



**UNIVERSIDAD DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**“ESTRATEGIAS DE CONTROL PREDICTIVO HÍBRIDO EN TIEMPO REAL  
PARA SISTEMAS DE REGULACIÓN DE INTERVALOS EN SISTEMAS DE  
TRANSPORTE PÚBLICO”**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL  
ELECTRICISTA**

**EDUARDO GABRIEL SÁEZ MANRÍQUEZ**

**PROFESORES GUÍA:  
SRA. DORIS SÁEZ HUEICHAPAN.  
SR. CRISTIAN EDUARDO CORTÉS CARRILLO.**

**MIEMBRO DE LA COMISIÓN:  
HECTOR AGUSTO ALEGRÍA**

**SANTIAGO DE CHILE  
JUNIO 2007**

RESUMEN DE LA MEMORIA  
PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL ELECTRICISTA  
POR: EDUARDO SÁEZ MANRÍQUEZ  
FECHA: 26/06/2007  
PROF. GUIA: SRA. DORIS SÁEZ H.  
PROF. CO-GUIA: SR. CRISTIÁN CORTÉS C.

### **Estrategias de Control Predictivo Híbrido en Tiempo Real para Sistemas de Regulación de Intervalos en Sistemas de Transporte Público.**

En esta memoria se desarrolla una formulación analítica para el diseño de estrategias de Control Predictivo Híbrido (HPC) para el problema de Regulación de Intervalos de Buses. El esquema de control HPC considera un modelo del Sistema de Transporte Público con variables de estado de naturaleza entera y continua, como la cantidad de pasajeros en un bus y la posición del mismo respectivamente.

Inicialmente, se formula un modelo para el Sistema de Transporte Público, el cual consiste en un circuito cerrado segregado en el cual circula una sola línea de buses, con una serie de paradas de buses distribuidas de manera equidistante unas de otras a través del largo del circuito. Se considera además la utilización de semaforización a lo largo del circuito.

La demanda de pasajeros se modela para cada paradero como una cola, con distribución de llegada tipo Poisson con tasa conocida para cada paradero. Se asume conocido también para cada usuario del sistema su paradero de destino. Con esto se obtiene un modelo que predice la llegada y el destino de los usuarios futuros.

Las acciones de control sobre el sistema son dos y se aplican en diferentes zonas del sistema sobre cada bus: estrategias de  *Holding*  en ciertas paradas (retención de buses en paradas por cierto tiempo),  *Station Skipping*  (no detenerse en ciertas paradas). Las acciones de control son de naturaleza entera mixta, lo cual dificulta la resolución del problema de optimización en cada instante, el cual debe ser resuelto en un tiempo reducido.

Se presentan en esta memoria resultados por simulación considerando como método de optimización enumeración explícita, y se dejan las bases para la implementación de algoritmos más eficientes.

*A mis padres Carmen y Alejandro quienes han dado todo por mí y a mi  
hermana Alejandra de quien espero el mayor de los éxitos*

## **Agradecimientos**

Quisiera agradecer a todas aquellas personas que me han apoyado, acompañado, ayudado y guiado durante este largo proceso. Agradezco a los proyectos FONDECYT 1061165 “Diseño de estrategias de control predictivo basadas en modelación híbrida difusa”, profesora responsable Doctora Doris Sáez H. También agradezco al proyecto FONDECYT 1061261 “Optimización en tiempo real de operaciones de Sistemas de Transporte Público de Superficie”, profesor responsable Phd. Cristián Cortés C.

Quisiera especialmente agradecer a la profesora Doctora Doris Sáez H. del Departamento de Ingeniería Eléctrica quien durante ya más de tres años me ha guiado a lo largo de mi estadía en la Universidad. Fue ella quien depositó su confianza al permitirme hace años trabajar en el Laboratorio de Automática, corregir más de alguna vez un ramo o alguna una tarea y finalmente en el último tiempo ser mi profesora guía de esta memoria. Quisiera también agradecer al profesor Phd. Cristián Cortés por ser mi profesor co-guia quien me ha brindado muchos conocimientos sobre el tema del transporte y ha podido resolver con éxito mis dudas sobre el tema. También agradezco a Héctor Augusto, que me ha ayudado y aconsejado cuando los plazos se venían encima. Agradezco a Alejandro Tirachini, quien me ayudo muchísimo con sus ideas.

Mi paso por la Universidad no hubiese sido lo grato que fue si no fuera por mis compañeros. Agradezco a mis compañeros del Laboratorio de Automática: Jugo Olgúin, Pepe Messen y el fugaz paso de Oscar Jimenez, quien se arrancó a Brasil y desde allá nos envió saludos. Agradezco en particular a Marcela Riquelme, que gracias a su ayuda pude concluir la programación, siendo ella una gran colaboradora y testigo del enorme esfuerzo y horas invertidas en este trabajo. También debo agradecer a mis compañeros de otro laboratorio, de

Control Avanzado II. A Freddy Milla, Juan Solis. Agradezco a Pablo Medina y Alfredo Nuñez. Pablo fue mi compañero de innumerables eventos deportivos siguiendo la senda triunfal de Colo-Colo, cuantas finales vimos en el Estadio Monumental y el Estadio Nacional y por qué no decirlo, en muchos bares. Agradezco a Alfredo Nuñez, el “doctor” Nuñez, quien siempre me ayudo en lo que pudo, me salvó con dinero más de alguna vez, compartimos largos almuerzos y cervezas y por supuesto en lo que a temas académicos se refiere siempre me ayudó y estuvo dispuesto a colaborar. Grande Alfredo espero obtengas el doctorado luego!!!.

He conocido en la Universidad muchas personas que han sido muy valiosas y que espero tener siempre como amigos. Agradezco a Mauricio Riveros un gran amigo que desde antes de que entráramos a la Universidad. Siempre he podido contar con él y sé que siempre será así. Espero también logre su magíster pronto y le deseo el mejor de los éxitos. A Jaime Muñoz que al igual que Mauricio siempre he podido contar con él. Ambos compañero de innumerables jornadas de estudio en los primeros años de la Universidad. Agradezco a muchos eléctricos del departamento, por supuesto a Iris que el último tiempo sin sus préstamos estaría en la quiebra, jaja, a Cristián García que finalmente me pagó la parrillada que me debía, a Ian Pelissier que con sus gritos y comentarios nos alegraba la vida a todos, y a todos aquellos con quienes tuve que convivir durante mi paso por el departamento, krillin, choko, físico, nico reyes, rayo, karaoke, nico Godoy, y muchos más que se quedan en el tintero pero ellos saben quienes son. También agradezco a mis compañeros de sección de primer año Enrique, Nacho y Nilson, con quienes en miles de ocasiones compartimos terrazas y anécdotas varias, espero se titulen pronto.

Agradezco a mis mejores amigos de la vida. A Gonzalo Vigorena “coloro”, a Sergio Betzhold “more” y por supuesto a Juan Pablo Barría “Jei Pi”. Estoy

seguro que Jei se alegraría por mí en estos momentos, así espero ustedes también. Les agradezco amigos las innumerables ocasiones que hemos compartido, cuantas anécdotas y recuerdos veo en estos momentos. Amigos les agradezco por todo y les deseo lo mejor de la vida, que capacidades a ustedes les sobran y sé que lograrán todos sus objetivos. Agradezco a todos quienes conocí este último tiempo y me han brindado su amistad, al Saieg y ani y a la bebe que viene en camino, a Diego, Siki, Jaime (ráfaga), Ivonne, y tantos más que ahora no recuerdo pero están presentes. Agradezco a makis, una gran amiga que siempre ha estado ahí para ayudarme en más de una ocasión. (se me viene la imagen de Maipú, jaja).

Agradezco a Elizabeth Silva, una persona muy especial para mí, mi polola. El destino nos ha juntado y quiero agradecerle por su paciencia estos últimos meses. He tenido muy poco tiempo pero ella me ha apoyado siempre. Te quiero mucho mi niña.

Agradezco a mi familia. A mis padres que con mucho sacrificio y esfuerzo han podido educarnos a mi hermana y a mí. Les doy las gracias infinitas por todo. Su esfuerzo no ha sido en vano y espero poder retribuirlos como corresponde en los próximos años. Agradezco a mi hermana Alejandra y a su pololo Jordi, en especial por las miles de veces que me asistieron cuando necesitaba ayuda y a horas poco comunes. Le deseo a mi hermana el mejor de los éxitos en su vida profesional y paciencia, que todo su esfuerzo será retribuido con el tiempo.

## INDICE GENERAL

<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>9</b>
<b>1.1 Motivación .....</b>	<b>9</b>
<b>1.2 Objetivo General .....</b>	<b>11</b>
<b>1.3 Objetivos Específicos .....</b>	<b>11</b>
<b>1.4 Estructura de la Memoria .....</b>	<b>12</b>
<b>1.5 Alcance .....</b>	<b>13</b>
<b>2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>15</b>
<b>2.1 Revisión bibliográfica referente a Control Predictivo Híbrido (HPC). ..</b>	<b>15</b>
<b>2.2 Estrategias de Control para Sistemas de Transporte Público .....</b>	<b>17</b>
<b>3. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....</b>	<b>20</b>
<b>3.1 Formulación de un modelo de Transporte Público de Superficie .....</b>	<b>21</b>
3.1.1 Variables del modelo.....	25
3.1.2 Ecuaciones del modelo .....	28
3.1.3 Restricciones del modelo .....	34
<b>3.2 Estimación de la demanda en paraderos del sistema de Transporte     Público .....</b>	<b>36</b>
3.2.1 Datos Generados.....	37
3.2.2 Ordenamiento de los datos.....	40
3.2.3 Estimación de la hora de llegada de los usuarios a los paraderos .....	43
3.2.3.1 Datos on-line:.....	45
3.2.3.1.1 Ejemplo nº1.....	49
3.2.3.2 Registros Históricos (Datos off-line):.....	51
3.2.3.2.1 Ejemplo nº2.....	57
<b>3.3 Cálculo de Flota .....</b>	<b>62</b>
3.3.1 Demanda de servicio .....	62
3.3.2 Oferta de servicio .....	67
3.3.3 Balance oferta-demanda.....	69

<b>3.4 Función Objetivo</b> .....	<b>71</b>
3.4.1 Función Objetivo 1 Minimización de tiempo de espera (v1) .....	72
3.4.2 Función Objetivo 2 Minimización de varianza de intervalos .....	75
3.4.3 Función Objetivo 3 Minimización de tiempos de espera predichos en simulación .....	76
<b>4. PRUEBAS POR SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS</b> .....	<b>78</b>
<b>4.1 Pruebas por simulación</b> .....	<b>78</b>
4.1.1 Primer set de pruebas .....	80
4.1.2 Segundo set de pruebas .....	87
<b>5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS</b> .....	<b>98</b>
<b>5.1 Conclusiones</b> .....	<b>98</b>
<b>5.2 Trabajos futuros</b> .....	<b>101</b>
<b>REFERENCIAS</b> .....	<b>104</b>
<b>ANEXOS</b> .....	<b>110</b>
<b>ANEXOS</b> .....	<b>110</b>
<b>ANEXO 1: Sobre la estimación de la demanda</b> .....	<b>110</b>
<b>Datos on-line</b> .....	<b>110</b>
Caso 1: .....	110
Caso 2: .....	110
<b>Datos off-line</b> .....	<b>111</b>
Caso 1: .....	111
Caso 2: .....	113
<b>ANEXO 2: Publicaciones</b> .....	<b>116</b>



# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1 Motivación

En muchas ciudades el transporte público de superficie (buses) tiene una muy mala imagen y serias deficiencias operativas. A pesar de esto, el número total de viajes anuales en transporte público sigue siendo muy elevado. Es fácil intuir que si el círculo de deterioro del transporte público continúa, se corre un riesgo significativo de que el total de viajes en este modo disminuya interrumpidamente hasta niveles preocupantes, lo que genera inevitablemente que las personas busquen otros medios de transporte como por ejemplo es el automóvil, lo que genera exceso de tráfico, congestión, contaminación y otros problemas que se observan en las ciudades donde esto ocurre.

