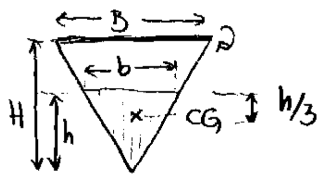
Pauta Control #1 CI31A

P1 a) $F_p = P_G \cdot A$



$$P_G = \frac{\gamma \cdot h}{3} \qquad A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$b = \frac{hB}{H} \Rightarrow A = \frac{h^2 B}{2H}$$

$$\Rightarrow F_p = \frac{\gamma h}{3} \cdot \frac{h^2 B}{2H} = \frac{\gamma B h^3}{6H}$$

punto de aplicación:

$$Y_P = Y_{CG} + \frac{I_{CG}}{Y_{CG} \cdot A} \qquad I_{CG} = I_x - Y_{CG}^2 A$$

$$= \frac{bh^3}{12} - \left(\frac{h}{3}\right)^2 \cdot \frac{bh}{2} = \frac{bh^3}{36}$$

$$Y_P = \frac{h}{3} + \frac{\frac{bh^3}{36}}{\frac{h}{3} \cdot \frac{bh}{2}} = \frac{h}{3} + \frac{h}{6} = \frac{h}{2}$$

Desde el eje de rotación: pto aplicación $= (H - h) + \frac{h}{2} = H - \frac{h}{2}$

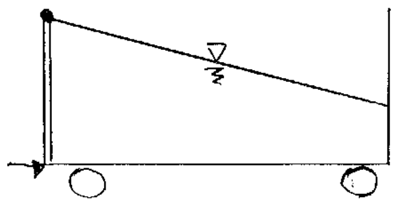
Torque que ejerce barro $= \frac{\gamma B h^3}{6H} \cdot \left(H - \frac{h}{2}\right) = 9878.4$ [N·m]

$$T = F \cdot H$$

fuerza que contiene la compuerta

$$\Rightarrow F = \frac{T}{H} = 4939{,}2 \text{ [N]}$$

b)



$$\vec{f_m} = \frac{1}{\rho}\nabla p$$

$$\vec{f_m} = -a_x\hat{\imath} - g\hat{k}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho a_x \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial z}dz$$ integrando entre (p_0, x_0, z_0) y (p, x, z)

$$p - p_0 = -\rho a_x (x - x_0) - \rho g (z - z_0)$$

condición de borde: $p_0 = 0$ en $x = 0$ $z = H$

$$\frac{p}{\rho g} = -\frac{a_x}{g}\cdot x - (z - H)$$ distribución de presiones

isóbara - superficie libre ($p = 0$)

$$\frac{a_x}{g}x = H - z$$

$$a_x = g\frac{(H-z)}{x}$$ En $x = L$ $z = ?$

Usando conservación del volumen de barro:

$$V_{inicial} = \frac{b\cdot h}{2}\cdot L = 8{,}64\ m^3$$

En el caso a punto de derramar:

$$V_{final} = V_{inicial} = \frac{BL}{6H}\left(h + hH + H^2\right)$$

$$\Rightarrow h = 0{,}149\ m$$

$$\Rightarrow \text{en } x = L \quad z = 0{,}149\ m$$

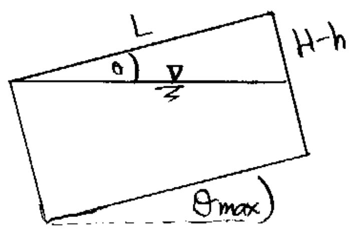
$$\Rightarrow \quad a_x = g\frac{(H-h)}{L} = 1{,}512 \ \frac{m}{s^2}$$

En este caso $\quad F_p = \dfrac{\gamma B H^3}{6H} = \dfrac{\gamma B H^2}{6}$

pto. aplicación: $\quad H - \dfrac{H}{2} = \dfrac{H}{2}$

Torque barro: $\quad \dfrac{\gamma B H^3}{12} = 32666{,}7 \ [N\cdot m]$

$F = T/H = 16333{,}3 \ [N]$

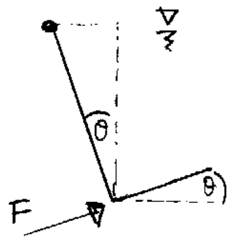
c) 

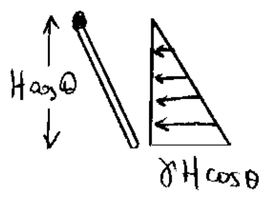
Para encontrar θ_{max}, la disposición del barro es la misma que en b), pero ahora la sup. libre es horizontal y el camión está inclinado.

$$tg\, \theta_{max} = \frac{H-h}{L} = \frac{a_x}{g} = 0{,}154$$

$$\Rightarrow \theta_{max} = 8{,}77^\circ$$

Fuerzas horizontales:



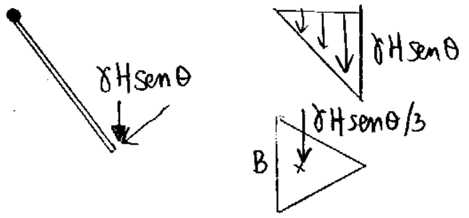


$$F = P_G \cdot A = \left(\frac{\gamma H \cos\theta}{3}\right)\cdot\left(\frac{BH}{2}\right) = \frac{\gamma B H^2 \cos\theta}{6}$$

pto. aplicación: $\dfrac{H\cos\theta}{2}$ (ver parte a)

$$\text{Torque} = F \cdot r = \frac{\gamma B H^3 \cos^2\theta}{12}$$

Fuerzas verticales



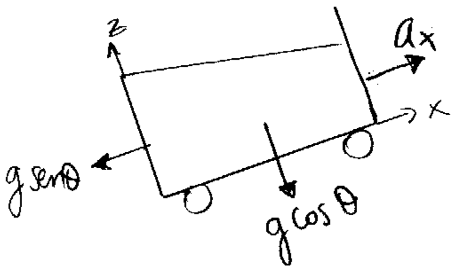
$$F = \frac{\gamma H \operatorname{sen}\theta}{3} \cdot \frac{BH}{2} = \frac{\gamma H^2 B \operatorname{sen}\theta}{6}$$

pto. aplicación: $\dfrac{H \operatorname{sen}\theta}{2}$

$$\text{Torque} = \frac{\gamma B H^3 \operatorname{sen}^2\theta}{12}$$

$$\Rightarrow \text{torque total} = \frac{\gamma B H^3}{12}$$ igual a la parte b)

Si la pendiente es de 20°, se debe imprimir una desaceleración al móvil, de forma que la pendiente de la superficie libre sea la misma respecto al camión:



$$p - p_0 = -\rho(a_x + g \operatorname{sen}\theta)(x - x_0) - \rho g \cos\theta (z - z_0)$$

$p_0 = 0$ en $x_0 = 0$, $z_0 = H$

$$p = -\rho(a_x + g \operatorname{sen}\theta)x - \rho g \cos\theta (z - H)$$

Sup. libre ($p = 0$)

$$\frac{a_x + g \operatorname{sen}\theta}{g \cos\theta} x = H - z \quad \Big/ \text{evaluando con } z = h,\ x = L$$

$$\frac{a_x + g \operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} = a_{x_0}$$

para $\theta = \theta_{max}$, $a_x = 0$
para $\theta > \theta_{max}$, $a_x < 0$ $\Rightarrow$ $\theta = 20° \Rightarrow a_x = -1{,}93\ m/s^2$