Cuaderno de Clases: CI31A
Capítulo 3: Cinemática de los fluidos

Javier A. Rovegno Campos

19 de junio de 2007

Este documento contiene una recopilación de los apuntes, tomados por el Autor, en las clases de Mecánica de Fluido del Año 2005 impartidas en la FCFM por los profesores:

- Aldo Tamburrino
- Yarko Niño

Datos del Autor:

Correos del Autor: jrovegno@ing.uchile.cl , tatadeluxe@gmail.com

Página Personal del Autor: http://www.cec.uchile.cl/~jrovegno/

Este Documento forma parte de la primera etapa BETA del *Proyecto Colaborativo WikiCursos*.
Para más información sobre WikiCursos visitar:
http://ideaschile.wordpress.com/

1. Introducción:

1.1. Generalidades.

1.2. Sistemas de Unidades y Medidas.

1.3. Propiedades de los fluidos: termodinámicas, de transporte (viscosidad , etc.), tensión superficial, presión de vapor (fenómenos de capilaridad y cavitación).

2. Estática de los fluidos

2.1. Análisis de la condición de equilibrio. Presión y esfuerzo de corte. Ecuación fundamental del equilibrio estático de los fluidos.

2.2. Aplicación al campo de fuerzas gravitacionales. Ley hidrostática.

2.3. Aplicación a campos de fuerzas distintas de las gravitacionales (centrífuga, etc.).

2.4. Presiones absolutas y manométricas. Medida de la presión.

2.5. Fuerzas sobre superficies planas sumergidas y curvas sumergidas. Principio de Arquímedes.

3. Cinemática de los fluidos

3.1. Clasificación de los regímenes de escurrimiento.

- Régimen laminar y turbulento. Experiencia de Reynolds.
- Régimen uniforme y variado.
- Régimen permanente e impermanente.
- Escurrimiento critico y subcrítico con superficie libre.

3.2. Descripción del movimiento de un fluido. Método de Langrange y Euler. Líneas características del flujo.

3.3. Enfoques alternativos de análisis; enfoque integral; concepto de sistema y volumen de control. Teorema del Transporte de Reynolds.

3.4. Principio de conservación de la materia. Ecuación de continuidad según enfoque integral.

3.5. Conceptos de gasto másico y volumétrico. Aplicaciones de la ecuación, de continuidad integral.

3.6. Ecuación de continuidad desde un punto de vista diferencial.

3.7. Deformación de fluidos en movimiento. Deformación lineal (contracción o dilatación). Deformación angular, rotación con deformación (vorticidad). Propiedades de la vorticidad.

4. Dinámica de los fluidos

4.1. Teorema del Momentum desde un punto de vista diferencial. Relaciones esfuerzo deformación. Flujos rotacionales e irrotacionales. Ecuaciones de Navier Stokes. Aplicaciones a la determinación de distribución de velocidades en régimen laminar.

4.2. Ecuación de Euler. Ecuación de Bernoulli. Aplicaciones.

4.3. Teorema General de ta energía aplicado a los fluidos en movimiento.

4.4. Ecuación de Bernoulli derivada del Teorema de la Energía. Extensión a toda la corriente.

4.5. Teorema del Momentum desde el punto de vista integral.

5. Escurrimiento en tuberías

5.1. Nociones sobre Teoría de la Turbulencia. Ecuaciones de Reynolds.

5.2. Teoría fenomenológica de Prandtl. Distribución de velocidades en régimen turbulento.

5.3. Pérdidas de carga en tuberías friccionales y singulares. Aplicaciones.

5.4. Nociones de la Teoría de la Capa Limite.

6. Hidrodinámica y flujo potencial

6.1. Concepto de flujo Potencial. función Potencial y de Corriente. Propiedades de las funciones. Lineas equipotenciales y de corriente.

6.2. Ejemplos de flujos potenciales bidimensionales, flujo uniforme, flujo radial, fuentes y sumideros puntuales.

6.3. Redes de flujo y métodos de solución.

7. Análisis dimensional y teoría de modelos

7.1. Generalidades.

7.2. Fundamentos del método de Análisis Dimensional.

7.3. Teorema phi o de Buckingham.

7.4. Aplicaciones. Sustentación y Arrastre.

7.5. Semejanza y Teoría de Modelos. Semejanza geométrica, cinemática y dinámica. Aplicaciones a estudios en modelos.

equivalentemente en el eje 2-2

$$I_{o_{2-2}} = \frac{1}{12} B L^3$$

$$\Rightarrow \quad B > H \sqrt{6 \left(1 - \frac{\gamma_m}{\gamma}\right) \frac{\gamma_m}{\gamma}}$$

3. Cinemática de los fluidos

Describimos el mov. del fluido, sin considerar la causa que lo produce

Clasificación del mov.

