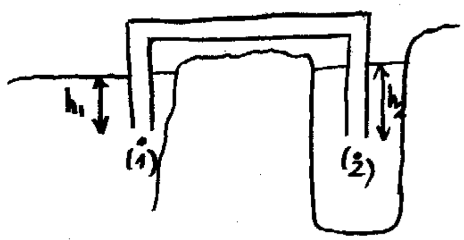
Pauta P2,C2

a)



$$B_1 = z_e \quad \left(= (z_e - h_1) + \frac{\gamma h_1}{\gamma} \right)$$
$$B_2 = z_p \quad \left(= (z_p - h_2) + \frac{\gamma h_2}{\gamma} \right)$$

presiones relativas

Aplicando ec. de Euler entre (1) y (2):

$$\frac{L}{g}\frac{dv}{dt} + B_2 - B_1 = 0 \qquad \frac{L}{g}\frac{dv}{dt} + z_p - z_e = 0 \quad (1)$$

A partir de $t=0$ se corta la bomba, luego el volumen del pozo depende sólo del caudal aportado por la tubería

$$\frac{d\forall_{pozo}}{dt} = Q_{tubería} \qquad \forall_{pozo} = S(z_p - z_f)$$
$$Q_{tubería} = v \cdot \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\Rightarrow S\frac{dz_p}{dt} = v\frac{\pi D^2}{4} \Big/ \frac{d}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{dv}{dt} = \frac{4S}{\pi D^2}\frac{d^2 z_p}{dt^2} \quad (2)$$

(2) en (1):
$$\frac{4LS}{\pi D^2 g}\frac{d^2 z_p}{dt^2} + z_p - z_e = 0$$

Llamando $z' = z_p - z_e$
$$C = \frac{\pi D^2 g}{4LS} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2 z'}{dt^2} = \frac{d^2 z_p}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 z'}{dt^2} + C z' = 0$$

$$\Rightarrow z' = A\,\mathrm{sen}(\sqrt{C}t) + B\cos(\sqrt{C}t)$$

Condiciones iniciales:

- $z_p(t=0) = z_e \quad (z' = 0)$

$$\Rightarrow 0 = A\underbrace{\mathrm{sen}(\sqrt{C}\cdot 0)}_{0} + B\underbrace{\cos(\sqrt{C}\cdot 0)}_{1} \Rightarrow B = 0$$

• en $t=0$, $v \cdot \frac{\pi D^2}{4} = Q_0$, es decir $S \left.\frac{dZ_p}{dt}\right|_{t=0} = Q_0$

$$Z_p = Ze + A \operatorname{sen}(\sqrt{C}\, t)$$

$$\frac{dZ_p}{dt} = A\sqrt{C} \cos(\sqrt{C}\, t)$$

$$\left.\frac{dZ_p}{dt}\right|_{t=0} = A\sqrt{C} = \frac{Q_0}{S} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{Q_0}{S\sqrt{C}}$$

$$\Rightarrow Z_p = Ze + \frac{Q_0}{S\sqrt{\frac{\pi D^2 g}{4LS}}} \operatorname{sen}\left[\sqrt{\frac{\pi D^2 g}{4LS}}\, t\right]$$

$$Z_p = 20 + 0{,}57 \cdot \operatorname{sen}(0{,}0132\, t) \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \text{máx: } 20{,}57 \text{ m} \\ \text{mín: } 19{,}43 \text{ m} \end{array}$$

Posición de la descarga : $Z_{p\,min} - 1\,m = 18{,}43\,m$

b) Ya vimos que por continuidad en el pozo:

$$S \frac{dZ_p}{dt} = v \frac{\pi D^2}{4} = Q_{tubería}$$

$$\frac{dZ_p}{dt} = 0{,}0075 \cos(0{,}0132\, t)$$

$$S \frac{dZ_p}{dt} = 0{,}03 \cos(0{,}0132\, t) = Q_{tubería}$$

en $t=0$, $Q_{tubería} = 0{,}03 \text{ m}^3/s = Q_0$

máximo : cuando $\cos(0{,}0132\, t) = 1 \Rightarrow Q = Q_0$
mínimo: cuando $\cos(0{,}0132\, t) = -1 \Rightarrow Q = -Q_0$

$$Q \in [-0{,}03 ; 0{,}03] \text{ m}^3/s$$