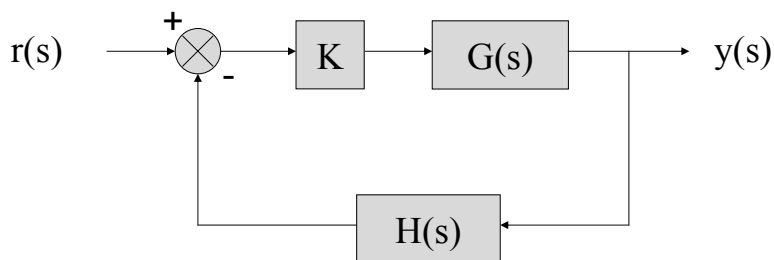


Parte 7: Lugar Geométrico de las Raíces

Prof. Doris Sáez H.

D.Saez. Arch10. EL42D Control de Sistemas. U. Chile

Lugar Geométrico de las Raíces



D.Saez. Arch10. EL42D Control de Sistemas. U. Chile

Lugar Geométrico de las Raíces

- Definición: Lugar geométrico de las raíces del plano s es donde se mueven los polos al variar K .

$$0 < K < \infty$$

- Si $\frac{B(s)}{A(s)} = P(s) \longrightarrow 1 + KP(s) = 0$

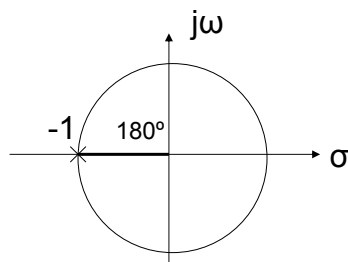
D.Saez. Arch10. EL42D Control de Sistemas. U. Chile

Lugar Geométrico de las Raíces

- De forma equivalente:

$$|KP(s)| \angle KP(s) = -1$$

$$\Rightarrow |KP(s)| = 1 \quad y \quad \angle KP(s) = \pm 180^\circ$$



D.Saez. Arch10. EL42D Control de Sistemas. U. Chile

Procedimiento para graficar el LGR

- Sistema general: $1 + KG(s) = 0$
- Ecuación característica:
$$1 + K \frac{\prod_{i=1}^n (s + z_i)}{\prod_{j=1}^m (s + p_j)} = 0$$

- 1) $K = 0$; raíces = polos de la planta.
- 2) $K = \infty$; raíces = ceros de la planta.

D.Saez. Arch10. EL42D Control de Sistemas. U. Chile

Procedimiento para graficar el LGR

- 3) El LGR existe en el eje real siempre que a la derecha del mismo el número de polos y ceros sea impar.
- 4) Como los LGR (trazos) se inician en los polos y terminan en los ceros, el número de LGR es igual al $\text{Max}\{\#p, \#z\}$.
- 5) Los LGR son simétricos con respecto al eje real (raíces complejas conjugadas).

D.Saez. Arch10. EL42D Control de Sistemas. U. Chile

Procedimiento para graficar el LGR

6) Si $\#ceros < \#polos$ y $\#polos - \#ceros = N$, entonces N polos del LGR deben terminar en ceros en el infinito.

Estas raíces se dirigen a infinito aproximándose a lo largo de asíntotas a medida que $K \rightarrow \infty$.

$$\text{Punto de partida de las asíntotas} = \frac{\sum p_i - \sum z_j}{\#p - \#z}$$

Procedimiento para graficar el LGR

Ángulo de las asíntotas con respecto al eje real:

$$\theta = \frac{(2\lambda + 1)180^\circ}{\#p - \#z} \quad \lambda = 0, 1, 2, \dots, \#p - \#z - 1$$

7) El punto en el cual el LGR cruza el eje imaginario se calcula usando el criterio de Routh-Hurwitz.

Procedimiento para graficar el LGR

8) El punto de salida de los polos del LGR del eje real se calcula como:

$$\frac{dK}{ds} = \frac{d}{ds} \left(-\frac{1}{G(s)} \right) = 0$$

Las soluciones de esta ecuación que pertenecen al LGR del eje real son los puntos de salida y/o llegada al eje real.

$$\text{Si } 1 + KG(s) = 0 \rightarrow K = -\frac{1}{G(s)}$$

D.Saez. Arch10. EL42D Control de Sistemas. U. Chile

Procedimiento para graficar el LGR

9) El ángulo de salida de un polo o el ángulo de llegada de un cero en el LGR pueden determinarse por el criterio del ángulo de fase.

$$\pm 180^\circ (2\lambda + 1) \quad \angle KG(s) = \pm 180^\circ$$

$$\angle z - \angle p = 180^\circ$$

D.Saez. Arch10. EL42D Control de Sistemas. U. Chile