Flujo { Permanente: No depende del tiempo.
Impermanente: Depende del tiempo.

Flujo { Uniforme: No depende de las coordenadas espaciales.
Espacial% variado: varía en el espacio

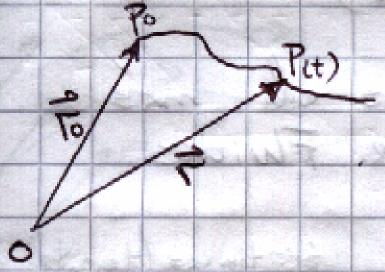
Régimen de flujo { Laminar: Se tiene un mov. ordenado de las partículas de fluido.
Turbulento: el mov. de las partículas de fluido es caótico.

Ojo: Existen clasificaciones que se verán más adelante

Descripción del movimiento:

- Método de Lagrange:

Se describe el mov. de cada partícula. Si en $t=0$ la partícula está en $\vec{r}_0$, la trayectoria de la partícula es $\vec{r} = \vec{r}(\vec{r}_0, t)$



Vel. de la partícula:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Acel. de la partícula

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

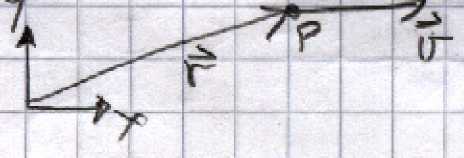
Método difícil de aplicar porque requiere identificar las partículas de fluido, seguirlas en el tiempo, por lo que su aplicación es más o menos restringida. Ejemplo de uso: Estudio de descarga de contaminantes o residuos.

- Método de Euler:

(Campo de vel. en el espacio)

Euler se preocupa de describir la variación del campo de velocidades en el tiempo y en el espacio.

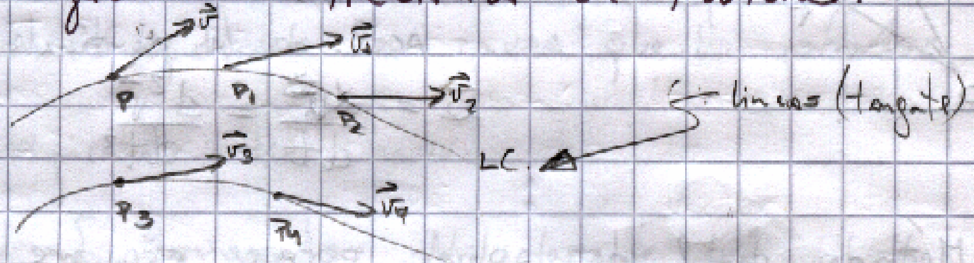
Miremos el pto. P del espacio (ligado a un sist. de referencia por un vector $\vec{r}$)



En $t=0$, por P pasa una partícula con vel $\vec{v}$.
En $t=t'$ por P pasa una partícula con vel $\vec{v}'$.
La vel en el pto P queda def por:

$$\vec{v} = \vec{v}(r, t)$$

El método de Euler es el más utilizado en Mecánica de Fluidos.



Def. LC: líneas de corriente.

Son líneas tangentes al vector velocidad en cada uno de los ptos. en un t dado.

$$\vec{v} \times d\vec{r} = 0$$

Es evidente que las LC no pueden cortarse entre sí, pues un pto no puede tener dos vel al mismo tiempo.

En general:

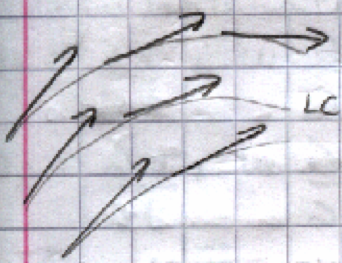
las LC no coinciden con las Trayectorias