En estas ciudades rara vez se dispone de sistemas de control de la operación de buses de modo de reaccionar en tiempo real a las incertidumbres propias que ésta enfrenta, como lo es grandes demandas puntuales de servicio, congestión, accidentes e incluso la operación normal del sistema. Así los intervalos entre los buses mantienen típicamente una elevada varianza afectando fuertemente los tiempos de espera de los pasajeros, lo que disminuye directamente la eficiencia del sistema, desmotivando su uso por parte de las personas.

Las estrategias de control para sistemas de transporte en tiempo real que se encuentran en la literatura han sido tratadas mayormente de manera heurística, con la consecuente carencia de un marco de control dinámico. En esta memoria se desarrolla un modelo integrado de dos estrategias de control (*holding* y *station skipping*, en particular *expressing* para esta última) para resolver un problema de control de transporte público en tiempo real con demanda de

pasajeros incierta, considerando información en línea del comportamiento del sistema. La estrategia de *holding* apunta a retener el bus en determinado paradero durante una determinada cantidad de tiempo. Mientras que *station skipping* es como su nombre lo indica un salto de estación o paradero, teniendo variantes como *expressing*: cuando un bus salta estaciones con pasajeros a bordo o *deadheading*: que es similar a *expressing* pero sin pasajeros a bordo y requiere un paradero identificado en el cual comenzar a operar. En esta memoria se utilizará indistintamente los términos *expressing* y *station skipping*.

A diferencia de la mayoría de los estudios encontrados en la literatura de control de tránsito, el modelo propuesto es formulado como un problema de Control Predictivo Híbrido(HPC), dado que la teoría de HPC se ajusta muy bien a las características dinámicas del problema de Transporte Público.

De hecho, el enfoque HPC resulta ser una alternativa muy atractiva para resolver problemas de control dinámico asociados a la operación de sistemas de transporte público. Con tal tipo de enfoque es posible integrar variadas acciones de control en la misma formulación como *holding*, *expressing* y eventualmente ajuste de fases de semáforos, etc. Por otro lado los modelos predictivos permiten estimar los efectos de las acciones de control en el comportamiento de sistema de tránsito y también permiten incluir complejas restricciones al sistema. Una última característica importante del enfoque HPC es la capacidad de optimizar el funcionamiento del sistema en tiempo real, basado en la minimización de una función objetivo.

## 1.2 Objetivo General

El objetivo de esta memoria es presentar resultados y metodología para aplicar el enfoque de Control Predictivo Híbrido (HPC) al problema de regularización de Intervalos en Sistemas de Transporte Público.

## 1.3 Objetivos Específicos

Los objetivos específicos de esta memoria son los siguientes:

- Formular un modelo dinámico para operación en línea y en tiempo real, que considere simultáneamente actuar sobre los intervalos en buses sucesivos utilizando retención de buses en paraderos (*holding*) y salto de paraderos (*station skipping*) si es necesario.
- Desarrollar estrategias de Control Predictivo Híbrido, que regularizando los intervalos entre buses, optimicen (dismuyan en este caso) los tiempos de espera de los usuarios el sistema.
- Implementar mediante simulación las estrategias de Control Predictivo Híbrido desarrolladas anteriormente sobre el modelo dinámico obtenido.
- Validación de las estrategias de control mediante simulación del sistema controlado, utilizando como referencia parámetros de funcionamiento del sistema actual de buses.

## **1.4 Estructura de la Memoria**

En el capítulo 1 se presenta la motivación de la memoria y se presentan los objetivos principales y secundarios, así como su alcance.

En el Capítulo 2 se presenta una revisión bibliográfica sobre Control Predictivo Híbrido HPC y una revisión más extensa sobre los temas concernientes a Estrategias de Control para Sistemas de Transporte. Estas últimas poseen el enfoque clásico de transporte.

En el Capítulo 3 se muestra la descripción del problema de regularización de intervalos en sistemas de transporte público de superficie. Se presenta en primer lugar la formulación analítica del modelo de transporte sobre el que se efectuará el control. Se describen sus características así como las acciones de control posibles de aplicar al modelo y sus restricciones. Un aspecto importante del modelo comprende la estimación de la demanda del sistema por parte de usuarios.

En el capítulo 4 se describen los experimentos realizados sobre el sistema y sus resultados, incluyendo la sensibilización de algunos parámetros. Luego se presenta un análisis de los resultados.

Finalmente en el capítulo 5 se concluye sobre los resultados obtenidos, se verifica el cumplimiento de los objetivos y se presentan los lineamientos de trabajos futuros sobre el tema.

## 1.5 Alcance

El alcance de esta memoria comprende el modelamiento de un Sistema de Transporte Público de superficie de ruta fija. El objetivo de esta memoria es desarrollar un modelo Predictivo Híbrido del sistema que comprende los actores involucrados en él como son buses, paraderos, semáforos y demanda de pasajeros. No así de factores externos como congestión, accidentes u operación especial diferente del régimen permanente del sistema, los cuales se pueden considerar en trabajos futuros. La topología del sistema es dada a partir de supuestos y su formulación indica que al tratarse de un sistema híbrido, se le puede aplicar HPC. El diseño del sistema no es variable de optimización, es decir, la ubicación y cantidad de paraderos o semáforos a lo largo de la ruta, la flota óptima de buses y el recorrido serán fijos y conocidos.

La demanda del sistema es modelada a partir de datos históricos y de datos on-line de demanda. La obtención de estos datos es transparente para efectos de esta memoria y se asume que se cuenta con ellos instante a instante y en tiempo real provenientes de un sistema de información global en línea del sistema. Lo mismo ocurre para datos como velocidades y posiciones actuales de buses, cantidad de gente en paraderos y en tránsito, estado de semáforos, etc. Los datos de demanda utilizados en la presente memoria son dados bajo supuestos de comportamiento de pasajeros y su propósito es ejemplificar el procedimiento y las estrategias de control.

Es objetivo de esta memoria generar una estrategia HPC que sea capaz de aplicarse al sistema y obtener mejoras (disminución de tiempo) sobre los tiempos de espera de los usuarios en los paraderos. Si bien el funcional a optimizar en el HPC es lo que define qué variables se optimizan, para efectos

de esta memoria se busca como principal objetivo disminuir los tiempos de espera de los usuarios del sistema y no por ejemplo disminuir costos operacionales o disminuir congestión, etc.

Dentro del alcance de esta memoria está el simular el Sistema de Transporte antes modelado y aplicar sobre él estrategias de control HPC que se basan en el modelo híbrido obtenido. Para efectos de esta memoria el algoritmo de optimización ocupado es Enumeración Explícita. Todas las pruebas y simulaciones con control son resueltas con este algoritmo y no se incluyen otros como pueden ser Algoritmos Genéticos u otro algoritmo de inteligencia computacional, debido a que es necesario encontrar soluciones globales en cada instante, de manera de evaluar correctamente la formulación del controlador.

## **2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 Revisión bibliográfica referente a Control Predictivo Híbrido (HPC).**

La mayoría de los procesos y modelos que se encuentran en los Sistemas de Transporte presentan variables de tipos enteras y continuas. Las cargas de pasajeros o la cantidad de buses de los buses son ejemplos de variables enteras. Por otro lado los tiempos de viaje o de espera o la posición de un bus son variables de tipo continuo. Los procesos que involucran variables de ambos tipos ya sea en sus entradas, salidas o estado se denominan sistemas híbridos. Es por tanto que se puede afirmar que los Sistemas de Transporte son en esencia sistemas híbridos.

Sobre estos sistemas, una técnica que ha resultado exitosa es la de Control Predictivo Híbrido, en la cual se minimiza una función objetivo sujeto a las restricciones del modelo el cual incorpora las características híbridas del proceso, es decir, sus variables enteras y continuas.

Slupphuang *et al.* (1997) y Slupphaung y Foss (1997) presentan el diseño de control predictivo con variables de entrada continuas y enteras. El controlador predictivo con entradas continuas y enteras fue sintonizado usando programación entera mixta no lineal. En este caso, se resuelve el problema utilizando programación no lineal entera mixta y se evalúa favorablemente frente a una estrategia de control predictivo con separación de las variables continuas de las variables enteras.

Bemporad y Morari (1999, 2000) presentan un esquema de control predictivo híbrido que incluye restricciones operacionales. En este caso, el problema es resuelto usando programación entera mixta cuadrática (MIQP). Los algoritmos

propuestos son aplicados por simulación a un sistema de turbinas, el cual incorpora variables manipuladas enteras. El principal problema de MIQP es la complejidad computacional que aumenta el tiempo necesario para encontrar una solución.

Bemporad *et al.* (2002) establecen que un sistema híbrido con un controlador predictivo basado en una función objetivo cuadrática y restricciones lineales es una subclase de sistema híbrido MLD (“Mixed Logic Dynamical”). En otras palabras, el sistema en lazo cerrado está caracterizado como un sistema híbrido.

Thomas *et al.* (2004) describe un algoritmo de Control Predictivo Híbrido basado en partición poliedral del espacio de estado. Proponen dividir el espacio de espacio en regiones poliedrales en donde ocupan un modelo MLD simplificado para describir la dinámica en cada región. Con este enfoque busca disminuir el tiempo computacional y lo aplican al control por simulación de un sistema de estanques de nivel.

Becutti *et al.* (2004) proponen descomposición Lagrangeana temporal para resolver el problema de HPC, en donde ocupando propiedades de dualidad, trasladan el problema original a una secuencia de problemas de menor dimensión. Esta solución es heurística en el sentido que no logra el óptimo global, sin embargo se aproxima a este bastante.

Potočnik *et al.* (2004) proponen un algoritmo para control predictivo híbrido con entradas enteras basado en análisis de alcanzabilidad. El tiempo computacional es reducido por la construcción y corte de un árbol de evolución.

Las estrategias de HPC más usadas involucran dos algoritmos de optimización:



Enumeración Explícita (EE) y Branch and Bound (BB). Ambos permiten resolver problemas de optimización entera-mixta (MIOP) (Floudos, 1995), pero el elevado esfuerzo computacional, especialmente en el caso de EE, hace que sean ineficientes para resolver problemas en tiempo real.

## 2.2 Estrategias de Control para Sistemas de Transporte Público

Las estrategias de Control de Tránsito pueden ser clasificadas en tres categorías (Eberlein, 1995): Control en paraderos o estaciones, Control entre paraderos o estaciones y otras estrategias. Las estrategias de Control en Paraderos son de dos tipos:  *Holding*  (Retención de Buses) y  *Station Skipping*  (Salto de Estaciones). El problema de  *Holding*  consiste en decidir qué vehículo debe ser retenido en ciertos paraderos o estaciones y durante cuánto tiempo, esto apuntando a mantener la regularidad de intervalos temporales entre buses y en consecuencia reducir los tiempos de espera de los usuarios del sistema en los paraderos; considerando que los tiempos de espera crecen de manera proporcional a la varianza de los intervalos temporales entre buses, demostrado por Welding (1957) y Osuna y Newell (1972).

