

Pauta Control #3
CI31A- Mecánica de Fluidos

a) $B_1 = B_2 + \Delta_f + \sum \Delta_s$

$$B_1 = H + z_1$$

$$B_2 = z_2 + \frac{v^2}{2g}$$

$$H + z_1 = z_2 + \frac{v^2}{2g} + \frac{f \cdot L}{D} \frac{v^2}{2g} + (\sum k) \frac{v^2}{2g}$$

$$H + z_1 - z_2 = \frac{v^2}{2g} \left(1 + \frac{f \cdot L}{D} + \sum k \right) \quad (*)$$

$$\frac{2g(H + z_1 - z_2)}{v^2} = 1 + \frac{f \cdot L}{D} + \sum k$$

$$v = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

$$2g(H + z_1 - z_2) \cdot \frac{\pi^2 D^4}{16 Q^2} - 1 - \frac{f \cdot L}{D} = \sum k$$

Para $Q = 0,11 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow \sum k = 1,99$
 Para $Q = 0,15 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow \sum k = 1,31$ } $\sum k$ debe encontrarse en este rango

b) Primera solución posible: $\sum k = 1,50$ (1 placa, $d/D = 0,75$)

De (*): $v = \sqrt{\frac{2g(H + z_1 - z_2)}{\left(1 + \frac{f \cdot L}{D} + \sum k\right)}}$

$$\Rightarrow Q = \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{\frac{2g(H + z_1 - z_2)}{\left(1 + \frac{f \cdot L}{D} + \sum k\right)}} = 113,6 \text{ lt/s}$$

La placa será colocada donde las presiones son mayores, es decir, lo más cercana posible al estanque. La cota piezométrica va cayendo progresivamente hasta el nivel de presión atmosférica en la salida.

$$x_i = 0 \text{ m}$$

$$B_1 (\text{antes de la placa}) = B_{\text{estanque}} = H + z_1 = 5 \text{ m}$$

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi D^2} = 3,61 \text{ m/s}$$

$$\underbrace{B_1}_{5\text{ m}} = \underbrace{z_1}_{2\text{ m}} + \underbrace{\frac{v_1^2}{2g}}_{0,667\text{ m}} + \frac{p_1}{\gamma} \Rightarrow \frac{p_1}{\gamma} = 2,333\text{ m}$$

$$B_1 = B_2 \Rightarrow \cancel{z_1} + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \cancel{z_2} + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}$$

$$\begin{aligned} \frac{p_2}{\gamma} &= \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} \quad (z_1 = z_2) \\ &= \frac{p_1}{\gamma} + \frac{1}{2g} \left[\frac{16Q^2}{\pi^2 D^4} - \frac{16Q^2}{\pi^2 (Cd)^4} \right] \end{aligned} \quad v_2 = \frac{Q}{\frac{\pi (Cd)^2}{4}}$$

$$\frac{d}{D} = 0,75 \Rightarrow d = 0,15\text{ m} \\ Cd = 0,09\text{ m}$$

$$\Rightarrow \frac{p_2}{\gamma} = -10,31\text{ m} < -10\text{ m} \Rightarrow \text{hay problemas por cavitación}$$

Es necesario poner placas con d/D más grande, así v_2 será menor y p_2/γ mayor, alejándose del rango crítico.

Segunda solución: $Z'k = 1,94$ (2 placas, $d/D = 0,80$)

$Q = 110,3\text{ lt/s}$ (de la misma ec. anterior)

primera placa $x_1 = 0\text{ m}$

$$B_1 = 5\text{ m} \quad v_1 = \frac{4Q}{\pi D^2} = 3,51\text{ m/s}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = B_1 - \frac{v_1^2}{2g} - z_1 = 2,370\text{ m}$$

$$B_1 = B_2 \Rightarrow \frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{1}{2g} \cdot \frac{16Q^2}{\pi^2} \left[\frac{1}{D^4} - \frac{1}{(Cd)^4} \right]$$

$$\frac{d}{D} = 0,80 \Rightarrow d = 0,16\text{ m} \\ Cd = 0,096\text{ m}$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = -5,98 \text{ m} > -10 \text{ m} \Rightarrow \text{OK}$$

$$v_2 = \frac{4Q}{\pi(Cd)^2} = 15,25 \text{ m/s}$$

$$\begin{cases} B_2 = B_3 + \Delta s \\ B_1 = B_2 \end{cases} \quad \begin{cases} B_1 = B_3 + \Delta s \\ z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = z_3 + \frac{v_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} + k \frac{v^2}{2g} \end{cases}$$

$$z_1 = z_3$$

$$v_1 = v_3 = 3,51 \text{ m/s}$$

$$\frac{p_3}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} - k \frac{v^2}{2g} = 1,76 \text{ m}$$

segunda placa $x_2 = 3 \text{ m}$

$$B_1 = \text{Bestanque} - k \frac{v^2}{2g} - \frac{f \cdot 3}{D} \frac{v^2}{2g} = 4,2 \text{ m}$$

$$B_1 = z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} \Rightarrow \frac{p_1}{\gamma} = 1,691 \text{ m}$$

$\uparrow$
1,88 m

$$v_1 = 3,51 \text{ m/s}$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{1}{2g} \cdot \frac{16Q^2}{\pi^2} \left[\frac{1}{D^4} - \frac{1}{(Cd)^4} \right] = -6,66 \text{ m} \quad \text{OK}$$

$$v_2 = 15,25 \text{ m/s}$$

$$\frac{p_3}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} - k \frac{v^2}{2g} = 1,08 \text{ m} \quad v_3 = 3,51 \text{ m/s}$$

$\Rightarrow$ solución factible //

hay múltiples soluciones posibles, por ejemplo:

- 1 placa $d/D = 0,80$ ($x=0\text{m}$) y 1 placa $d/D = 0,85$ ($x=3\text{m}$)
- 3 placas $d/D = 0,85$ ($x=0, x=3, x=6$)