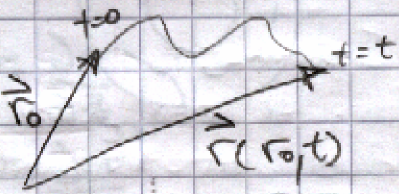
Euler

$d\vec{r} \times \vec{v} = 0$

Lagrange

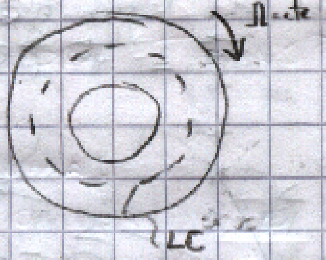
$\vec{r} = \vec{r}(\vec{r}_0, t)$

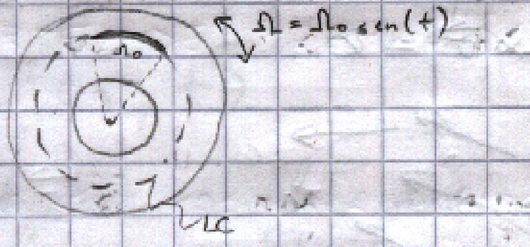




23-08

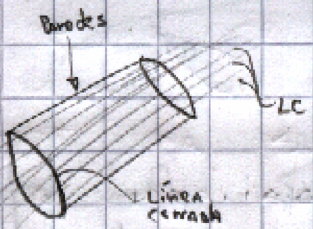
Nota: En General las LC no coinciden con las trayectorias, pero esto sí ocurre para flujos PERMANENTES.





Def. TUBO DE FLUJO:

Conj. de LC limitadas por una Línea cerrada en el espacio



Sea $\hat{n}$ el vector normal a las paredes del tubo de flujo. $\Rightarrow \vec{V} \cdot \hat{n} = 0$

(no hay flujo a través de las paredes del tubo de flujo.)

Def. LINEA DE HUMO

Lugar geométrico que en un instante dado, une las posiciones de las partículas que han pasado o pasarán por un pto. P.

Aceleración: Por Mot. de EULER

EL campo de vel. está dado por:

$\vec{v} : \vec{v}(\vec{r}, t)$

Cartesianas

$u = u(x, y, z, t)$

$v = v(x, y, z, t)$

$w = w(x, y, z, t)$

$$a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x}\cdot\underbrace{\frac{\partial x}{\partial t}}_{u} + \frac{\partial u}{\partial y}\cdot\underbrace{\frac{\partial y}{\partial t}}_{v} + \frac{\partial u}{\partial z}\cdot\underbrace{\frac{\partial z}{\partial t}}_{w}$$

$$= \frac{\partial u}{\partial t} + u\cdot\frac{\partial u}{\partial x} + v\cdot\frac{\partial u}{\partial y} + w\cdot\frac{\partial u}{\partial z}$$

equivalentemente:

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u\cdot\frac{\partial v}{\partial x} + v\cdot\frac{\partial v}{\partial y} + w\,\frac{\partial v}{\partial z}$$

$$a_z = \frac{\partial w}{\partial t} + u\,\frac{\partial w}{\partial x} + v\cdot\frac{\partial w}{\partial y} + w\cdot\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v}\cdot\nabla\vec{v}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v}\cdot\nabla\vec{v}$$

ACELERACIÓN (variación de la vel) — (Variación Temporal de vel) — (Variación espacial de vel, Aceleración convectiva.

Def. Operador : $\frac{d}{dt}$, se denomina derivada material o sustancial $\left(\frac{d}{dt} \equiv \frac{D}{Dt}\right)$

puede aplicarse en forma general a cualquier propiedad del flujo. (B propiedad escalar o vectorial)

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\partial B}{\partial t} + \vec{v}\cdot\nabla B$$

Def. Escurrimiento Permanente : $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0$

$\Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v} \cdot \nabla \vec{v}$

Def. Escurrimiento uniforme : $\vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = 0$

Teo. del TRANSPORTE DE REYNOLDS

Def: Sistema:

Conj. de partículas que se desplaza, cambia sus propiedades (temp, densidad, etc) pero contiene siempre las mismas partículas; la cantidad de materia es cte.

Def. Volumen de Control:

Volumen cualquiera del espacio, limitado por una superficie cerrada, única e invariable (superficie de control). Un vol. de control ubicado dentro de un flujo es ocupado por partículas que entran y salen a través de las superficies de control.

Sea η el valor específico de una propiedad en un pto de $\forall$.