Por otro lado  *Dadheading* ,  *Expressing*  y  *Short-Turning*  son ejemplos de estrategias de  *Station Skipping* . Esta familia de estrategias puede también ser usada para asegurar apego al itinerario de buses o a mantener regularidad de intervalos entre buses, pero a diferencia de las estrategias de  *Holding*  que retrasan al los buses, estas estrategias lo apuran.

Las estrategias de Control entre Paraderos consideran control de velocidad, prioridad en señales de tráfico (semáforización), etc.

Las estrategias de *holding* han sido intensivamente estudiadas en la literatura en los últimos años. Entre las contribuciones más notables podemos mencionar Osuna & Newell (1972), Barnett (1974, 1978), Turnquist & Blume (1980), Eberlein (1995), Eberlein et al. (1999, 2001), Hickman (2001) & Sun & Hickman (2004). Barnett (1974, 1978) desarrolló un modelo simple de *holding* en una estación dada, en la cual minimiza la suma total de los tiempos de espera más el atraso extra que significar tener a los ocupantes del bus esperando durante el tiempo de *holding*. Turnquist & Blume (1980) identifican las condiciones bajo las cuales la estrategia de *holding* resulta atractiva. El estudio de Hickman (2001) presenta un modelo estocástico de *holding* en una estación dada. Hickman formula una programación cuadrática convexa en una variable, que es el tiempo de *holding*. Investigaciones más recientes han desarrollado modelos de *holding* que consideran información en tiempo real, principalmente la referida a la posición de los vehículos (Eberlein, 1995; Eberlein et al, 2001; Hickman, 2001; Sun & Hickman, 2004). Eberlein (1995) y Eberlein et al. (1999, 2001) postulan una programación cuadrática determinista bajo un esquema de horizonte móvil, en los cuales la decisión de *holding* en un vehículo específico afecta la operación de un subconjunto de vehículos precedentes. Los autores concluyen que tener dos o más estaciones de *holding* en un corredor no es necesario pues no aporta mejores soluciones. Esto resulta contradictorio con los resultados de Sun & Hickman (2004), cuyos resultados señalan que aplicar *holding* a múltiples vehículos en múltiples estaciones de control puede ser más beneficioso que una sola estación de control. La mayoría de estos modelos proponen heurísticas para resolver el problema dada la complejidad matemática de las formulaciones.

La operación de servicios expresos (*expressing*) como una estrategia de planificación es estudiada por Jordan and Turnquist (1979) & Furth (1986). Los autores dividen la red de tránsito en zonas; las variables de decisión son el

número de zonas, sus primeras paradas y el número de buses asignado para servir en cada zona. El problema de *expressing* en tiempo real es analizado por (1995) and Eberlein et al (1999), su manera de abordar el tema consiste en acelerar el recorrido de los buses mediante salto de estaciones (una o más estaciones) con el objetivo de minimizar el tiempo total de espera, considerando el tiempo extra que deben esperar los usuarios de las estaciones que han sido saltadas hasta ser atendidos. Eberlein (1995) formula un modelo integrado, el cual abarca *holding*, *deadheading* y *expressing*. Aún cuando el modelo incluye ambos tipos de estrategias, están restringidas a no ser aplicadas simultáneamente, debido a la aparente naturaleza opuesta de sus efectos. Esta afirmación es rechazada, por ejemplo, por Fu et al (2003) quien encontró que la integración de las acciones de *holding* y *deadheading* puede ser mas beneficiosa que la aplicación de cada una de ellas por separado.

Las estrategias de Control Predictivo permiten incorporar en el diseño el comportamiento futuro del sistema, utilizando una predicción on-line para las perturbaciones como la demanda de pasajeros en los paraderos de buses. En el presente enfoque se tiene que variables como el estado de las señales de tránsito y el número de pasajeros a bordo de un bus son discretas (enteras), mientras otras son continuas, como la posición o velocidad del bus. Es por esta razón que se utiliza el enfoque HPC en la forma propuesta por Bemporad & Morari (1999, 2000), en la cual es posible optimizar las acciones de control considerando ambos tipos de variables.

En la literatura de transporte se ha reportado una aplicación del enfoque HPC en ruteo dinámico de vehículos, Saez et al (2007). Los autores reportan beneficios del orden del 8% al incluir poder predictivo en las decisiones de ruteo. Además utilizan GA y Fuzzy Clustering en el esquema HPC mejorando el desempeño del controlador.

### 3 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Específicamente en esta memoria se propone diseñar y evaluar una estrategia de Control Predictivo Híbrido (HPC) para optimización en tiempo real de un sistema de buses con llegada de usuarios a los paraderos incierta. La estrategia HPC convencional a ser aplicada es mostrada en la figura n°1. Para este problema el controlador predictivo corresponde al despachador de buses, quien dinámicamente provee la acción de control óptima al sistema de buses con el fin de minimizar los tiempos de espera de los pasajeros en los paraderos de acuerdo a la función objetivo determinada.

La demanda en tiempo real de pasajeros, que es desconocida e incierta, es modelada como una perturbación en el esquema predictivo. Esto porque diferentes patrones de llegada de los pasajeros a los paraderos puede afectar significativamente los tiempos de viaje estimados de los buses a partir de grandes transferencias de usuarios en los paraderos de buses.

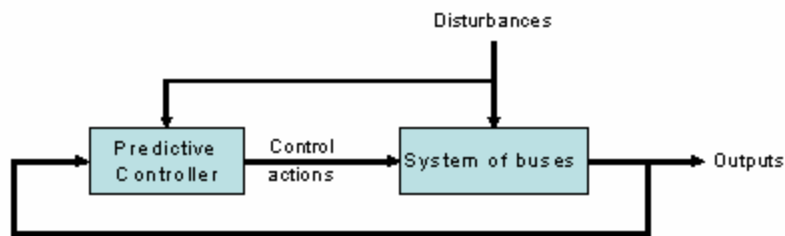


FIGURA N°1. ESQUEMA DE CONTROL PREDICTIVO PARA UN SISTEMA DE TRANSPORTE DE BUSES

Para el diseño del controlador predictivo, se define una función objetivo a ser optimizada. En el enfoque propuesto dicha función contempla cuatro componentes. El primer y más importante componente rescata el hecho de minimizar los tiempos de espera de los pasajeros en los paraderos. El segundo término contempla el costo que significa que los buses generen intervalos de

tiempo distintos al deseado por diseño en los paraderos. Esta diferencia influye directamente sobre el tiempo de espera de los pasajeros en dichos paraderos. El tercer término considera el costo extra de los pasajeros de los buses que deben esperar mientras estos se encuentran detenidos realizando *holding*. Un cuarto término recoge el hecho del tiempo de espera adicional que sufren los usuarios que están en estaciones las cuales son saltadas por los buses (*expressing*).

El problema a tratar en esta memoria consiste en resolver un problema de control en tiempo real de un sistema de transporte público de superficie de ruta fija, que minimice de manera global los tiempos de espera en paraderos de los todos los usuarios del sistema en una franja horaria dada y en un día dado.

De acuerdo a los objetivos de la presente memoria se debe obtener un modelo diámico de un Sistema de Transporte de ruta fija. Este modelo debe ser de naturaleza discreta y tener un carácter predictivo en el tiempo.

### **3.1 Formulación de un modelo de Transporte Público de Superficie**

El modelo del Sistema de transporte público de ruta fija que se considera corresponde a un circuito cerrado operando en un corredor segregado en el cual la dirección del movimiento de los vehículos es en un solo sentido y los buses no se ven afectados por tráfico externo. Se consideran  $N$  paraderos equidistantes a lo largo de la ruta numerados de  $j=1,2,\dots,N$ . El paradero  $n^{\circ}1$  corresponde al paradero terminal que como restricción tiene que todos los pasajeros de los buses que lleguen a éste paradero deben descender. El modelo presenta  $S$  semáforos en la ruta numerados de  $s=1,2,\dots,S$ . Son de tiempo de ciclo constante, estos semáforos están incluidos en el sistema a

modo de perturbación, dejando el camino abierto a en un futuro realizar control sobre estos. Esto se aprecia en la figura n°2.

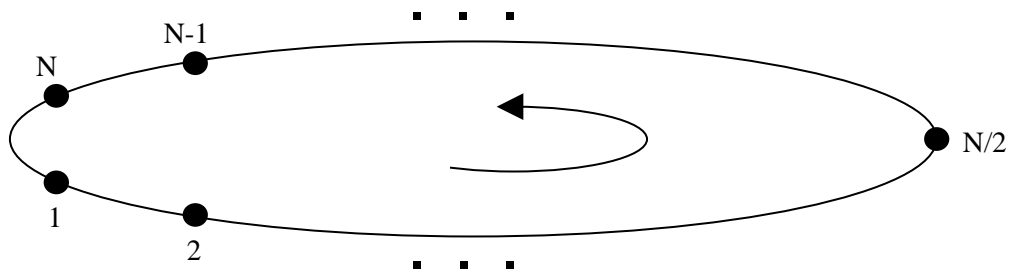


FIGURA N°1. TOPOLOGÍA DEL SISTEMA PÚBLICO DE TRANSPORTE.

La flota de buses que opera en el sistema es de tamaño fija  $NB$  numerados de  $i = 1, 2, \dots, NB$  y no varía en el tiempo. Esta flota es tal que satisface la demanda de pasajeros del sistema. El tamaño de flota que opera en el sistema se obtiene en el capítulo 3 sección 3 y depende de la topología del sistema y de la demanda de los pasajeros.

La demanda del sistema viene dada por la llegada de los usuarios a los distintos paraderos a lo largo de la ruta. Ésta llegada de usuarios a cada paradero es de tipo Poisson a una tasa constante  $\lambda$  [pas/hr] que varía dependiendo del paradero y de la franja horaria en que el sistema se encuentre operando. Con la llegada de cada usuario a un paradero se tiene como dato su hora de llegada y su paradero de destino, ambos datos relevantes para la estimación de la flota de buses óptima que operará en el sistema. Se cuenta con datos históricos de demanda de días anteriores considerada como data off-line y con datos actuales actualizados a la hora del sistema, considerados como data on-line.

Cuando un bus llega a un paradero a realizar transferencia de pasajeros, los pasajeros que se encuentran esperando el bus en el paradero subirán al bus uno por uno, lo mismo para los que descienden. Luego el tiempo de transferencia de pasajeros de este bus será el máximo tiempo entre lo que demoren en subir y lo que demoren en bajar pasajeros. Por otro lado subirán pasajeros al bus hasta que éste complete su máxima capacidad  $L_{\max}$  o bien hasta que suba toda la gente que esté esperando en el paradero. Si mientras suben los pasajeros al bus continúa llegando gente, quienes hayan llegado también subirán hasta llenar la capacidad del bus. Si no se ha llenado aún el bus, por operación después de estos últimos nadie más sube, finaliza la transferencia y el bus avanza hacia su siguiente destino.

