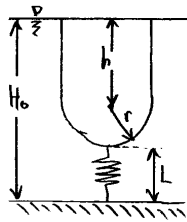


P1] a)



D.C.L:



$$W + F_r = E$$

$$W = M \cdot g$$

$$F_r = K(L - L_0)$$

$$E = \rho_w \cdot g \cdot V_s \quad (\text{volumen sumergido})$$

$$= \rho_w \cdot g \cdot \left( \frac{2}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h \right)$$

$$\Rightarrow M \cdot g + K(L - L_0) = \rho_w \cdot g \cdot \left( \frac{2}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h \right)$$

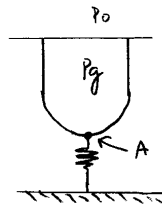
$$\text{Pero } H_0 = L + r + h \Rightarrow L = H_0 - r - h$$

$$\Rightarrow M \cdot g = \rho_w \cdot g \cdot \pi r^2 \left( \frac{2}{3} r + h \right) - K(H_0 - r - h - L_0)$$

$$M = \rho_w \pi r^2 \left( \frac{2}{3} r + h \right) - \frac{K}{g} (H_0 - r - h - L_0)$$

$$M = 403,4 \text{ [Kg]}$$

b) I.



La presión del líquido en el punto A está dada por la entregada por la distribución de presiones hidroestáticas:

$$P_A = P_0 + \rho_w \cdot g \cdot (h + r)$$

Para que líquido entre al tanque (en vez de escapar de este) debe darse que:

$$P_g < P_A = P_0 + \rho_w \cdot g \cdot (h + r)$$

Si entra líquido, disminuye el empuje, ya que el volumen que desplaza el gas se hace menor. Analizando en el equilibrio de fuerzas:

$$W + F_r = E$$

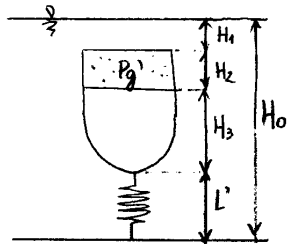
Si el empuje E es menor,  $\Rightarrow F_r$  es menor  $\Rightarrow$  hay una menor elongación del resorte  $\Rightarrow$  el tanque se hunde más.

Si sale gas, se pierde un poco de la masa, en tanto que el empuje se mantiene igual si el cuerpo permanece dentro del agua. Si el peso es menor  $\Rightarrow F_r$  es mayor  $\Rightarrow$  el tanque sube (aunque el empuje con esto disminuya un poco, existirá un estado de equilibrio con el tanque ligeramente sobre la superficie libre de la piscina).

II.  $P_g = 700 \text{ [HPa]}$

$$P_A = P_0 + \rho_w g \cdot (h+r) = 1020 + 117,6 \text{ [HPa]} = 1137,6 \text{ [HPa]}$$

$P_g < P_A \Rightarrow$  se hunde al entrar líquido.



$$H_2 + H_3 = r + h \quad (1)$$

$$H_0 = H_1 + H_2 + H_3 + L' \quad (2)$$

Equilibrio de fuerzas:

$$W + F_r = E$$

$$M \cdot g + K(L' - L_0) = \rho_w g \cdot V_s'$$

Suponiendo que  $H_3 > r$  (la altura de agua dentro del tanque está sobre la zona semiesférica):

$$V_s' = \pi r^2 \cdot H_2$$

Nota: el empuje también puede ser determinado como la diferencia entre las presiones externas y el peso del líquido al interior del tanque:

$$E = \rho_w g \cdot \left[ \frac{2}{3} \pi r^3 + \pi r^2 (H_1 + H_2 + H_3 - r) \right] - \rho_w g \cdot \left[ \pi r^2 \cdot H_1 \right] - \rho_w g \cdot \left[ \frac{2}{3} \pi r^3 + (H_3 - r) \pi r^2 \right]$$

$$M \cdot g + K(L' - L_0) = \rho_w g \pi r^2 \cdot H_2 \quad (3)$$

Igualando presiones en el orificio de entrada:

$$P_g' + \rho_w g \cdot H_3 = P_0 + \rho_w g \cdot (H_1 + H_2 + H_3)$$

$$\Rightarrow P_g' = P_0 + \rho_w g \cdot (H_1 + H_2) \quad \text{presión del gas en el nuevo estado.}$$

Proceso del gas (ideal, isotérmico)  $\Rightarrow P \cdot V = \text{cte.}$

$$P_g \left( \frac{2}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h \right) = P_g' \pi r^2 H_2$$

$$\Rightarrow P_g \left( \frac{2}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h \right) = [P_0 + \rho_w g \cdot (H_2 + H_1)] \pi r^2 H_2 \quad (4)$$

$$\text{De (2): } L' = H_0 - H_1 - H_2 - H_3$$

$$\text{en (3): } M \cdot g + K(H_0 - H_1 - H_2 - H_3 - L_0) = \rho_w \cdot g \cdot \pi r^2 \cdot H_2$$

$$\text{De (1): } H_3 = r + h - H_2$$

$$\Rightarrow M \cdot g + K(H_0 - H_1 - H_2 - r - h + H_2 - L_0) = \rho_w \cdot g \cdot \pi r^2 \cdot H_2$$

$$M \cdot g + K(H_0 - H_1 - r - h - L_0) = \rho_w \cdot g \cdot \pi r^2 \cdot H_2$$

$$H_1 = -\frac{\rho_w \cdot g \cdot \pi r^2}{K} H_2 + \frac{M \cdot g}{K} - r - h - L_0 + H_0$$

$$\boxed{H_1 = A H_2 + B}$$

$$A = -\frac{\rho_w \cdot g \cdot \pi r^2}{K}, B = \frac{M \cdot g}{K} - r - h - L_0 + H_0$$

$$(H_1 = -1,539 H_2 + 1,591)$$

$$\text{En (4): } p_g \left( \frac{2}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h \right) = [p_0 + \rho_w \cdot g \cdot (H_2 + A H_2 + B)] \pi r^2 H_2$$

$$p_g \left( \frac{2}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h \right) = [p_0 + \rho_w \cdot g \cdot B] \pi r^2 H_2 + \rho_w \cdot g \cdot (A+1) \pi r^2 H_2^2$$

$$C H_2^2 + D H_2 + E = 0$$

$$C = \rho_w \cdot g \cdot (A+1) \pi r^2 = -4152$$

$$D = (p_0 + \rho_w \cdot g \cdot B) \pi r^2 = 92354$$

$$E = -p_g \left( \frac{2}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h \right) = -56810$$

$$\Rightarrow H_2 = \begin{cases} 21,612 \text{ x} \\ 0,633 \text{ } \checkmark \end{cases}$$

$$H_2 = 0,633 \text{ [m]}$$

$$H_1 = 0,616 \text{ [m]}$$

$$H_3 = 0,567 \text{ [m]}$$

$$\text{Volumen de gas} = \pi r^2 \cdot H_2 = 0,497 \text{ [m}^3\text{]}$$