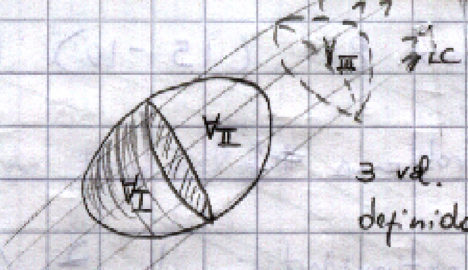
η (propiedad intensiva)

Sea N magnitud de la propiedad del volumen de partículas:

$$N = \int_{\forall} \eta \cdot \rho \cdot d\forall$$

N (propiedad extensiva)

Expresión para $\dfrac{dN}{dt}$:



3 vol. definidos

a) Vol I: Vol. que pertenece a $\forall_c$, pero no contiene partículas del sistema en instante $(t+\Delta t)$

b) Vol II: Vol. que pertene al $\forall_c$, y que contiene partículas del sistema en el instante $(t+\Delta t)$

c) Vol III: Vol. ocupado por las partículas del sistema que en $(t+\Delta t)$ ya no están en el $\forall_c$.

Usando la definición de derivada total:

$$\frac{dN}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left(\int_{\forall_{II}} \eta \cdot \rho \, d\forall + \int_{\forall_{III}} \eta \cdot \rho \, d\forall\right)\Big|_{t+\Delta t} - \left(\int_{\forall_{I}} \eta \cdot \rho \, d\forall + \int_{\forall_{II}} \eta \cdot \rho \cdot d\forall\right)\Big|_{t}}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left(\int_{\forall_{II}} \eta \cdot \rho \cdot d\forall\right)\Big|_{t+\Delta t} - \left(\int_{\forall_{I}} \eta \cdot \rho \cdot d\forall\right)\Big|_{t}}{\Delta t} +$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left(\int_{\forall_{III}} \eta \cdot \rho \cdot d\forall\right)\Big|_{t+\Delta t}}{\Delta t} - \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left(\int_{\forall_{I}} \eta \cdot \rho \, d\forall\right)\Big|}{\Delta t}$$

= Variación de N en el $\forall_c$ en un tiempo Δt + Cantidad de N que sale del $\forall_c$ en un tiempo Δt − Cantidad de N que entra al $\forall_c$ en un tiempo Δt

$$\Rightarrow \frac{dN}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall_c} \eta \cdot \rho \cdot d\forall + \int_{S_{SALIDA}} \eta \cdot \rho \cdot \vec{v} \cdot \hat{m} \, dS - \int_{S_{ENTRADA}} \eta \cdot \rho \cdot \vec{v} \cdot \hat{m} \, dS$$

(Viene del día 23-08) [illegible]

(27-08)

- Teorema de Transporte de Reynolds.
(Enfoque integral)

$$\frac{DN}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{V_C} \eta \cdot \rho \, dV + \int_{S_C} \eta \cdot \rho \cdot \vec{v} \cdot \hat{n} \, dS$$

η: propiedad intensiva $\quad \frac{N}{M} \quad N = m_S \quad \eta = \frac{m_S}{m_S + m_L} = C$

3.4 Principio de conservación de la materia.

Consideramos el caso en que N es la masa de fluido. En este caso $N = m \rightarrow \eta = 1$

$$\Rightarrow \frac{dm}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{V_C} \rho \cdot dV + \int_{S_C} \rho \cdot \vec{v} \cdot \hat{n} \cdot dS \qquad \frac{Dm}{Dt} \equiv 0$$

* Mecánica clásica: la materia se conserva $\Rightarrow \frac{dm}{dt} = 0$

$$0 = \frac{\partial}{\partial t}\int_{V_C} \rho \cdot dV + \int_{\Sigma} \rho \cdot \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

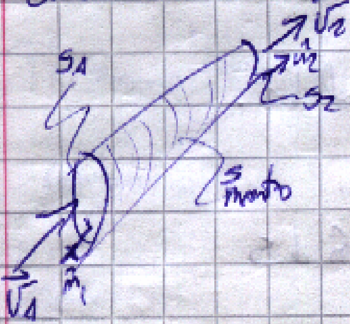
(Ec. de continuidad)

3.5

Def $\quad G = \int_{S_C} \rho \cdot \vec{v} \cdot \vec{n} \, dS \qquad G$: gasto másico.