La asignación de los usuarios que subirán a un bus se realiza de manera inmediata cuando el bus llega (genera el evento) a dicho paradero de acuerdo al criterio mencionado anteriormente. Luego si otro bus llega a dicho paradero mientras se realiza la transferencia, este bus sólo es capaz de tomar a los pasajeros que no fueron asignados al bus anterior. En esta memoria como primera aproximación se asume que los pasajeros asignados a un bus no cambian de parecer cuando llega otro bus, respecto del bus al que subirán.

El problema es formulado como un Sistema Predictivo Híbrido, donde los eventos son generados por acciones específicas. Para dicho modelo los eventos se generan cada vez que un bus llega a un paradero o a un semáforo, resultando en un paso variable para el sistema. El sistema es entonces discreto de paso variable y cada evento que se genera significa el paso del instante  $k - 1$  al instante  $k$  en el modelo, donde todas las variables de éste se actualizan.

El modelo admite acciones de control de diversa naturaleza, en particular se consideran dos acciones de control

- *Holding*: Retención de buses un determinado tiempo en un paradero, luego de terminar la transferencia de pasajeros en el mismo. (se aplica al bus)
- *Station Skipping* (en particular  *Expressing*): El hecho de no detenerse en uno o varios paraderos. (se aplica al bus)

Cada acción de control es tomada cuando un bus  $i$  genera un evento en el sistema y esta acción de control se aplica solamente al bus que genera el evento. Es decir cuando un bus genera un nuevo evento, dependiendo si llega a un paradero o semáforo y de las condiciones del sistema, se aplica de inmediato una acción de control sobre el bus en el paradero. De esta manera si se llega a un paradero y se genera un evento, el bus que generó el evento podrá detenerse o no, y en caso de detenerse podrá hacer  *holding* dependiendo de la acción de control. Si se llega a un semáforo dependerá del estado del semáforo (rojo o verde) si sigue su camino o se detiene.

Una característica importante de este enfoque particular de HPC (abarcado en la presente memoria y diferente de los esquemas comunes de HPC), es la doble dimensionalidad de este específico contexto de modelamiento dinámico: es espacial y temporal. Los eventos son generados cuando un bus llega a un paradero o a un semáforo (dimensión espacial) y cuando esto ocurre toda la información y todas las variables del sistema se actualizan. El estado del sistema es actualizado todas las veces que un bus genera evento independiente del paradero o semáforo donde se genere, esto define el paso del sistema (dimensión temporal).



En este modelo se considera que un solo bus genera un solo evento en el instante  $k$  y no existe generación de eventos simultáneos por dos buses distintos, es decir, nunca ocurrirá que dos buses lleguen en el mismo instante a un paradero o semáforo. Se sostiene esto en la aleatoriedad que introduce la demanda a los tiempos de viaje de los buses y la naturaleza continua de la posición y velocidad de los buses, haciendo siempre posible encontrar una diferencia temporal en la generación de eventos, por muy pequeña que ésta sea. Bajo este supuesto a lo largo del tiempo de operación del sistema, cada evento generado en el instante  $k$  implica un único bus involucrado y un único paradero o semáforo involucrado. Con esto se tiene un trío único de datos relacionados de bus, paradero o semáforo e instante,  $(i, j, k)$ . La importancia de este hecho radica en que al ser un trío único se libera al menos una de las variables en la formulación, pues basta referirse a las otras dos restantes para obtener la tercera de manera directa. Por ejemplo basta decir que el bus  $i$  llegó a un cierto paradero en el instante  $k$  para saber que ese cierto paradero corresponde al paradero  $j$ .

En particular en la formulación presentada en esta memoria se le da al modelo un enfoque temporal, considerando el hecho que los buses  $i$  generan eventos en los instantes  $k$  solamente, logrando independencia de la dimensión espacial.

### **3.1.1 Variables del modelo**

Las variables involucradas en el sistema dinámico modelado son las siguientes.

$NB$	:	Número de buses
$N$	:	Número de paraderos
$S$	:	Número de semáforos

$D$	:	Largo total del corredor $[m]$
$x_i(t)$	:	Posición del bus en el tiempo $t$ (continuo) $[m]$
$v_i(t)$	:	Velocidad del bus $i$ en el instante $t$ (continuo) $\left[\frac{m}{seg}\right]$
$L_i(k)$	:	Carga de pasajeros del bus $i$ en el instante $k$ . $[pas]$
$L_{\max}$	:	Carga máxima de los buses, igual para todos. $[pas]$
$Lp(k)$	:	Carga (cantidad de pasajeros) que se encuentran en el paradero donde se genera el evento $k$ . $[pas]$
$\lambda_i(k)$	:	Tasa de llegada de pasajeros al paradero donde el bus $i$ genera el evento $k$ . $[\frac{pas}{u.t.}]$
$t_k$	:	Tiempo continuo $t$ en que el evento $k$ es generado $[seg]$
$t_a$	:	Tiempo de descenso de un pasajero de un bus (alighting) $[seg]$
$t_b$	:	Tiempo de abordaje de un pasajero a un bus (boarding) $[seg]$
$d_k$	:	Cantidad de eventos observados desde el bus que genera el evento $k$ , que transcurren desde la llegada al paradero precedente y la llegada al paradero actual en que genera el evento $k$ . <sup>1</sup>
$z_k$	:	Cantidad de eventos observados desde un paradero determinado, que transcurren entre la llegada de un bus precedente y la llegada del bus que genera el evento $k$ . <sup>2</sup>
$B_i(k)$	:	Cantidad de pasajeros que abordarán (Boarding) el bus $i$ entre el instante $k$ y el instante próximo $k+1$ . $[pas]$
$BT_i(k)$	:	Cantidad total de pasajeros que abordan el bus $i$ en el paradero en que se genera el evento $k$ . $[pas]$

---

<sup>1</sup> Recordar que para cada evento  $k$  existe un único trio par bus-paradero-evento  $(i, j, k)$

<sup>2</sup> Recordar que para cada evento  $k$  existe un único trio par bus-paradero-evento  $(i, j, k)$

- $A_i(k)$  : Cantidad de pasajeros que descenderán (alighting) del bus  $i$  entre el instante  $k$  y el instante  $k+1$ . [ $pas$ ]
- $AT_i(k)$ : Cantidad total de pasajeros de descenden del bus  $i$  en el paradero en que se genera el evento  $k$ . [ $pas$ ]
- $\delta_{pas}(k-z, k)$ : Cantidad de pasajeros que llegan a un paradero entre  $k-z$  y  $k$ . El paradero en cuestión es aquel en que se genera el evento  $k-z$ . [ $pas$ ]
- $R_i(k)$  : Variación de carga de pasajeros en el bus  $i$  entre el instante  $k$  y el instante  $k+1$ . (cantidad de pasajeros que suben menos cantidad de pasajeros que bajan) [ $pas$ ]
- $Tr_i(k)$ : Tiempo que demora la transferencia de pasajeros que realiza el bus  $i$  en el paradero donde se encuentra [ $u.t.$ ]
- $Td_i(k)$ : Tiempo de salida del bus  $i$  del paradero donde se encuentre en el instante  $k$ . [ $u.t.$ ]
- $Tv_i(k)$ : Tiempo de viaje del bus  $i$  entre el paradero actual donde generó el evento  $k$  y el próximo. [ $u.t.$ ]
- $T_i(t)$ : Tiempo (hora) faltante de llegada del bus  $i$  al próximo paradero considerando la hora actual  $t$ . [ $u.t.$ ]
- $Ta_i(t)$ : Tiempo de llegada del bus  $i$  al paradero siguiente del que generó el evento  $k$ . [ $u.t.$ ]
- $H_i(k)$  : Intervalo temporal registrado en el paradero al cual llegó el bus  $i$ . Registra el intervalo entre la salida del bus  $i-1$  y la salida del bus  $i$  del paradero al cual llegó y generó el evento  $k$ . [ $u.t.$ ]

- $Su_i(k)$  : Acción de control sobre el bus  $i$  correspondiente a la activación de la transferencia de pasajeros.
- $h_i(k-1)$  : Acción de *holding* sobre el bus  $i$  correspondiente al tiempo de *holding* a realizar. [u.t.]
- $\tau$  : Tiempo mínimo de *holding*, distinto de cero, que puede realizar un bus. El tiempo total de *holding* siempre es múltiplo de este tiempo. [u.t.]

### 3.1.2 Ecuaciones del modelo

El esquema a continuación muestra las entradas al sistema y sus salidas.

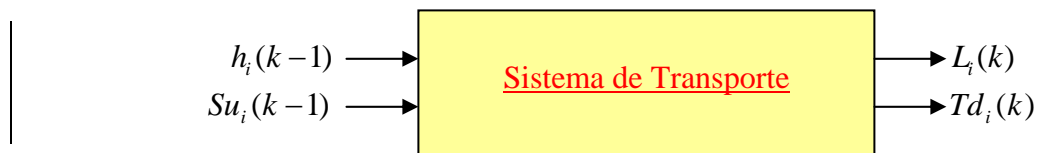


FIGURA N°3. ESQUEMA DEL MODELO DINÁMICO DEL SISTEMA DE TRANSPORTE.

La figura n°3 muestra las principales variables del modelo dinámico del sistema, quienes son funciones de tiempo discreto y continuo. Las variables de entrada en el instante anterior  $k-1$  (el instante presente es  $k$ ) generan las salidas ya sea continuas o discretas en  $k$ .

La descarga o carga de pasajeros en los paraderos (demanda) es modelada como una perturbación en el esquema del modelo dinámico.

Con esto se definen dos variables del espacio de estado que entregan el estado de los buses en el sistema. Estas variables son la posición del bus  $i$  en cualquier instante  $t$ ,  $x_i(t)$ , y el tiempo restante que le falta el bus  $i$  para alcanzar el próximo paradero,  $T_i(t)$ , que depende del tiempo  $t$  y de las decisiones de control tomadas en el instante discreto  $k$  en que el bus  $i$  generó el evento.

Las entradas al modelo predictivo del sistema son las acciones de control sobre el mismo, y corresponden cada una a las dos estrategias de control que se aplican sobre el sistema. Estas entradas al modelo se definen a continuación:

- $Su_i(k-1)$ : Acción de dejar subir pasajeros al bus  $i$  en el instante  $k-1$ . Esta acción de control se enmarca en la estrategia de *Station Skipping* (salto de paradero). Y como se mencionó anteriormente está sujeta a la restricción de bajada de pasajeros del bus  $i$  en el instante  $k-1$  al paradero que llegue.

$$Su_i(k-1) = \begin{cases} 1 & \text{si se permite subir pasajeros a bus } i \text{ en el instante } k-1 \quad \vee \quad A_i(k-1) > 0 \\ 0 & \text{si no se permite subir pasajeros} \end{cases}$$

- $h_i(k-1)$ : Acción de  *Holding*  que realiza el bus  $i$  en el instante  $k-1$ , donde esta acción define el tiempo que el bus  $i$  realiza  *holding*  en el paradero. El tiempo de  *holding*  o es cero o es múltiplo del tiempo mínimo de  *holding*   $\tau$ . Luego se puede escribir esta acción de control como  $h_i(k-1) = n_i\tau$  donde  $n_i \in \mathbb{Z}^+, \tau > 0$ .

