p) - p$.

Control I Termodinámica FI2004-2015

Prof. Marcel G. Clerc,
Auxiliares: Mario Aguilar,

Tiempo: 3:00 hrs. *Justifique explícitamente y claramente sus argumentos.*

PACS numbers:

I. PROCESO ADIABÁTICO

Considere un gas ideal, el cual se expande cuasi-estáticamente y adiabáticamente. Muestre que se satisface la relación de Poisson

$$PV^\gamma = \text{Constante},$$

donde P es la presión, V es el volumen, $\gamma \equiv C_p/C_v$, y $C_{\{p,v\}}$ es la capacidad calorífica, respectivamente, a presión o volumen constante. Para esto, se le recomienda que considere que el gas se expande (comprime), y asuma que el calor específico es constante.

II. GAS BIDIMENSIONAL:

Considere un gas bidimensional (ver Figura 1), es decir, un sistema compuesto de N partículas que se mueven sobre un plano sin fricción. Suponga que el sistema está horizontal para despreciar el efecto de la gravedad. El gas está compuesto de N partículas idénticas de masa m . La energía está relacionada con la temperatura (T) por $E = NKT$ donde K es la constante de Boltzmann.

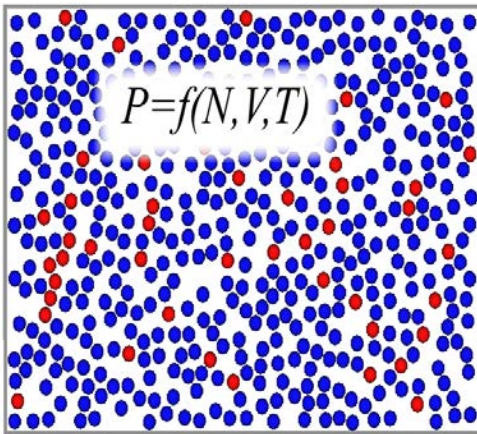


FIG. 1: Gas ideal bidimensional.

Encuentre la ecuación de estado (relación entre presión P , N , T y volumen V) si las colisiones con las paredes son especulares.

III. MODELO SIMPLE DE PISTÓN

Un modelo simplificado del pistón de un motor es considerar un embolo cilíndrico de radio R , formado por paredes adiabáticas el cual tiene un gas ideal de N partículas. La pared móvil del embolo de masa m se coloca un resorte de largo natural l_0 y constante elástica K (ver figura 2). El extremo fijo del resorte está a una distancia L de la pared fija del embolo.

Si el gas tiene una temperatura T , calcule la distancia típica entre las cuales el pistón fluctúa[1].

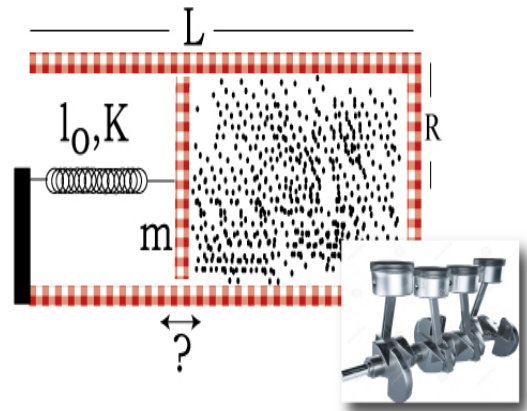


FIG. 2: Modelo simple de embolo.

[1] Indicación: encuentre la posición de equilibrio entre el resorte y el gas.