Tenemos: $\int_{V_C} \rho \cdot dV = m_{\text{fluido dentro del } V_C}$

Consideramos el "tubo de Flujo"



$$\int_{S_C} \rho \cdot \vec{v} \cdot \hat{n}\, dS = \int_{S_1} \rho \cdot \vec{v} \cdot \hat{n} \cdot dS + \int_{S_2} \rho \cdot \vec{v} \cdot \hat{n}\, dS + \cancel{\int_{S_{manto}} \rho \cdot \vec{v} \cdot \hat{n} \cdot dS}$$

$$\Rightarrow \int_{S_1} \rho \cdot \vec{v} \cdot \hat{n}\, dS = -\int_{S_1} \rho \cdot v_1\, dS = -G_1$$

$$\int_{S_2} \rho \cdot \vec{v} \cdot \hat{n}\, dS = +\int_{S_2} \rho \cdot v_2\, dS = G_2$$

$$\therefore 0 = \frac{\partial m}{\partial t} + G_2 - G_1 \Leftrightarrow \boxed{\frac{\partial m}{\partial t} = G_{entra} - G_{sale}}$$

// $\partial m = \rho \cdot d\forall$

* Flujo permanente $\Rightarrow G_{entra} = G_{sale}$

* Consideramos $\rho = cte.$

$$\int_{\forall c} \rho \cdot d\forall = \rho \int_{\forall c} d\forall = \rho \cdot \forall$$

$$G = \int_S \rho \cdot v \cdot dS = \rho \int_S v \cdot dS = \rho \cdot Q$$

Def $\quad Q = \int_S v \cdot dS \qquad$ Q: caudal o Gasto volumétrico.

$$\rho \cdot \frac{d\forall}{\partial t} = \rho \cdot Q_{entra} - \rho \cdot Q_{sale} \quad / \frac{1}{\rho}$$

$$\boxed{\frac{\partial \forall}{\partial t} = Q_{entra} - Q_{sale}}$$

$\forall$: vol de fluido dentro del $\forall c$.

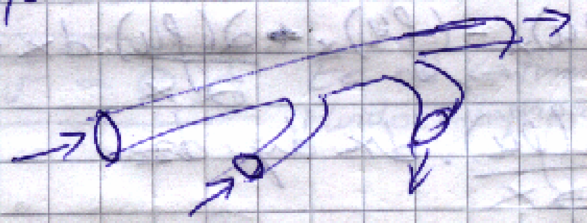
Def $\bar{v} = \dfrac{\int_S v \cdot dS}{S} = \dfrac{Q}{S}$ $\quad \bar{v}$: vel media

$$\boxed{\frac{\partial V}{\partial t} = \bar{v} \cdot S\Big|_{entra} - \bar{v} \cdot S\Big|_{sale}}$$

Def: $\bar{\rho} = \dfrac{G}{Q} \Leftrightarrow \bar{\rho} \cdot \int_S v \cdot dS = \int_S \rho\, v \cdot dS$

$\bar{\rho}$: densidad media.

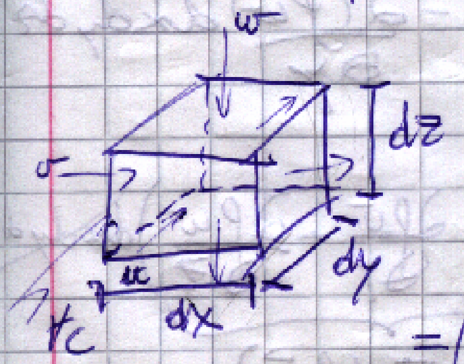
Tubo de flujo con varias salidas y entradas.



$$\frac{\partial m}{\partial t} = \sum_{entra} G_i - \sum_{sale} G_j$$

3.6 Ecuación de continuidad desde el pto de vista diferencial

$V_c = dx\,dy\,dz$



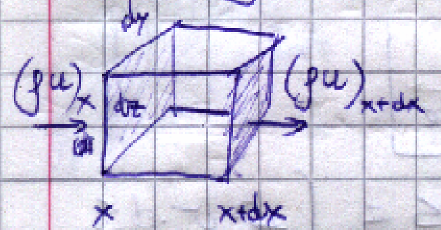
$$\frac{\partial m}{\partial t} = \int_{S_{entra}} \rho\, v \cdot dS - \int_{S_{sale}} \rho\, v \cdot dS$$

$$= \left(\int_{S_{x\,entra}} \rho\, v \cdot dS + \int_{S_{y\,entra}} \rho\, v \cdot dS + \dots \right) - \left(\int_{S_{x\,sale}} \rho\, v \cdot dS + \dots \right)$$

Consideramos S_x:

$dS_x = dy\,dz$

$m = \rho \cdot d\forall = \rho \cdot dx\,dy\,dz$



$$\Rightarrow \int_{S_{x\,entra}} \rho\, v\, dS - \int_{S_{x\,sale}} \rho \cdot v \cdot dS =$$

$$\int_{S_{x\,entra}} \rho \cdot u\, dS \Big|_x - \int_{S_{x\,sale}} \rho \cdot u\, dS \Big|_{x+dx} \qquad / d(\,)$$

$$= (\rho u)_x \cdot dy \cdot dz - (\rho u)_{x+dx} \cdot dy \cdot dz$$

$$= \left[(\rho u)_x - (\rho u)_x + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \cdot dx + \dots \right] dy\, dz$$

$$\approx -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \cdot dx\, dy \cdot dz$$

Equivalentemente podemos evaluar los flujos a traves de las superficies dS_y y dS_z

$$\int_{S_{y\,entra}} \rho \cdot v\, dS - \int_{S_{y\,sale}} \rho \cdot v\, dS = -\frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \cdot dx\, dy\, dz$$

$$\int_{S_{z\,entra}} \rho \cdot v \cdot dS - \int_{S_{z\,sale}} \rho \cdot v \cdot dS = -\frac{\partial(\rho w)}{\partial y} dx\, dy\, dz$$

$$\therefore \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot \cancel{dx \cdot dy \cdot dz} = -\underbrace{\left(\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho \cdot v}{\partial y} + \frac{\partial \rho \cdot w}{\partial z} \right)}_{\nabla \cdot (\rho \cdot \vec{v})} \cancel{dx\, dy\, dz}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot \vec{v}) = 0}$$ Ec. de continuidad enfoque diferencial.

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \rho}_{\frac{d\rho}{dt}} + \rho \cdot \nabla \vec{v} = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{d\rho}{dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{v}) = 0}$$

5. fluido es incompresible y homogeneo:

$\Rightarrow \rho$ independiente de t y $\vec{r}$. $\therefore$

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{v} = 0}$$ Ec. de continuidad Fluido incompresible

Cat: (30/08/04)

Resumen: Ec. Continuidad enfoque integral.

$$\frac{\partial m}{\partial t} = G_{entra} - G_{sale} \quad // \ \rho = cte$$

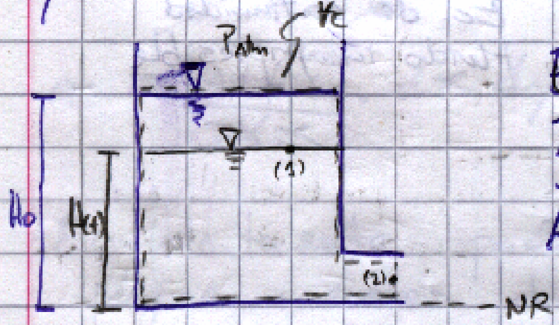
$$\Rightarrow \quad \frac{\partial \forall}{\partial t} = Q_{entra} - Q_{sale}.$$

Ec. Continuidad enfoque diferencial.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot \vec{v}) = \emptyset \quad // \text{ fluido incompresible}$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = \emptyset$$

Ej. Vaciamiento de un estanque:



Estanque de area basal A_0
Descarga a traves de un tubo de area transversal A_t

$$B_1 = B_2 \Rightarrow H(t) = \frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2g\,H(t)}$$

Torrichelli: para estanques de grandes dimensiones.

*Nota: el volumen de control engloba los fenomenos de estudio: - El nivel de la sup. libre y la zona de descarga

Continuidad $\quad \frac{\partial \forall}{\partial t} = \cancel{Q_{entra}}^{\,\emptyset} - Q_{sale}$

$$\forall_{(t)} = A_o \cdot H_{(t)} \Rightarrow \frac{\partial \forall}{\partial t} = A_o \cdot \frac{dH_{(t)}}{dt}$$

$$Q_{sale} = v_2 A_t = \sqrt{2g\, H_{(t)}} \cdot A_t$$

$$\Rightarrow A_o \frac{dH}{dt} = -A_t \sqrt{2g} \sqrt{H}$$

$$\Rightarrow \frac{dH}{\sqrt{H}} = -\frac{A_t}{A_o} \sqrt{2g}\, dt \quad / \int$$

$$\cancel{2} \sqrt{H} = \frac{-A_t}{A_o} \frac{\sqrt{2g}}{2} \cdot t + \frac{cte}{2}$$