La posición de bus en cualquier instante de tiempo  $t$  viene dada por la siguiente expresión:

$$x_i(t) = x_i(t_k) + \int_{t_k}^t v_i(\mathcal{G}) d\mathcal{G} \quad (1)$$

Donde  $t_k$  es el tiempo continuo en que fue generado el evento  $k$ . La velocidad instantánea del bus  $i$ ,  $v_i(t) = \dot{x}_i(t)$  es simplificada asumiendo una velocidad constante cuando el vehículo se encuentra en movimiento. La velocidad es cero cuando se está detenido. Por ejemplo en la figura nº4 se muestra la evolución de la velocidad del bus a lo largo de una línea de tiempo. En esta línea de tiempo se encuentran marcados los sucesos desde que el bus  $i$  llega a un paradero en  $t_k$ , realiza transferencia de pasajeros, realiza  *Holding*  y posteriormente recorre el tramo hasta el próximo paradero en su ruta, que se asocia al instante futuro  $k + d$ .

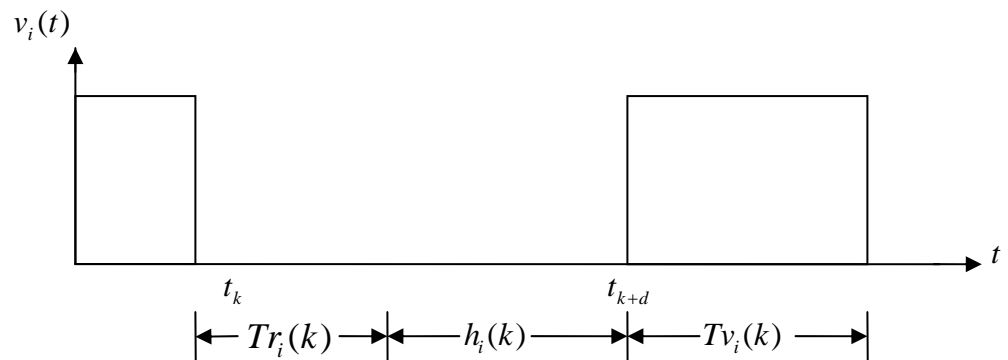


FIGURA Nº2. VELOCIDAD DEL BUS I EN EL TIEMPO.

De la figura nº4, cuando el bus  $i$  llega al paradero,  $\hat{T}r_i(k)$  corresponde al tiempo estimado empleado en la transferencia de pasajeros. Este tiempo de transferencia es estimado mientras la hora actual del sistema,  $t$ , sea menor que  $t_k + Tr_i(k)$ , lo que equivale a decir que la transferencia haya terminado. Dado que los pasajeros van llegando al paradero a medida que el tiempo transcurre,

el tiempo de transferencia de pasajeros no es conocido con certeza hasta que la transferencia termina. Antes de eso solo se puede estimar.

Por otro lado  $h_i(k)$  corresponde a la acción de control de *holding* en el paradero, acción escogida por el controlador. El tiempo de viaje entre los paraderos es  $Tv_i(k)$ .

La velocidad  $v_i(t)$  se escribe analíticamente como

$$v_i(t) = \begin{cases} 0 & t_k \leq t \leq t_k + h_i(k) + Tr_i(k) \\ v_0 & t_k + h_i(k) + Tr_i(k) \leq t \leq t_{k+d} \end{cases} \quad (2)$$

Donde  $t$  es el instante actual en tiempo continuo.

Es importante destacar que cuando el bus  $i$  llega al paradero y genera el evento  $k$  en el tiempo  $t_k$ , es cuando se toma la decisión de realizar *holding* o no. Cuando se llega al paradero además de determinar el *holding*, también se asignan los pasajeros que subirán, con lo que se obtiene un tiempo estimado de transferencia  $\hat{Tr}_i(k)$ . Se conoce además el tiempo de viaje entre paraderos en todo momento y para todos los buses pues las distancias entre paraderos son conocidas y constantes, lo mismo para la velocidad de los buses.

El balance de carga del bus  $i$  se realiza entre  $k$  y  $k+1$ . Se considera que un pasajero ha abordado el bus cuando ha transcurrido su tiempo de subida  $t_b$  desde que terminó de abordar el pasajero anterior o el bus se detuvo y no antes. Lo mismo para los pasajeros que descienden. Se considera que un pasajero ha descendido cuando ha transcurrido  $t_a$  desde que el anterior término

de descender o el bus se detuvo. El balance de carga se describe analíticamente a continuación.

$$\begin{aligned}\hat{L}_i(k+1) &= L_i(k) + \hat{R}_i(k) \\ \hat{R}_i(k) &= \hat{B}_i(k)Su_i(k) - A_i(k)\end{aligned}\tag{3}$$

Donde  $L_i(k)$  es la carga del bus  $i$  en el instante  $k$ .  $R_i(k)$  es la variación de carga en el bus  $i$  entre el instante  $k$  y el próximo instante  $k+1$ . Esta variación corresponde a la cantidad de pasajeros que subieron menos lo que descendieron del bus entre  $k$  y  $k+1$ . Donde  $\hat{B}_i(k)$  corresponde la cantidad estimada de pasajeros que abordan el bus  $i$  entre  $k$  y  $k+1$ . El valor  $A_i(k+1)$  corresponde a la cantidad de pasajeros que descienden del bus  $i$  entre  $k$  y  $k+1$ , este valor no es estimado pues se tiene certeza absoluta. Esta variación cumple con la restricción de capacidad de los buses  $L_i(k+1) \leq L_{\max}$   $i = 1 \dots n$ .

La incertidumbre en la variación de la carga  $R_i(k)$  radica en la llegada de pasajeros al paradero en que el bus  $i$  está realizando la transferencia durante el intervalo temporal definido por los eventos  $k$  y  $k+1$ . En principio, como se menciona anteriormente, cuando el bus llega a un paradero se asignan los pasajeros que a este bus subirán, lo que demora un tiempo determinado. Los pasajeros que llegan durante este tiempo mientras estos primeros asignados suben, también subirán al bus y es en este segundo grupo de pasajeros donde está la incerteza de su llegada pues no es hasta que llegan al paradero que se ingresan sus datos al sistema.



El tiempo que demora la transferencia en el paradero donde se genera el evento  $k$  viene dado por el máximo tiempo entre todos los pasajeros que abordan y todos los pasajeros que descienden del bus.

$$Tr_i(k) = \text{Max}\{t_a \cdot AT_i(k), t_b \cdot BT_i(k)\} \quad (4)$$

La cantidad de personas que se encuentran en cierto paradero se actualiza a medida que llegan los buses a dicho paradero y generan un evento.

$$Lp(k) = Lp(k - z) + \delta_{pas}(k - z, k) - BT_{i-1}(k - z) \quad (5)$$

$Lp(k)$  es la carga del paradero en que se genera el evento  $k$  y es igual a la carga que dicho paradero tenía cuando el bus anterior llegó a este y generó el evento  $k - z$ ,  $Lp(k - z)$ , mas todos los pasajeros que llegaron al paradero entre  $k - z$  y  $k$ ,  $\delta_{pas}(k - z, k)$ , menos el total de los pasajeros que abordaron el bus anterior  $BT_i(k - z)$ .

Con esto se estima cuanto falta para llegar al próximo paradero y se obtiene como:

$$\hat{T}_i(t) = t_k + h_i(k) + \hat{T}r_i(k) + Tv_i(k) - t \quad (6)$$

Se define entonces el tiempo estimado de llegada al próximo paradero del bus  $i$  como la hora actual del sistema más la estimación de lo que falta por llegar al próximo paradero dada la hora actual del sistema  $t$

$$\hat{T}a_i(t) = \hat{T}_i(t) + t \quad (7)$$

Reagrupando la ecuación 6 se llega a

$$\hat{T}_i(t) + t = t_k + h_i(k^*) + \hat{T}r_i(k^*) + T_i v(k^*)$$

Por lo tanto

$$\hat{T}a_i(t) = t_k + h_i(k^*) + \hat{T}r_i(k^*) + T_i v(k^*)$$

Más específicamente

$$\hat{T}a_i(t) = \begin{cases} t_{k^*} + h_i(k^*) + \hat{T}r_i(k^*) + T_i v & \text{cuando } t_{k^*} < t < t_{k^*} + \hat{T}r_i(k^*) \\ t_{k^*} + h_i(k^*) + T_i v & \text{cuando } t_{k^*} + T_i v < t < t_{k^*} + T_i v + h_i(k^*) + T_i v(k^*) \end{cases} \quad (8)$$

Donde se especifica que si a la hora actual del sistema  $t$  ya ha terminado la transferencia de pasajeros, ya no hay incerteza alguna respecto del tiempo de llegada el próximo paradero.

$k^*$  es el evento que el bus  $i$  generó, luego por lo explicado anteriormente que existe un trío único  $(i, j, k)$ , este valor es fijo y no es una variable como lo es el tiempo  $t$ .

La hora de salida del paradero se obtiene como

$$Td_i(k^*) = \hat{T}a_i(t) - T_i v(k^*) \quad (9)$$

### 3.1.3 Restricciones del modelo

El objetivo del modelo es describir un proceso real de manera analítica, poder representar la realidad de manera matemática. Dado que la realidad presenta muchas restricciones el modelo debe también incluirlas en su formulación. Para el modelo acá propuesto se consideran las siguientes restricciones:

- Restricción n°1 – Capacidad de Carga de los Buses: Se considera que la capacidad de carga de los buses es limitada. Un bus no puede llevar

mas pasajeros que su máxima capacidad,  $L_i(k) \leq L_{\max}$ . Una vez que un bus se alcanza un paradero, procede a tomar los pasajeros que allí se encuentran hasta alcanzar su máxima capacidad o bien hasta que en el paradero no hayan mas pasajeros esperando. Luego de esto el bus está preparado para partir a la próxima estación o para realizar *holding* en la misma estación.

- Restricción nº2 --- Restricción de Transferencia y  *Holding*: Si el bus se encuentra en un paradero que admite  *Holding*, en caso que desee realizarlo debe primero terminar la tranferencia de pasajeros; ya nadie más sube o baja. El  *Holding* se realiza en el instante inmediatamente posterior a la transferencia de pasajeros y mientras se realiza ningún pasajero puede subir o bajar del bus. Al terminar el  *Holding* el bus comienza su viaje al próximo paradero.
- Restricción nº3 –Restricción de procedencia de usuarios: Un pasajero tomado en la parada  $j$  debe ser dejado en alguna parada entre la próxima parada  $j+1$  y la parada final  $N$ . De esta manera se rescata el hecho que un pasajero no tenga destino aguas arriba del paradero donde abordó el bus.
- Restricción nº4 –Detención de buses: El bus está oligado a detenerse y realizar transferencia de pasajeros en la parada  $j$  siempre que al menos haya un pasajero a bordo y este tenga como destino ese paradero. De lo contrario el bus eventualmente puede saltar ese paradero.
- Restricción nº5 –Consistencia: cuando un pasajero aborda un bus específico, él debe descender de ese mismo bus en su paradero de destino. No hay nodos de transferencia considerados en esta formulación.
- Restricción nº6 –Semáforo: Los buses deben detenerse en el semáforo si éste al momento de la llegada de un bus se encuentra en rojo. En

cuanto den el verde los buses deben continuar su viaje. Si un bus llega y el semáforo se encuentra en verde, el bus debe continuar su viaje y no detenerse.

- Restricción n°7 –Velocidad de los buses: Los buses recorren la pista entre los paraderos y semáforos a una velocidad de viaje constante promedio de 25 [Km/h]. Esta velocidad promedio considera las aceleraciones y desaceleraciones propias de la operación del bus y se asume que no se vé afectada por el tráfico externo pues el bus opera en un corredor segregado.

