

a) Las únicas fuerzas sobre la compuerta son las de presión. Para que la compuerta esté cerrada, deben ser iguales los torques.

$$\sum \vec{T} = 0 \Leftrightarrow F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2 \quad (1) \quad F_1 = P_1 \cdot A = \gamma_1 \cdot \left(L + \frac{d}{2}\right) \cdot \frac{\pi d^2}{4}; \quad F_2 = P_2 \cdot A = \gamma_2 \cdot \left(h_2 + h_1 + L + \frac{d}{2}\right)$$

Para el cálculo de los brazos es más sencillo, en este caso, usar el método de los momentos de inercia (Pto: Resolver usando prismas de presiones)

$$y_p = y_{CG} + \frac{I_{CG}}{y_{CG} \cdot A}; \quad r_1 = \left(L + \frac{d}{2}\right) + \frac{\pi d^4}{4 \cdot 16 \cdot \left(L + \frac{d}{2}\right) \cdot \frac{\pi d^2}{4}}; \quad K = \frac{d}{2} + \frac{d^2}{16 \left(L + \frac{d}{2}\right)}; \quad r_2 = \left(h_2 + h_1 + L + \frac{d}{2}\right) + \frac{\pi d^4}{4 \cdot 16 \cdot \left(h_2 + h_1 + L + \frac{d}{2}\right) \cdot \frac{\pi d^2}{4}} - \frac{\left(h_2 + h_1 + L + \frac{d}{2}\right) \cdot \frac{d^2}{16}}{\left(h_2 + h_1 + L + \frac{d}{2}\right)} = \frac{d}{2} + \frac{d^2}{16 \left(h_2 + h_1 + L + \frac{d}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow \gamma_1 \left(L + \frac{d}{2}\right) \frac{\pi d^2}{4} \left[\frac{d}{2} + \frac{d^2}{16 \left(L + \frac{d}{2}\right)}\right] = \gamma_2 \left(h_2 + h_1 + L + \frac{d}{2}\right) \frac{\pi d^2}{4} \left[\frac{d}{2} + \frac{d^2}{16 \left(h_2 + h_1 + L + \frac{d}{2}\right)}\right] \Leftrightarrow \gamma_1 \left[\left(L + \frac{d}{2}\right) \frac{d}{2} + \frac{d^2}{16}\right] = \gamma_2 \left[\left(h_2 + h_1 + L + \frac{d}{2}\right) \frac{d}{2} + \frac{d^2}{16}\right]$$

$$\left(h_2 + h_1 + L + \frac{d}{2}\right) \frac{d}{2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \left[\left(L + \frac{d}{2}\right) \frac{d}{2} + \frac{d^2}{16}\right] - \frac{d^2}{16} \Leftrightarrow h_2 = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \left[\frac{Ld + 5d^2}{2} - \frac{d^2}{16}\right] - \left(h_1 + L + \frac{d}{2}\right) = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \left(L + \frac{5d}{8}\right) - \frac{d}{8} - \left(h_1 + L + \frac{d}{2}\right) = 5 \text{ [cm]}$$

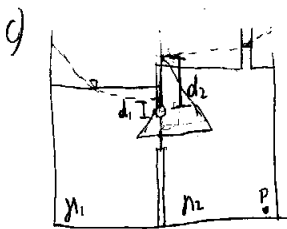
b) Los torques son los mismos de la ecuación (1), sólo hay que agregar los torques debido a las fuerzas verticales

- En el lado izquierdo: $\square + \square = \square = F_{\text{za de empuje}} = \rho g \cdot \text{Vol desplazado} = \gamma_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 = \gamma_1 \cdot \frac{\pi d^3}{12}$

- En el lado derecho: $\square + \square = \square = \text{Peso del líquido} = \rho g \cdot \text{Vol contenido} = \gamma_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 = \gamma_2 \cdot \frac{\pi d^3}{12}$

Ambas fuerzas se aplican en el mismo punto $x_p \Rightarrow F_{r1} - F_v \cdot x_p = F_{r2} - F_v \cdot x_p$

Como $\gamma_1 > \gamma_2 \Rightarrow$ el empuje es mayor que el peso $\Rightarrow$ la compuerta se abre hacia la izquierda



Al empezar a rotar el cilindro, como está sometido a un campo de aceleración centrífuga y gravitacional, las isobaras son parabólicas. Para calcular las fuerzas de presión y los pts de aplicación, hay que encontrar las distancias d_1 y d_2 entre las isobaras $p=0$ y el centro de rotación de la compuerta.

