

CONTROL #1
24 de Septiembre de 2002

1. Un estudiante, en su regreso desde una expedición al Volcán Lonquimay, tuvo que recurrir a hacer dedo en la carretera, ya que no pudo conseguir licencia de conducir y tuvo que irse mochileando. Después de horas de espera, consiguió que un camionero lo llevara. Sin embargo, el viaje no sería gratis para el estudiante, ya que el camionero, al descubrir que se trataba de un alumno de Mecánica de Fluidos, le exigió como pago del viaje la solución de un problema asociado con el transporte de su carga, que consiste en barro, extraído del cauce de un canal en limpieza para llevarlo a un botadero.

La figura 1 muestra un esquema del camión, que transporta un estanque triangular de largo $L = 12$ m, altura $H = 2$ m y ancho superior $B = 2$ m, conteniendo barro de densidad $\rho = 2500$ Kg/m³ (bien mezclado) hasta una altura $h = 1,2$ m. Las dificultades que experimenta el conductor guardan relación con la posibilidad de derramar parte del contenido por la parte superior, abierta a la atmósfera, y con la fuerza F con que se debe contener la compuerta trasera para evitar su apertura (aplicada perpendicularmente en la base de la compuerta, ver figura 2), por lo que debe guardar precauciones al acelerar y conducir en pendiente.

- a) Encuentre expresiones para determinar la fuerza de presiones resultante en la compuerta trasera y su respectivo punto de aplicación, en función de la geometría del estanque y la altura h del barro. Úselas para calcular cuál es la fuerza F mínima necesaria para mantener cerrada la compuerta cuando el camión se desplaza con velocidad constante. (2 pts.)
- b) Determine la aceleración máxima para que no se derrame barro fuera del estanque, considerando que el camión está cruzando un tramo horizontal. ¿Cuál es la fuerza F mínima necesaria en esta condición crítica? (2 pts.)
- c) Determine la pendiente máxima por la que puede subir el camión a velocidad constante, sin derramar el barro que contiene. Demuestre que la fuerza F para soportar la compuerta es la misma del caso anterior. ¿Qué le sugeriría al conductor para subir una cuesta de 20° de pendiente? Justifique. (2 pts.)

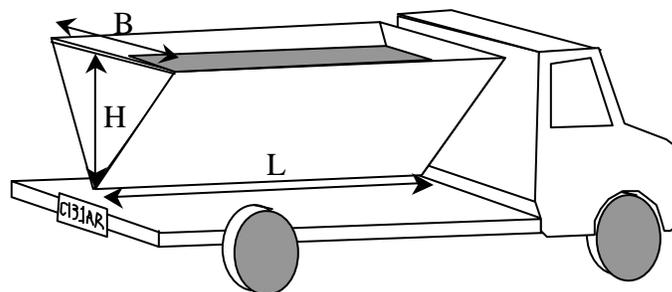


Figura 1. Vista general

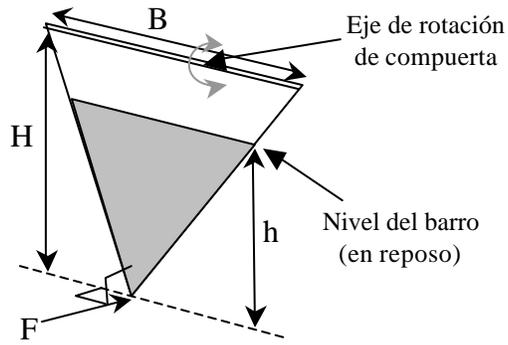
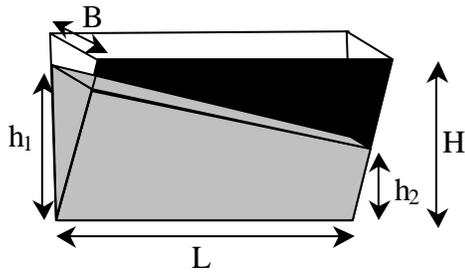
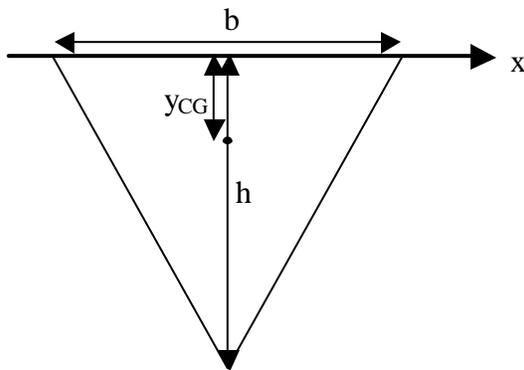


Figura 2. Detalle compuerta trasera

Indicaciones:



$$\text{Volumen} = \frac{BL}{6H} \cdot (h_2^2 + h_1 h_2 + h_1^2)$$



Momento de inercia:

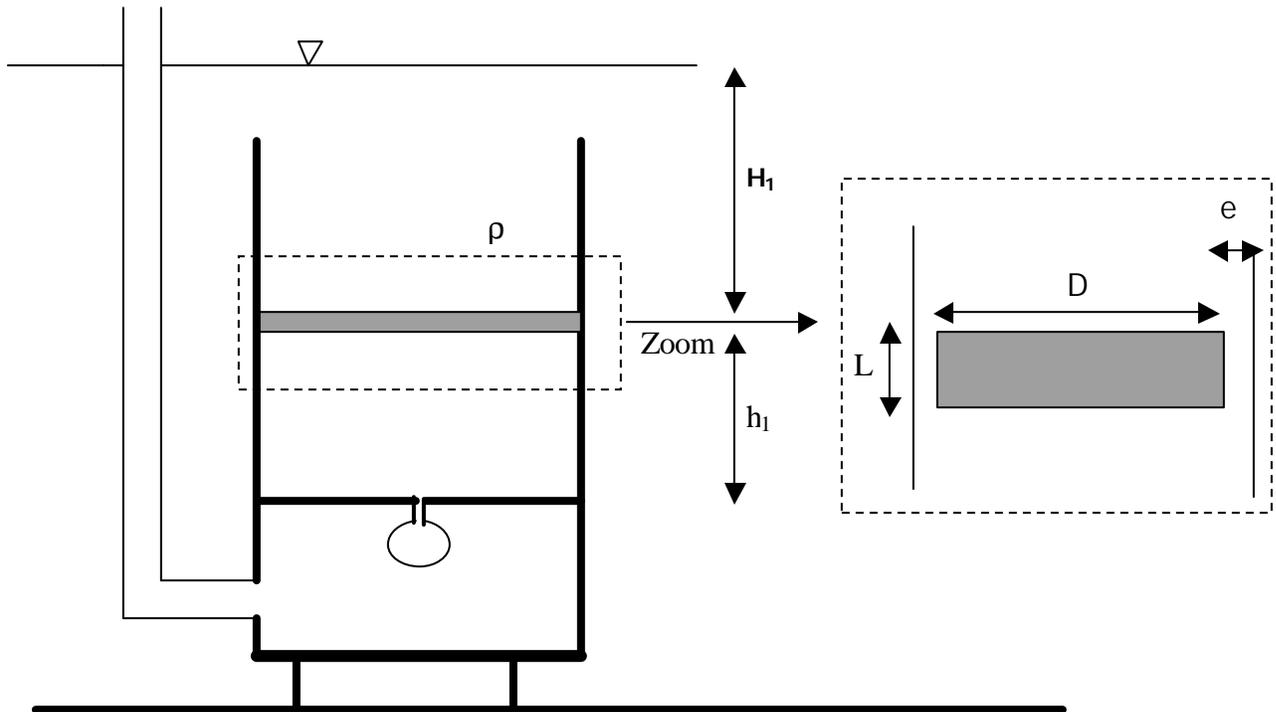
$$I_x = \frac{b h^3}{12}$$

$$I_{CG} = I_x - y_{CG}^2 A$$

2. En un lago se encuentra sumergido un estanque cilíndrico, de diámetro D , que está dividido en tres compartimentos. El de más arriba tiene su extremo superior abierto, por lo que el agua del lago puede entrar en él, y en el extremo inferior tiene un pistón de peso despreciable y longitud L , que se encuentra separado de las paredes del estanque por una delgada película de fluido (similar a la mantequilla de maní) de espesor e y viscosidad dinámica μ . El compartimento del medio está limitado superiormente por el pistón, e inferiormente por una pared de la cual sale un pequeño tubo en cuyo extremo se forma una burbuja de jabón, de tensión superficial σ . Tanto el compartimento como la burbuja se encuentran llenos de un gas ideal diatómico. El compartimento inferior es una caja que contiene a la burbuja y que está conectada a la atmósfera.

El intercambio de calor del gas del compartimento intermedio con el medio externo es controlado, de modo que el flujo de calor neto permite que el pistón se mueva con velocidad constante v_0 .

- a) Si en el instante $t = t_1$ (ver figura) el pistón se encuentra a una profundidad H_1 con respecto a la superficie libre del lago, la pared inferior del compartimento del medio está a una distancia h_1 del borde inferior del pistón, la temperatura del gas es T_1 y el radio de la burbuja es R_1 , encontrar la velocidad v_0 a la que está descendiendo el pistón. (2 pts.)
- b) ¿Cuál es la temperatura del gas en el instante $t = t_2$? (3 pts.)
- c) Encontrar una expresión para el flujo de calor neto que es necesario producir a través de las paredes del compartimento que contiene al gas, para que la velocidad del pistón sea la calculada en a). (1 pts.)



Datos: $D = 20$ [cm]; $L = 5$ [cm]; $H_1 = 10$ [cm]; $h_1 = 1$ [m]; $e = 5$ [mm]; $R_1 = 5$ [cm]; $T_1 = 20^\circ\text{C}$;
 $\mu = 250.000$ [cp]; $\sigma = 0,072$ [N/m]; $P_{\text{atm}} = 101,234$ [Kpa]; $t_1 = 0$; $t_2 = 0,5$ [seg]

Indicaciones: Considere distribución lineal de velocidades en la capa de fluido viscoso. Desprecie el volumen del pequeño tubo que conecta a la burbuja con el resto del compartimento del medio. $Cv' = (5/2)R_0$