PAUTA P2 C2

a) Continuidad: Considerando que el volumen de agua en la cuenca se mantiene constante durante la tormenta:

$$\frac{d\cancel{\forall}^{0}}{dt} = Q_a - Q_e \Leftrightarrow Q_e = Q_a \; ; \; Q_{Limarí} = Q_e \; ; \; Q_a = (1-\text{infiltración})\cdot i\cdot A = \frac{(1-0{,}8)\cdot 18\,[mm/hr]\cdot 7000\,[km^2]}{3{,}6}$$

$\Rightarrow Q_{Limarí} = 7.000\;[m^3/s]$ (2,0)

b) En un principio, el nivel de agua en el embalse es $d<h_0 \Rightarrow Q_e = 0$

Sólo comienza a verter cuando se alcanza el nivel h_0. Llamando t^* a ese tiempo:

$$\frac{d\forall}{dt} = Q_a - \cancel{Q_e}^{0} \; ; \text{ como } Q_a \text{ no depende de } t: \int_{\forall_0}^{\forall_f} d\forall = Q_a \int_0^{t^*} dt \Leftrightarrow \forall_f - \forall_0 = Q_a \cdot t^*$$

$$\forall_f = \frac{(a+b)Lh_1}{2} \; ; \; \forall_0 = \Big(a + \underbrace{a + 2\cdot\frac{(b-a)}{2}\cdot\frac{h_0}{h_1}}_{\text{semejanza de triángulos}}\Big)\frac{h_0 L}{2} \; (1,2) \Leftrightarrow t^* = \frac{\forall_f - \forall_0}{Q_a} = \frac{L}{Q_a}\left[\frac{(a+b)h_1}{2} - \left(a + \frac{(b-a)h_0}{2h_1}\right)h_0\right] = 47.500\,[s] \; (0,3)$$

Para $t>t^*$, se tiene $Q_e \neq 0 \Rightarrow$ hay que volver a hacer la ecuación de continuidad

$\frac{d\forall}{dt} = Q_a - Q_e$; Tomando una coordenada h tq sea la diferencia entre las cotas de la superficie libre del embalse y del borde inferior de las compuertas:

$L\cdot b\cdot \frac{dh}{dt} = Q_a - n\cdot\beta\cdot h$; En que n = nº de compuertas abiertas. Llamando $H' = H - h_1$, e integrando:

$$\frac{dh}{Q_a - n\beta h} = \frac{dt}{Lb} \Leftrightarrow \int_0^{H'} \frac{dh}{Q_a - n\beta h} = \int_{t^*}^{T} \frac{dt}{Lb} \Leftrightarrow -\frac{\ln}{n\beta}(Q_a - n\beta h)\Big|_0^{H'} = \frac{t}{Lb}\Big|_{t^*}^{T}$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{Q_a}{Q_a - n\beta H'}\right) = \frac{n\beta}{Lb}(T - t^*) \Leftrightarrow Q_a = (Q_a - n\beta H')e^{\frac{n\beta}{Lb}(T-t^*)}$$ (1,5)

No se puede despejar n, hay que resolver mediante iteraciones, probando distintos valores para n (de 1 a 8)

$$7.000 = (7.000 - n\cdot 52{,}66\cdot 22)\,e^{\frac{52{,}66\cdot n}{35.000\cdot 2.000}(172.800 - 47.500)}$$

$$\Leftrightarrow 7.000 = (7.000 - 1.158{,}52\cdot n)\,e^{0{,}1289\cdot n}$$

n	Q_a
1	7.342,68
2	7.399,18
$\boxed{3}$	$\boxed{6.999{,}38}$
4	5.906,46
5	3.788,87
6	192,81
7	-5.501,8
8	-14.136,05

$\therefore n = 3$ (1,0)