

Parte 6: Estabilidad de Sistemas Realimentados en el Dominio del Tiempo

Prof. Doris Sáez

D.Saez. Arch9. EL42D Control de Sistemas. U. Chile

Estabilidad en el Dominio del Tiempo

Criterio de Routh-Hurwitz:

$$\text{Ec: } q(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$$

Interesa saber si hay raíces en el semiplano derecho.

Para que exista estabilidad se requiere:

- Coeficientes del polinomio $q(s)$ sean todos del mismo signo.
- Coeficientes distintos de cero.

D.Saez. Arch9. EL42D Control de Sistemas. U. Chile

Estabilidad en el Dominio del Tiempo

Tabla de Routh – Hurwitz:

$$\begin{array}{cccc}
 S^n & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\
 S^{n-1} & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\
 S^{n-2} & b_{n-1} & b_{n-3} & b_{n-5} \\
 S^{n-3} & c_{n-1} & c_{n-3} & c_{n-5} \\
 \vdots & & & \\
 S^0 & x & &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 b_{n-1} = \frac{-1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} \\
 b_{n-3} = \frac{-1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix} \\
 c_{n-1} = \frac{-1}{b_{n-1}} \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ b_{n-1} & b_{n-3} \end{vmatrix}
 \end{array}$$

D.Saez. Arch9. EL42D Control de Sistemas. U. Chile

Estabilidad en el Dominio del Tiempo

Criterio de Routh – Hurwitz:

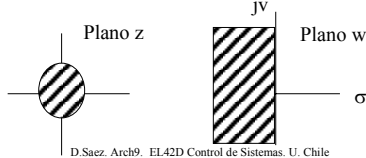
El número de raíces de $q(s)$ con partes reales positivas es igual al número de cambios de signo de la primera columna de la tabla.

D.Saez. Arch9. EL42D Control de Sistemas. U. Chile

Criterio de Routh – Hurwitz para Sistemas Discretos

Se requiere de una transformación bilineal desde el plano Z al plano ω (no frecuencia!!!).

$$z = \frac{\omega + 1}{\omega - 1} \rightarrow \omega = \frac{z + 1}{z - 1}$$



Criterio de Routh – Hurwitz para Sistemas Discretos

Nota: El plano ω es similar al plano S, pero no igual.

Sustituyendo en la ecuación característica $z = \frac{\omega + 1}{\omega - 1}$

$$P(z) = a_0 z^n + \dots + a_{n-1} z + a_0 = 0$$

$$\rightarrow a_0 \left(\frac{\omega + 1}{\omega - 1} \right)^n + \dots + a_{n-1} \left(\frac{\omega + 1}{\omega - 1} \right) + a_0 = 0$$

$$Q(\omega) = b_0 \omega^n + b_1 \omega^{n-1} + \dots + b_n = 0$$

Entonces con este polinomio se puede aplicar

el criterio de R - H de manera similar que a sistemas continuos

D.Saez. Arch9. EL42D Control de Sistemas. U. Chile

MÉTODO DE JURY (Tiempo Discreto)

$$\Delta_n(z) = a_n \cdot z^n + a_{n-1} \cdot z^{n-1} + \dots + a_1 \cdot z + a_0$$

1	a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_k	$\dots$	a_{n-1}	a_n
2	a_n	a_{n-1}					a_1	a_0
3	b_0	b_1	b_2	$\dots$	b_k	$\dots$	b_{n-1}	
4	b_{n-1}	b_{n-2}					b_1	b_0
5	c_0	c_1	c_2	$\dots$	c_{n-2}			
$\vdots$								
$2n-3$	h_0	h_1	h_2					

$$b_k = \begin{vmatrix} a_0 & a_{n-k} \\ a_n & a_k \end{vmatrix} \quad c_k = \begin{vmatrix} b_0 & b_{n-1-k} \\ b_{n-1} & b_k \end{vmatrix}$$

D.Saez. Arch9. EL42D Control de Sistemas. U. Chile

- El polinomio es estable si sólo si:

- (1) $\Delta_n(1) > 0$
- (2) $\Delta_n(-1) > 0$, n par
 < 0 , n impar
- (3) $|a_0| < a_n > 0$
- (4) $|b_0| > |b_{n-1}|$
- (5) $|c_0| > |c_{n-2}|$
- $\vdots$
- $(n+1) |h_0| > |h_2|$

D.Saez. Arch9. EL42D Control de Sistemas. U. Chile