

Profesor: Patricio Aceituno

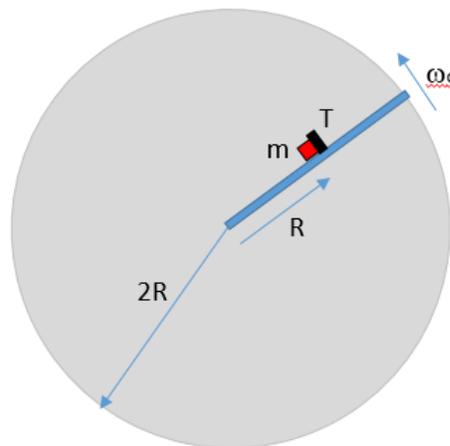
Auxiliares: Javier Huenupi, Edgardo Rosas

Considere un bloque de masa m que se encuentra sobre una plataforma circular horizontal de radio $2R$, con la cual no tiene roce. El bloque se mueve sobre la plataforma impulsado por una barra que rota con velocidad angular constante ω_0 . La barra tiene un tope T que sujeta el bloque, de modo que éste rota junto con la barra a una distancia R del eje de rotación.

- Determine la fuerza que la barra ejerce sobre el bloque
- Determine la fuerza que el tope ejerce sobre el bloque

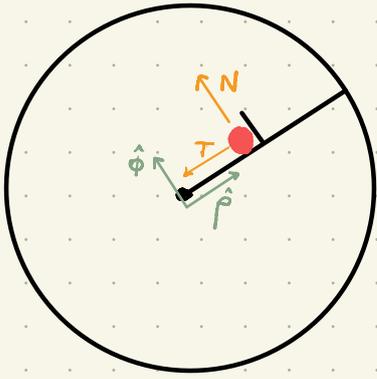
En algún momento el tope se levanta y el bloque empieza a deslizar a lo largo de la barra. Para el instante en que el bloque llega al extremo de la barra, determine:

- Componente radial ($d\rho/dt$) de la velocidad del bloque
- Magnitud de la velocidad total
- Fuerza normal \mathbf{N} que la barra ejerce sobre el bloque.



Ejercicio 1

P1



a) Usamos segunda ley de Newton con coord. polares

$$m((\ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2)\hat{\rho} + (2\dot{\rho}\dot{\phi} + \rho\ddot{\phi})\hat{\phi}) = -T\hat{\rho} + N\hat{\phi}$$

La barra "ejerce" una normal sobre la masa. Como la masa está quieta $\Rightarrow \dot{\rho} = \ddot{\rho} = 0$ y por enunciado $\dot{\phi} = \omega_0 \Rightarrow \ddot{\phi} = 0$
Hacemos nuestras ecs. escalares

$$\begin{aligned} \hat{\rho}) \quad m(\ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2) &= -T & (1) \\ \hat{\phi}) \quad m(2\dot{\rho}\dot{\phi} + \rho\ddot{\phi}) &= N & (2) \end{aligned}$$

De (2) obtenemos que $N=0$ ($\dot{\rho} = \ddot{\phi} = 0$)

b) De (1) tenemos $-mR\omega_0^2 = -T \Leftrightarrow T = mR\omega_0^2$

c) Ahora no hay fuerza en $\hat{\rho} \Rightarrow T=0$, así que (1) nos queda

$$\begin{aligned} \hat{\rho}) \quad \ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \dot{\rho} \frac{d\dot{\rho}}{d\rho} &= \rho\dot{\phi}^2 \quad / \int d\rho \\ \Leftrightarrow \int_0^{\dot{\rho}} \dot{\rho} d\dot{\rho} &= \omega_0^2 \int_R^{\rho} \rho d\rho \quad / \text{parte con velocidad nula en } \rho=R \\ \Leftrightarrow \frac{\dot{\rho}^2}{2} &= \frac{\omega_0^2}{2} (\rho^2 - R^2) \\ \Leftrightarrow \dot{\rho} &= \pm \omega_0 \sqrt{\rho^2 - R^2} \end{aligned}$$

así que para $\rho=2R$, $\dot{\rho}(\rho=2R) = \sqrt{3} \omega_0 R$

d) La velocidad en polares es $\vec{v} = \dot{\rho}\hat{\rho} + \rho\dot{\phi}\hat{\phi}$, entonces la rapidez es $\|\vec{v}\| = \sqrt{\dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\phi}^2}$. Ya sabemos $\dot{\rho}(\rho=2R)$ por c) y $\dot{\phi} = \omega_0$, reemplazamos

$$\Rightarrow \|\vec{v}(\rho=2R)\| = \sqrt{3\omega_0^2 R^2 + 4R^2\omega_0^2} = \sqrt{7} \omega_0 R$$

e) Usamos (2), $2\sqrt{3}m\omega_0^2 R = N$