### **3.2 Estimación de la demanda en paraderos del sistema de Transporte Público**

En cada uno de los paraderos  $j=1,2,\dots,N \in \mathbb{N}$  se genera una demanda al sistema, producida por la llegada de pasajeros a los paraderos en busca de un bus. Se considera que los pasajeros llegan a cada paradero de manera unitaria. Se cuenta con la información de su hora de llegada y su paradero de destino es conocido una vez que llegan pararla paradero inicial. En resumen se cuenta con registro histórico para todos los paraderos sobre la llegada de pasajeros a éstos.

Dado el enfoque predictivo del problema, se desea estimar la demanda futura; tanto la hora de llegada de cada pasajero así como también su destino.

El escenario que se analizará corresponde a 2 horas de punta mañana (7:30-9:30 por ejemplo). Se tiene registro histórico generado para 99 días, que se

considera data off-line. Para el día 100 los datos generados corresponden a los datos on-line y son los que se pretenden estimar pues se supone que en este día opera el sistema.

### 3.2.1 Datos Generados

Para la generación de datos se asume una llegada de pasajeros a los paraderos tipo cola con distribución Poisson.

La data generada supone una llegada tipo cola con distribución Poisson para cada paradero. La tasa de llegada  $\lambda_j$  es distinta para cada paradero y para cada hora del día. Los destinos de cada pasajero son generados con los siguientes supuestos.

- Cuando un bus llega al paradero final todos sus pasajeros deben descender (parada final n° 1 en este caso).
- Se tiene un parámetro  $\Psi$  el cual indica la cantidad de paraderos aguas abajo a partir del paradero actual en que la probabilidad de descender es cero. Luego la probabilidad de descenso se concentra entre el paradero actual y  $\Psi$  paraderos aguas abajo. Esto siempre que  $\Psi$  no sobrepase el último paradero del recorrido, en cuyo caso la probabilidad de concentración se concentra entre el paradero actual y el último paradero.

Este parámetro  $\Psi$  divide el recorrido en dos zonas y determina un paradero especial  $p_j^*$ . Este paradero corresponde al paradero actual  $j$  más  $\Psi$ .

### Zona 1

- De la parada nº1 hasta el paradero  $p_j^*$ , un pasajero que aborda un bus en el paradero  $j$  puede descender desde el paradero  $j+1$  en adelante.
- Los pasajeros que abordan el bus en el paradero  $j$  tienen probabilidad uniforme de destino en los paraderos comprendidos entre  $j+1$  y el paradero  $p_j^*$  (o el último paradero si es el caso).

### Zona 2

- Los pasajeros que abordan el bus en el paradero  $j$  tienen probabilidad cero de destino en los paraderos aguas abajo del paradero  $p_j^*$ .
- Luego de la parada final (nº20 en esta muestra) se vuelve al primer paradero, donde esperan pasajeros para abordar el bus. El paso de la última a la primera estación está penalizado con un tiempo de espera extra, que es un parámetro del modelo y que intenta representar el descanso y/o recambio del conductor del bus.
- Histograma de demanda: Para un día cualquiera (ejemplo día 5) se tiene la matriz origen-destino que se presenta en la tabla nº1 a partir de la cual se construye el histograma diario. Que se muestra en la figura nº5

		DESTINO																			
		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20
ORIGEN	P1	0	0	4	2	2	1	0	4	6	5	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	0	0	0	6	3	9	8	4	3	7	8	7	0	0	0	0	0	0	0	0
	P3	0	0	0	0	9	4	3	10	4	4	5	9	12	0	0	0	0	0	0	0
	P4	0	0	0	0	0	9	6	12	8	7	8	4	7	8	0	0	0	0	0	0
	P5	0	0	0	0	0	5	37	35	42	39	33	31	38	30	42	0	0	0	0	0
	P6	0	0	0	0	0	0	3	50	44	54	50	42	43	34	43	52	0	0	0	0
	P7	0	0	0	0	0	0	0	4	53	65	45	47	52	57	60	54	59	0	0	0
	P8	0	0	0	0	0	0	0	0	3	47	58	47	42	48	50	44	44	50	0	0
	P9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	74	69	70	68	64	66	72	58	63	0
	P10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	64	75	64	78	55	75	62	85	62
	P11	75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	54	68	52	84	46	48	73	71	0
	P12	67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	49	63	49	55	60	76	62
	P13	67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	69	54	51	72	46	61
	P14	51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	26	31	32	33	38
	P15	26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	29	38	37	29
	P16	29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	37	37	29	0
	P17	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	39	26	0
	P18	47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19	37
	P19	52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12
	P20	44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLA N°1. MATRIZ ORIGEN-DESTINO

Graficando la superficie se obtiene lo siguiente.

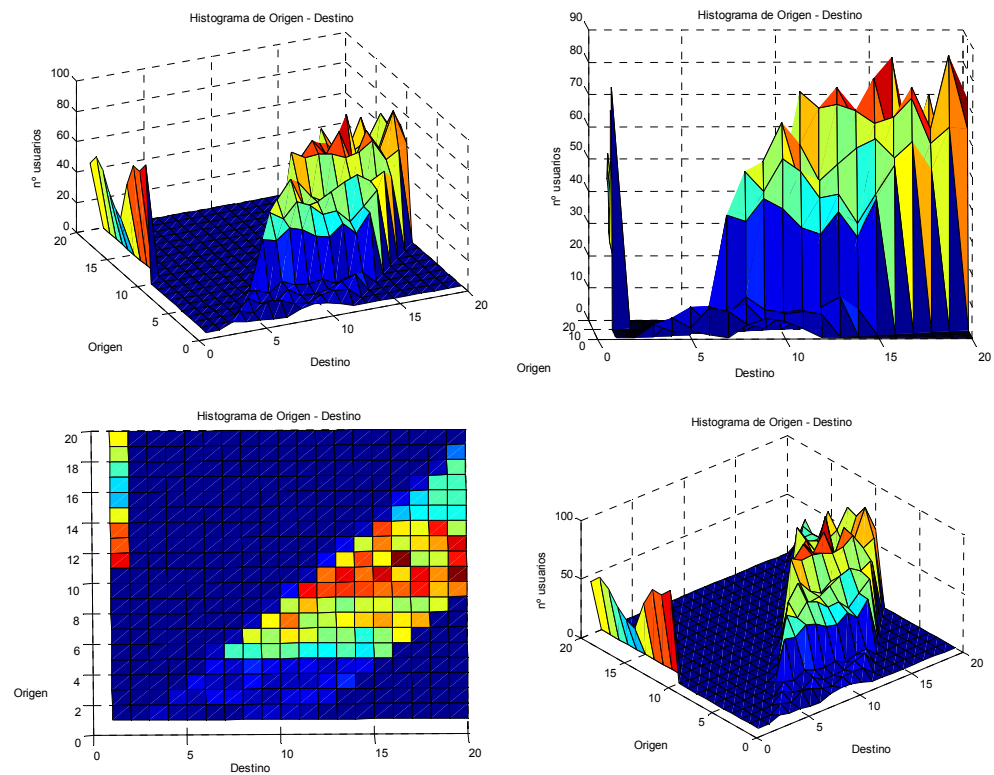


FIGURA N°5. HISTOGRAMA DIARIO DE LA MATRIZ ORIGEN-DESTINO.

### 3.2.2 Ordenamiento de los datos.

Los datos históricos se presentan en matrices que muestran la hora de llegada acumulada de cada pasajero a cada uno de los paraderos y su destino correspondiente. Esto se muestra en la Tabla n°2.

DÍA 1							
PARADA 1		PARADA 2		PARADA 3		PARADA 4	
Hora llegada	Destino	Hora llegada	Destino	Hora llegada	Destino	Hora llegada	Destino
23,99149	10	4,74071	12	2,46597	12	2,14987	8
26,67777	10	8,71362	4	2,56327	12	4,26992	10
30,13238	5	9,43386	6	9,66162	12	5,68352	14
32,59647	3	16,10041	12	13,10177	7	6,26866	12
36,12876	11	16,38528	7	14,03831	10	7,72094	13
48,25666	11	17,16168	11	4,5887	11	9,8561	14
51,52119	6	17,16841	11	3,95758	7	12,83412	10
55,60276	5	17,87653	12	18,17994	5	14,05383	8
58,3855	6	18,83896	11	20,3934	7	14,81878	7
64,01038	6	23,56017	8	21,8978	7	14,83624	9
69,93486	10	25,35688	11			16,03666	11
71,58218	4	25,36379	9			19,27541	6
72,33462	10	29,17644	8	34,5734	5	19,39803	14
83,42205	6	33,19481	5	35,55738	8	19,94018	6
91,57278	11	35,14391	8	35,93679	8	21,19699	10
104,1363	10	37,24259	9	36,18352	11	22,07192	13
116,10463	3	37,41265	5	36,24891	13	24,37438	14
119,8786	9	40,57686	7	36,77288	9	24,3838	14
123,38587	3	46,97036	4	38,67957	12	24,91599	9
---	---	51,2729	6	40,71917	11	25,00462	8
---	---	52,88819	7	42,36314	6	25,23174	14
---	---	52,89326	7	43,2883	13	25,57378	10
---	---	53,32069	5	44,61192	6	27,88007	8
---	---	53,57517	5	45,13454	8	29,66153	14
---	---	58,49192	11	45,4557	6	30,06903	6
---	---	59,97943	9	47,43151	8	30,9526	10
---	---	62,21144	8	47,71863	7	32,01005	9

TABLA N°2. EJEMPLO DE MATRIZ DE DEMANDA. DATOS ORDENADOS POR DÍA.

Se tiene una matriz del tipo mencionada arriba para cada día. Como se mencionó anteriormente se tienen 100 días de datos generados, por lo tanto se tienen 100 matrices del tipo de matrices de la Tabla n°2, una matriz por día. Cada una de estas matrices tiene el doble de columnas que número de paraderos (20 en este caso). Esto es debido a que una columna muestra la hora de llegada de los usuarios a una parada mientras que la columna siguiente



muestra las paradas de destino de los mismos. Así las dos primeras columnas corresponden a la información de hora de llegada acumulada y destino de los pasajeros que llegan al primer paradero, las columnas tres y cuatro corresponden a la información pero asociada a la parada dos y así sucesivamente. En cuanto al número de filas este no es igual para todas las matrices y depende de la cantidad de pasajeros que lleguen al paradero durante en periodo de simulación.

Como se mencionó en un comienzo, se generan datos de demanda que simulan la llegada de pasajeros a los paraderos durante dos horas. Esto se aprecia en la primera columna de la Tabla nº2, donde el último pasajero llega a al paradero nº1 al minuto 123, esto es según la correspondencia horaria de la hora punta mañana corresponde a las 09:33 am.

Para trabajar de manera más ordenada con la información se procede a ordenar las matrices de la siguiente manera. Se tendrán solo 20 matrices, una por parada, pero con 200 columnas.

Las nuevas matrices tienen la siguiente forma.