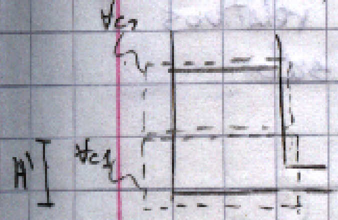
CB: $t = 0 \rightarrow H = H_o$

$$2\sqrt{H_o} = cte \Rightarrow$$

$$\boxed{\sqrt{H} = \frac{-A_t}{A_o} \sqrt{\frac{g}{2}} \cdot t + \sqrt{H_o}}$$

Si $H \rightarrow 0 \Rightarrow$ Hay problemas con el supuesto de Torricelli

(Con 2 $\forall_c$)



Necesitamos evaluar la energía asociada a la velocidad.

Usamos $\forall_{c_2}$ para conocer Q_{entra} a $\forall_{c_1}$

En $\forall_{c_2}$:

$$\frac{\partial \forall}{\partial t} = \cancel{Q_{entra}}^{\,\emptyset} - Q_{sale}$$

$Q_{entra_2} = \emptyset$

$Q_{sale_2} = Q_{entra_1}$

$$\forall = A_o (H - H') \Rightarrow A_o \frac{dH}{dt} = -Q_{sale_2}$$

$$\Leftrightarrow A_o \frac{dH}{dt} = -A_T \sqrt{2gH}$$

en $\forall_{c_1}$ $(H > H')$

$\Rightarrow \forall = cte.$

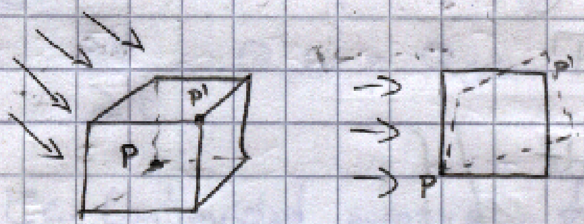
$\emptyset = Q_{entra_1} - Q_{sale_1}$

$Q_{entra_1} = Q_{sale_1}$

$= A_T \cdot \sqrt{2gH'}$

3.7 Deformación de Fluidos en movimiento

Def. de un elemento de fluido (situación permanente)



$$d\vec{v} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial x}\cdot dx + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y}\cdot dy + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}\cdot dz$$

Sea $\vec{v} = (u, v, w)$

$$d\vec{v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}$$

i) $d\vec{v} = \emptyset \Rightarrow$ No hay desplazamientos relativos (No hay cambio de forma, solo desplazamiento.

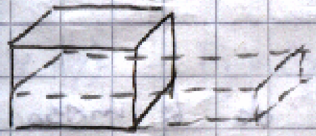
ii) $$d\vec{v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & & \emptyset \\ & \frac{\partial v}{\partial y} & \\ \emptyset & & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}$$

Esto ocurre en gases. (el líquido se dilata dobiamente.

[Bibliografía] Revisar: Deformación de un Elemento de Fluido en Movimiento. Prof. Aldo Tamburrino.

Fluido incompresible:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$



$(\forall = cte)$

$$\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y} > 0 \Rightarrow \frac{\partial w}{\partial z} < 0$$

Nota: Importante en fluidos:

$\frac{\partial \gamma}{\partial t}$: tasa de deformación angular a diferencia de los sólidos que interesa $d\gamma$ (cambio de longitud)

Def $$\frac{d\gamma}{dt} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \rightarrow \varepsilon_{zy}$$

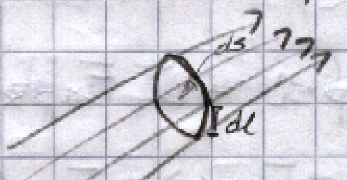
$$\varepsilon_{zy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

↳ Promedio de las 2 deformaciones. en algunos libros se omite y se agrega en las fórmulas.

Defi: Circulación: $\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot \hat{t} \, dl$

$$\Rightarrow \Gamma = 2 \int_S \vec{\omega} \cdot \hat{n} \, ds$$

Tubo de Flujo



// Si $\vec{\omega} = 0 \Rightarrow$ el flujo es irrotacional.

Resto Mirar en Apunte de (U-CURSOS)

- Deformación Lineal (contracción, dilatación)
- " angular
- Rotación con deformación (vorticidad) → Propiedades.