- Lado Izquierdo: En clases se vio que el descenso de la superficie libre al centro del paraboloide es $\frac{\omega^2 D^2}{16g}$
 $\Rightarrow P = \gamma_1 \left(L - \frac{\omega^2 D^2}{16g} + \frac{d}{2}\right); \quad r_1 = \frac{d}{2} + \frac{d^2}{16 \left(L - \frac{\omega^2 D^2}{16g} + \frac{d}{2}\right)} \Rightarrow T_1 = \gamma_1 \left(L - \frac{\omega^2 D^2}{16g} + \frac{d}{2}\right) \cdot \frac{\pi d^2}{4} \left[\frac{d}{2} + \frac{d^2}{16 \left(L - \frac{\omega^2 D^2}{16g} + \frac{d}{2}\right)}\right]; \quad \omega = 1 \left(\frac{\text{vuelta}}{\text{seg}}\right) = 2\pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{seg}}\right) \Rightarrow T_1 = 20.66 \text{ N}$

- Lado Derecho: Como la altura en el tubo se mantiene de, conocemos la ubicación de la isobara $p=0$.

$$P = \frac{\rho \omega^2 r^2}{2} - \rho g z + \text{cte} \Rightarrow 0 = \frac{\rho \omega^2 \left(\frac{3D}{8}\right)^2}{2} - \rho g \left(\frac{d}{2} + L + h_1 + h_2\right) + \text{cte} \Leftrightarrow \text{cte} = \rho g \left(\frac{d}{2} + L + h_1 + h_2\right) - \frac{\rho \omega^2 D^2}{16g}$$

$$\Rightarrow P(r=0, z=d_2 + \frac{d}{2}) = 0 = \frac{\rho \omega^2 \cdot 0}{2} - \rho g \left(d_2 + \frac{d}{2}\right) + \rho g \left(\frac{d}{2} + L + h_1 + h_2\right) - \frac{\rho \omega^2 D^2}{16g} \Leftrightarrow d_2 + \frac{d}{2} = \frac{d}{2} + L + h_1 + h_2 - \frac{\omega^2 D^2}{16g}$$

$$\Rightarrow P = \gamma_2 \left(h_2 + h_1 + L + \frac{d}{2} - \frac{\omega^2 D^2}{16g}\right); \quad r_2 = \frac{d}{2} + \frac{d^2}{16 \left(h_2 + h_1 + L + \frac{d}{2} - \frac{\omega^2 D^2}{16g}\right)} \Rightarrow T_2 = \gamma_2 \left(h_2 + h_1 + L + \frac{d}{2} - \frac{\omega^2 D^2}{16g}\right) \cdot \frac{\pi d^2}{4} \left[\frac{d}{2} + \frac{d^2}{16 \left(h_2 + h_1 + L + \frac{d}{2} - \frac{\omega^2 D^2}{16g}\right)}\right] = 3.02 \text{ [N.m]}$$

$\Rightarrow$ Como $T_1 > T_2$, la compuerta se abre hacia la derecha

Como el término de la velocidad angular está elevado al cuadrado, en cualquier sentido de rotación.

Como se tomó que el sistema de referencia está en el CG de la compuerta, para encontrar la presión en el punto P, hay que evaluar en $r = \frac{D}{2}$ y $z = -\frac{d}{2} - \frac{d}{2} = -d$

$$\Rightarrow P(r = \frac{D}{2}, z = -d) = \frac{\rho \omega^2}{2} \left(\frac{D}{2}\right)^2 - \rho g \cdot d + \rho \left(g \left(\frac{d}{2} + L + h_1 + h_2\right) - \frac{9 \omega^2 D^2}{128}\right) = \rho \left(\frac{\omega^2 D^2}{8} + g d + g \left(\frac{d}{2} + L + h_1 + h_2\right) - \frac{9 \omega^2 D^2}{128}\right)$$

$$\Rightarrow P = \rho \left(\frac{7 \omega^2 D^2}{128} + g \left(\frac{3d}{2} + L + h_1 + h_2\right)\right) = 5.938,4 \text{ [Pa]}. \text{ Por las mismas razones, } P \text{ es igual en cualquier sentido de rotación}$$