PARADA 1							
DIA 1		DIA 2		DIA 3		DIA 4	
Hora llegada	Destino	Hora llegada	Destino	Hora llegada	Destino	Hora llegada	Destino
23,99149	10	24,06179	7	24,1227	4	24,22562	4
26,67777	10	27,66276	6	28,80294	10	25,39536	3
30,13238	5	28,08055	7	35,96369	9	31,54469	3
32,59647	3	32,56933	11	43,53176	9	31,55477	7
36,12876	11	36,18634	7	47,77777	4	53,05716	8
48,25666	11	47,91847	7	50,77777	11	63,90203	11
51,52119	6	56,75998	6	56,77777	6	64,87002	11
55,60276	5	68,06514	6	60,73614	6	66,47174	3
58,3855	6	68,11294	8	66,9465	9	67,10417	6
64,01038	6	75,75319	10	77,64474	5	112,48795	6
69,93486	10	78,10433	9	77,77168	9	112,89789	3
71,58218	4	79,12571	7	78,00000	11	116,45895	8
72,33462	10	79,18089	7	78,00000	4	118,08511	5
83,42205	6	80,10665	6	95,58776	6	121,09453	10
91,57278	11	82,71776	5	115,3361	7	---	---
104,1363	10	83,08862	4	117,00733	6	---	---
116,10463	3	90,60392	8	121,99491	4	---	---
119,8786	9	95,38202	8	---	---	---	---
123,38587	3	100,41984	10	---	---	---	---
---	---	101,65468	7	---	---	---	---
---	---	111,6886	3	---	---	---	---
---	---	115,74779	3	---	---	---	---
---	---	116,47723	11	---	---	---	---
---	---	118,71723	11	---	---	---	---
---	---	123,97396	4	---	---	---	---

TABLA N°3: EJEMPLO DE MATRIZ DE DEMANDA. DATA ORDENADA POR PARADERO.

En este orden se tiene el doble de columnas que de días de simulación (en este caso 100), Esto es debido a que una columna muestra la hora de llegada de los pasajeros a un paradero mientras que la columna siguiente muestra los paraderos de destino de los mismos. Así las dos primeras columnas corresponden a la información de hora de llegada acumulada y destino de los pasajeros que llegan a un paradero el primer día de simulación, las columnas tres y cuatro corresponden a la misma información asociada al mismo paradero pero al día dos de simulación y así sucesivamente. En cuanto al número de filas este no es igual para todas las matrices y depende de la cantidad de pasajeros que lleguen a la parada durante en periodo de simulación como se mencionó anteriormente.

Con este último orden de la información se procede a estimar la hora de llegada de los pasajeros a los paraderos así como su paradero de destino.

Para ejemplificar de mejor manera el procedimiento se muestran en la tabla n°4 los últimos días de los datos históricos (día 99 hacia atrás) y el día 100 que se considera data on-line.

PARADA 1													
DIA 94		DIA 95		DIA 96		DIA 97		DIA 98		DIA 99		DIA 100	
Hora Llegada	Destino	Hora Llegada	Destino	Hora Llegada	Destino	Hora Llegada	Destino	Hora Llegada	Destino	Hora Llegada	Destino	Hora Llegada	Destino
0,02146	3	0,02257	9	0,02385	5	0,02569	5	0,02679	11	0,02808	8	0,02992	8
2,1495	6	2,9781	11	3,9393	6	0,75721	8	1,4044	3	2,1295	7	16,074	9
9,1458	8	5,274	10	21,622	3	14,102	7	5,8254	9	3,1111	11	16,675	5
10,74	6	8,5771	5	27,323	3	27,816	10	6,3796	8	5,0672	7	21,644	4
12,894	9	10,798	5	29,612	11	38,407	6	17,25	11	16,231	8	24,285	3
25,347	5	22,834	5	41,258	5	49,513	5	28,021	5	26,683	5	34,291	5
25,7	6	25,983	7	49,811	7	58,777	11	28,91	11	30,712	2	38,643	7
29,725	9	37,102	10	51,133	10	60,342	6	34,173	7	47,448	7	59,738	4
33,03	4	37,476	5	58,301	6	61,334	3	43,518	4	50,78	5	72,531	3
46,822	5	37,544	9	59,089	4	63,395	5	46,606	9	55,111	4	79,401	6
48,707	9	57,903	9	65,618	8	70,786	3	49,721	11	55,755	11	80,354	6
49	4	77,867	8	78,367	3	72,553	9	50,851	4	56,308	8	84,081	4
50,048	4	78,185	10	95,545	7	74,523	7	51,977	4	56,694	10	87,14	10
64,184	11	79,567	11	99,78	11	78,189	7	60,484	7	57,055	7	87,195	2
74,972	10	83,092	3	100,11	6	99,054	4	65,674	7	58,311	9	87,852	8
75,123	9	84,49	3	103,09	6	105,63	5	77,016	8	58,507	10	90,052	10
78,138	9	86,179	5	103,69	10	108,41	4	78,516	9	58,953	5	92,609	9
82,349	10	91,477	9	110,32	9	110,48	8	81,327	7	62,607	6	93,105	5
84,032	10	94,25	9	114,43	7	117,39	10	91,27	8	78,987	7	93,892	9
90,322	7	110,11	3	115,83	8	123,32	6	105,53	11	80,226	7	99,478	6
92,417	9	111,79	9	117,12	9	--	--	105,94	6	80,325	6	116,41	11
93,144	10	113,96	8	121,19	6	--	--	126,16	5	81,334	3	119,87	4
97,101	3	119,98	3	--	--	--	--	--	--	91,261	8	124,45	4
106,8	5	143,49	10	--	--	--	--	--	--	100,48	6	--	--
107,61	5	--	--	--	--	--	--	--	--	100,89	11	--	--
109,79	3	--	--	--	--	--	--	--	--	103,2	6	--	--
110,75	5	--	--	--	--	--	--	--	--	131,82	9	--	--
111,87	11	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
119,1	9	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
127,86	8	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

TABLA N°4: EJEMPLO DE MATRIZ DE DEMANDA. DATA ORDENADA POR PARADERO.

### 3.2.3 Estimación de la hora de llegada de los usuarios a los paraderos

La estimación de la llegada de los usuarios del sistema a los paraderos consta de dos componentes, una correspondiente a la información proporcionada por la data on-line disponible a medida que el tiempo transcurre y otra proporcionada por la información histórica de días anteriores. De ambas componentes de datos se obtiene la estimación de la próxima hora de llegada.

El fin es estimar el incremento horario en el cual llegará otro usuario a un paradero en cuestión con ambos tipos de datos. Se denota el incremento on-line como  $\bar{\Delta}_{on-line}$  y el incremento off-line como  $\bar{\Delta}_{dat\_hist}$ . Siendo  $y_m$  la hora de llegada del usuario  $m$  al paradero que se analiza, se escribe la hora de llegada estimada del nuevo usuario  $\hat{y}_{m+1}$  al paradero como

$$\hat{y}_{m+1} = y_m + \alpha \cdot \left( \bar{\Delta}_{on-line} \right) + (1 - \alpha) \cdot \left( \bar{\Delta}_{dat\_hist} \right) \quad (10)$$

Donde los valores de  $\alpha \in [0,1]$  es un ponderador que da pesos distintos a la data on-line y a los datos históricos. Este valor de  $\alpha$  dependerá de las condiciones de la data on-line.

Cuando no se cuenta con una data on-line suficiente o representativa para considerar se estima  $\hat{y}_{m+1}$  como

$$\hat{y}_{m+1} = y_m + \bar{\Delta}_{dat\_hist} \quad (11)$$

asumiendo en este caso que  $\alpha = 0$ .

Dado que se trata de una primera aproximación, para calcular los incrementos  $\bar{\Delta}_{on-line}$  y  $\bar{\Delta}_{dat\_hist}$  se utiliza un método bastante simple que se describe a continuación, con los siguientes pasos.

### 3.2.3.1 **Datos on-line:**

El formato de los datos on-line se presenta en la tabla n°5.

Hora de llegada	Destino
$y_1$	$d_1$
$y_2$	$d_2$
$y_3$	$d_3$
$\vdots$	$\vdots$
$y_{m-1}$	$d_{m-1}$
$y_m$	$d_m$

TABLA N°5: FORMATO DE LOS DATOS ON-LINE.

En este formato el dato  $y_m$  corresponde a la última hora de llegada registrada de un pasajero al paradero en cuestión, previo a la hora actual del sistema  $y(t)$ . En este caso  $y_m < y(t)$ .

Se asume que al menos se tienen dos datos de horas de llegada registrados.

Con lo anterior y dada una ventana de tiempo  $\delta_{1a}$  se determina un set de datos que serán los considerados como data on-line. Este set de datos comprende todos los datos registrados de horas de llegadas a la parada en cuestión que se encuentran dentro de la ventana de tiempo

de largo  $\delta_{1a}$  [min] medido desde  $y(t)$  hacia atrás. Estos son todos los datos registrados entre  $y(t)$  y  $y(t) - \delta_{1a}$ . El largo de ventana  $\delta_{1a}$  es un parámetro a sensibilizar.

El caso general se da cuando  $\delta_{1a} < y(t)$ , esto es cuando el largo de ventana no supera la hora actual del sistema. El caso en que  $\delta_{1a} \geq y(t)$ , que se dá en los primeros minutos de simulación se explica en el ANEXO 1.

En una línea de tiempo se logra apreciar.

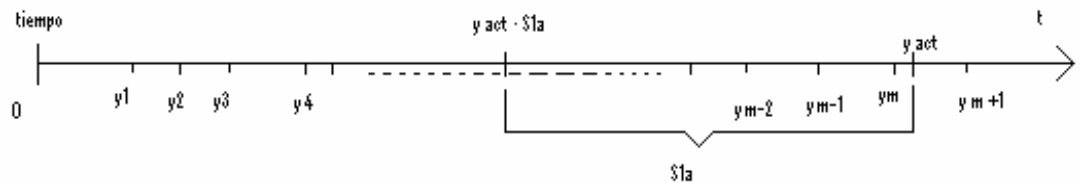


FIGURA N°6. LÍNEA DE TIEMPO

En la tabla n°6 de datos se tiene lo siguiente.

Hora de llegada	Destino
$y_1$	$d_1$
$y_2$	$d_2$
$\vdots$	$\vdots$
$y_{m-\gamma-1}$	$d_{m-\gamma-1}$
$y_{m-\gamma}$	$d_{m-\gamma}$
$\vdots$	$\vdots$
$y_{m-1}$	$d_{m-1}$
$y_m$	$d_m$

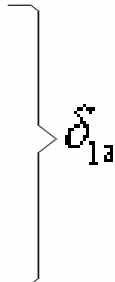


TABLA N°6: DATOS ON-LINE

En este caso se tiene que  $y_m \leq y(t)$  y además  $y_{m-\gamma-1} < y(t) - \delta_{1a} \leq y_{m-\gamma}$ , luego los datos considerados en la ventana vienen dados por todos los valores  $y_i \in [y(t) - \delta_{1a}, y(t)]$  donde  $i = m - \gamma, m - \gamma + 1, \dots, m - 1, m$ .

De la serie de datos que conforman la ventana de largo  $\delta_{1a}$  se obtienen las diferencias entre cada dato temporal.

Hora de llegada	Destino
$y_{m-\gamma}$	$d_{m-\gamma}$
$y_{m-\gamma+1}$	$d_{m-\gamma+1}$
$\vdots$	$\vdots$
$y_{m-1}$	$d_{m-1}$
$y_m$	$d_m$

TABLA N°7: DATOS ON-LINE

Se define en conjunto  $Y_{\delta_{1a}} = (y_{m-\gamma}, y_{m-\gamma+1}, \dots, y_{m-1}, y_m)$  como los datos en la ventana  $\delta_{1a}$  y sea  $r = \text{card}(Y_{\delta_{1a}})$  la cantidad de elementos del conjunto  $Y_{\delta_{1a}}$ .

