

## Pregunta 2:

a) Determinar el caudal que circula por cada una de las tuberías.

Para cada una de las tuberías, la ecuación de Bernoulli aplicada a una línea de corriente que pasa por ella entregará:

$$B_A = B_B + \Lambda_f$$

donde  $B_A$  y  $B_B$  son los Bernoullis en el estanque de la izquierda y derecha, respectivamente.

En los estanques, considerando sus dimensiones, despreciamos la altura de velocidad, en consecuencia, el Bernoulli quedará dado sólo por la cota de la superficie libre, por lo que la diferencia de Bernoullis será la diferencia en cotas de los estanques:

$$B_A - B_B = \Lambda_f = \Delta H$$

El problema a resolver entonces es determinar el caudal, conociendo las propiedades de la tubería y la magnitud de la pérdida friccional. Con la expresión de Darcy-Weisbach relacionamos todos estos elementos:

$$\Lambda_f = \frac{f L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{8 f L Q^2}{\rho D^5 g} \quad (*)$$

Como no se conoce el caudal, no se conoce el Reynolds, por lo que no se puede saber si la tubería está en régimen hidrodinámico liso, rugoso, o transición liso-rugoso. Entonces, en la expresión anterior no se conoce caudal ni coeficiente de fricción  $f$ , por lo que es necesario hacer un supuesto inicial.

### Tubería 1:

Supongamos que la tubería está en régimen hidrodinámico rugoso (de esta forma  $f$  no depende de  $Re$ ).

$$\begin{array}{l} D = 0,5 \text{ m} \\ \varepsilon = 0,05 \text{ mm} \\ \varepsilon/D = 0,0001 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} f = 0,0120 \end{array}$$

Usando la expresión (\*), se obtiene:

$$\begin{array}{l} \Delta f = 8 \text{ m} \\ Q = 0,794 \text{ m}^3/\text{s} \\ Re = 2,02E+06 \end{array}$$

Con este número de Reynolds y el valor de la aspereza relativa se puede verificar en el abaco de Moody que la tubería en realidad está en régimen de transición lisa-rugosa, por lo que la suposición inicial es errónea y se debe iterar, a partir del valor inicial entregado en régimen rugoso.

*Iteración 2:* Usando el  $Re$  anterior se determina el coeficiente de fricción en régimen de transición:

$$\begin{array}{l} Re = 2,02E+06 \\ \varepsilon/D = 0,0001 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} f = 0,0128 \end{array}$$

Dado que este valor de  $f$  difiere a la iteración anterior, debe proseguirse la iteración:

Usando este nuevo coeficiente en la expresión (\*):

$$\begin{array}{l} \Delta f = 8 \text{ m} \\ Q = 0,768 \text{ m}^3/\text{s} \\ Re = 1,96E+06 \end{array}$$

*Iteración 3:* Usando el Re anterior se determina el coeficiente de fricción en régimen de transición:

$$\begin{array}{l} \text{Re} = 1,96\text{E}+06 \\ \varepsilon/D = 0,0001 \quad = > \quad f = 0,0128 \end{array}$$

El valor de f no ha cambiado con respecto a la iteración anterior, el proceso ha convergido; el valor del caudal es el último calculado:

$$Q = 0,768 \text{ m}^3/\text{s}$$

### **Tubería 2:**

Supongamos que la tubería está en régimen hidrodin. rugoso (de esta forma f no depende de Re).

$$\begin{array}{l} D = 0,4 \text{ m} \\ \varepsilon = 0,2 \text{ mm} \\ \varepsilon/D = 0,0005 \quad = > \quad f = 0,0167 \end{array}$$

Usando la expresión (\*), se obtiene:

$$\begin{array}{l} \Delta f = 8 \text{ m} \\ Q = 0,385 \text{ m}^3/\text{s} \\ \text{Re} = 1,23\text{E}+06 \end{array}$$

Al igual que en el caso anterior, la suposición es errónea y se debe trabajar considerando régimen de transición lisa-rugosa.

*Iteración 2:* Usando el Re anterior se determina el coeficiente de fricción en régimen de transición:

$$\begin{array}{l} \text{Re} = 1,23\text{E}+06 \\ \varepsilon/D = 0,0005 \quad = > \quad f = 0,0171 \end{array}$$

Dado que este valor de f difiere a la iteración anterior, debe proseguirse la iteración:

Usando este nuevo coeficiente en la expresión (\*):

$$\begin{array}{l} \Delta f = 8 \text{ m} \\ Q = 0,380 \text{ m}^3/\text{s} \\ \text{Re} = 1,21\text{E}+06 \end{array}$$

*Iteración 3:* Usando el Re anterior se determina el coeficiente de fricción en régimen de transición:

$$\begin{array}{l} \text{Re} = 1,21\text{E}+06 \\ \varepsilon/D = 0,0005 \quad = > \quad f = 0,0171 \end{array}$$

El valor de f no ha cambiado con respecto a la iteración anterior, el proceso ha convergido; el valor del caudal es el último calculado:

$$Q = 0,380 \text{ m}^3/\text{s}$$

b) Determinar el diámetro de una tubería única que conduzca el mismo caudal que las dos anteriores. El tamaño medio de las asperezas de esta tubería es de  $\varepsilon = 0,2 \text{ mm}$

En este caso, se conoce el caudal y la pérdida friccional esperada, el problema es diseñar la tubería misma.

$$\begin{aligned} Q &= 1,148 \text{ m}^3/\text{s} \\ \varepsilon &= 0,2 \text{ mm} \\ L &= 400 \text{ m} \end{aligned}$$

Como no se conoce el diámetro, no se puede determinar  $Re$ , ni  $\varepsilon/D$ , por tanto, no hay forma de estimar el coeficiente de fricción. El procedimiento será de darse diámetros y comparar la pérdida de las tuberías diseñadas con la esperada.

*Iteración 1:*  $D = 0,6 \text{ m}$

$$\begin{aligned} \text{Con esto: } \varepsilon/D &= 0,00033 \\ V &= 4,060 \text{ m/s} \\ Re &= 2,40E+06 \\ \Rightarrow f &= 0,0156 \end{aligned}$$

$$\text{Usando la expresión (*): } \Delta f = 8,730 \text{ m}$$

La pérdida está sobrestimada; como sabemos que la pérdida es inversamente proporcional al diámetro elevado a 5, si aumentamos el diámetro se reducirá la pérdida.

*Iteración 2:*  $D = 0,62 \text{ m}$

$$\begin{aligned} \text{Con esto: } \varepsilon/D &= 0,00032 \\ V &= 3,803 \text{ m/s} \\ Re &= 2,36E+06 \\ \Rightarrow f &= 0,0155 \end{aligned}$$

$$\text{Usando la expresión (*): } \Delta f = 7,367 \text{ m}$$

Ahora, se ha subestimado la pérdida; ya sabemos entonces que el diámetro buscado está entre los usados en estas 2 iteraciones.

*Iteración 3:*  $D = 0,61 \text{ m}$

$$\begin{aligned} \text{Con esto: } \varepsilon/D &= 0,00033 \\ V &= 3,928 \text{ m/s} \\ Re &= 2,40E+06 \\ \Rightarrow f &= 0,0155 \end{aligned}$$

$$\text{Usando la expresión (*): } \Delta f = 8,014 \text{ m}$$

La pérdida difiere menos de un 0,2% de la esperada, el resultado se entiende como satisfactorio; el diámetro será de  $D = 0,61 \text{ m}$ .