Se obtienen las diferencias de los elementos consecutivos del conjunto  $Y_{\delta_{1a}}$  como  $\Delta_{i^*} = y_{i+1} - y_i$  donde  $i^* = 1, 2, \dots, r-1 \in \mathbb{N}$  e  $i = m-\gamma, m-\gamma+1, \dots, m-1, m \in \mathbb{N}$ . Entonces se tiene el conjunto  $\Delta_{dif} = (\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_{r-2}, \Delta_{r-1})$ .

Con esto se obtiene un promedio de las diferencias calculado como:

$$\bar{\Delta}_{on-line} = \frac{\sum_{i^*=1}^{r-1} \Delta_i}{r-1} = \frac{\sum_{i=m-\gamma}^{m-1} y_{i+1} - y_i}{r-1} \quad (12)$$



Expandiendo la ecuación nº10

$$\bar{\Delta}_{on-line} = \frac{\sum_{i=m-\gamma}^{m-1} y_{i+1} - y_i}{r-1} = \frac{y_m - y_{m-1} + y_{m-1} - y_{m-2} + \dots + y_{m-\gamma+2} - y_{m-\gamma+1} + y_{m-\gamma+1} - y_{m-\gamma}}{r-1}$$

$$\bar{\Delta}_{on-line} = \frac{y_m - y_{m-\gamma}}{r-1} \quad (13)$$

### 3.2.3.1.1 Ejemplo nº1

DIA 100		
Hora Llegada	Destino	
0,02992	8	y1
16,074	9	y2
16,675	5	y3
21,644	4	y4
24,285	3	y5
34,291	5	y6
38,643	7	y7
59,738	4	y8
72,531	3	y9
79,401	6	y10
80,354	6	y11
84,081	4	y12
87,14	10	y13
87,195	2	y14
87,852		y15
Se desea estimar		

Sea  $y(t) = 88[\text{min}]$

y  $\delta_{1a} = 50[\text{min}]$

$$\Rightarrow y_{m-\gamma} = 38,643$$

$$\Rightarrow y_m = 87,852$$

$$\gamma = 8$$

$$m = 15$$

Hora llegada	Dato
38,643	y7
59,738	y8
72,531	y9
79,401	y10
80,354	y11
84,081	y12
87,14	y13
87,195	y14
87,852	y15

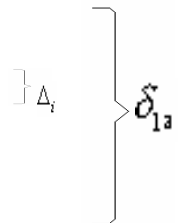


TABLA N°8: EJEMPLO DE DATOS DE DATOS ON-LINE EN PARADA 1 Y OBTENCIÓN DE LOS DATOS CONTENIDOS EN LA VENTANA  $\delta_{1a}$ .

En el ejemplo se obtiene el conjunto de datos contenidos en la ventana de tiempo  $Y_{\delta_{1a}} = (38,643 \ 59,738 \ \dots \ 87,14 \ 87,195 \ 87,852)$  (ver tabla nº8). El valor  $r = \text{card}(Y_{\delta_{1a}})$  es  $r = 9$ , por lo tanto  $i^* = 1, 2, \dots, 8$ .

	Datos	diferencia	$\Delta_{i^*}$	
$y_7$	38,643	59,738- 38,643	21,095	$\Delta_1$
$y_8$	59,738	72,531- 59,738	12,793	$\Delta_2$
$y_9$	72,531	79,401- 72,531	6,87	$\Delta_3$
$y_{10}$	79,401	80,354- 79,401	0,953	$\Delta_4$
$y_{11}$	80,354	84,081- 80,354	3,727	$\Delta_5$
$y_{12}$	84,081	87,14- 84,081	3,059	$\Delta_6$
$y_{13}$	87,14	87,195- 87,14	0,055	$\Delta_7$
$y_{14}$	87,195	87,852- 87,195	0,657	$\Delta_8$
$y_{15}$	87,852			

TABLA N°9: EJEMPLO DE DATOS DE DATOS ON-LINE EN PARADA 1 Y CÁLCULO DE ELEMENTOS  $\Delta_{i^*}$ .

Entonces utilizando  $\bar{\Delta}_{on-line} = \frac{\sum_{i^*=1}^{r-1} \Delta_{i^*}}{r-1} = \frac{\sum_{i=m-\gamma}^{m-1} y_{i+1} - y_i}{r-1}$  se obtiene

$$\bar{\Delta}_{on-line} = \frac{\sum_{i^*=1}^{9-1} \Delta_{i^*}}{9-1} = \frac{\sum_{i=15-8}^{15-1} y_{i+1} - y_i}{9-1} = \frac{\sum_{i=7}^{14} y_{i+1} - y_i}{8}$$

$$\bar{\Delta}_{on-line} = \frac{\sum_{i=7}^{14} y_{i+1} - y_i}{8} = \frac{87,852- 87,195+ 87,195- 87,14+ \dots + 72,531- 59,738+ 59,738- 38,643}{8}$$

$$\bar{\Delta}_{on-line} = \frac{87,852 - 38,643}{8}$$

$$\bar{\Delta}_{on-line} = 6,151$$

### 3.2.3.2 Registros Históricos (Datos off-line):

Los datos off-line y on-line se presenta en la tabla n°10.

PARADA 1											
DIA 1				DIA 97		DIA 98		DIA 99		DIA 100 (Actual)	
Hora de llegada	Destino	Hora de llegada	Destino	Hora de llegada	Destino	Hora de llegada	Destino	Hora de llegada	Destino	Hora de llegada	Destino
$y_{1[i]}$	$d_{1[i]}$	...	...	$y_{1[97]}$	$d_{1[97]}$	$y_{1[98]}$	$d_{1[98]}$	$y_{1[99]}$	$d_{1[99]}$	$y_{1[100]}$	$d_{1[100]}$
$y_{2[i]}$	$d_{2[i]}$	...	...	$y_{2[97]}$	$d_{2[97]}$	$y_{2[98]}$	$d_{2[98]}$	$y_{2[99]}$	$d_{2[99]}$	$y_{2[100]}$	$d_{2[100]}$
$y_{3[i]}$	$d_{3[i]}$	...	...	$y_{3[97]}$	$d_{3[97]}$	$y_{3[98]}$	$d_{3[98]}$	$y_{3[99]}$	$d_{3[99]}$	$y_{3[100]}$	$d_{3[100]}$
⋮	⋮	...	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	...	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	$y_{m[100]-1}$	$d_{m[100]-1}$
⋮	⋮	...	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	$y_{m[100]}$	$d_{m[100]}$
⋮	⋮	...	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	--	--
$y_{n[i]-2}$	$d_{n[i]-2}$	...	...	⋮	⋮	$y_{n[98]-1}$	$d_{n[98]-1}$	⋮	⋮	--	--
$y_{n[i]-1}$	$d_{n[i]-1}$	...	...	$y_{n[97]-2}$	$d_{n[97]-2}$	$y_{n[98]}$	$d_{n[98]}$	$y_{n[99]-1}$	$d_{n[99]-1}$	--	--
$y_{n[i]}$	$d_{n[i]}$	...	...	$y_{n[97]-1}$	$d_{n[97]-1}$	--	--	$y_{n[99]}$	$d_{n[99]}$	--	--
--	--	...	...	$y_{n[97]}$	$d_{n[97]}$	--	--	--	--	--	--

TABLA N°10: ESTRUCTURA DE LOS DATOS ON-LINE Y OFF-LINE

En la tabla Tabla n°10 se tiene que la data on-line corresponde al día 100 (día actual en el que se desea realizar la estimación). En este formato el

dato  $y_m$  corresponde a la última hora de llegada registrada de un pasajero al paradero en cuestión previo a la hora actual del sistema  $y(t)$ . En este caso  $y_m < y(t)$ .

Se define la variable  $\delta_2$  que define la cantidad de días de los datos históricos que se considera en la estimación.

En la tabla nº10 se considera que los datos registrados el 100 corresponden a data on-line, donde  $y_{m_{[100]}} < y(t)$ .

Los datos registrados del día 99 hacia atrás corresponden a la data off-line, en la cual  $y_{n_{[\Omega]}}$  en el último dato registrado de hora de llegada del día  $\Omega$ . Para cada día  $\Omega$  de data off-line se tienen  $n_{[\Omega]}$  datos registrados de horas de llegada de pasajeros al paradero en cuestión. Como se muestra en la tabla nº10 los días de data histórica no necesariamente tienen igual cantidad de datos. Como ejemplo se tiene que  $n_{[97]} > n_{[96]}$ ,  $n_{[96]} < n_{[95]}$ .

De manera análoga a la variable  $\delta_{1a}$  que denota el largo de ventana de la data on-line que se considera desde hora actual  $y(t)$  hacia atrás, para el caso de la data off-line se tiene otra variable  $\delta_{1b}$  que denota el largo de ventana hacia delante de la hora actual  $y(t)$ .

Se utilizan ventanas  $\delta_{1a}$  y  $\delta_{1b}$  razonables. Si bien su valor óptimo es materia a sensibilizar se tiene que el valor mínimo debe ser tal que

contenga al menos dos o más datos de registro sobre y bajo  $y(t)$ , considerando que la simulación tiene una duración de 120 minutos.

DIA $\Omega$	
Hora de llegada	Destino
$y_{1[\Omega]}$	$d_{1[\Omega]}$
$y_{2[\Omega]}$	$d_{2[\Omega]}$
$\vdots$	$\vdots$
$y_{n_{[\Omega]}-\gamma_1-1}$	$d_{n_{[\Omega]}-\gamma_1-1}$
$y_{n_{[\Omega]}-\gamma_1}$	$d_{n_{[\Omega]}-\gamma_1}$
$\vdots$	$\vdots$
$y_{m_{[\Omega]}-1}$	$d_{m_{[\Omega]}-1}$
$y_{m_{[\Omega]}}$	$d_{m_{[\Omega]}}$
$y_{m_{[\Omega]}+1}$	$d_{m_{[\Omega]}+1}$
$\vdots$	$\vdots$
$y_{n_{[\Omega]}+\gamma_2}$	$d_{n_{[\Omega]}+\gamma_2}$
$y_{n_{[\Omega]}+\gamma_2+1}$	$d_{n_{[\Omega]}+\gamma_2+1}$
$\vdots$	$\vdots$
$y_{n_{[\Omega]}-2}$	$d_{n_{[\Omega]}-2}$
$y_{n_{[\Omega]}-1}$	$d_{n_{[\Omega]}-1}$
$y_{n_{[\Omega]}}$	$d_{n_{[\Omega]}}$

$y(t) \longrightarrow$

$\delta_{1a}$

$\delta_{1b}$

TABLA N°11: DATOS DE UN DÍA  $\Omega$  CUALQUIERA

Tomando un día  $\Omega$  cualquiera de datos se considera la restricción que siempre  $y_{n_{[\Omega]}} - y_{1_{[\Omega]}} > \delta_{1a} + \delta_{1b}$  que representa el hecho que las ventanas de datos no deben ser más grandes que el tiempo total de datos registrados de horas de llegada. Lo cual es lógico pues no tiene sentido tener una ventana de datos mayor que los datos con que se cuenta.

En una línea de tiempo de un día de data histórica se aprecia lo siguiente

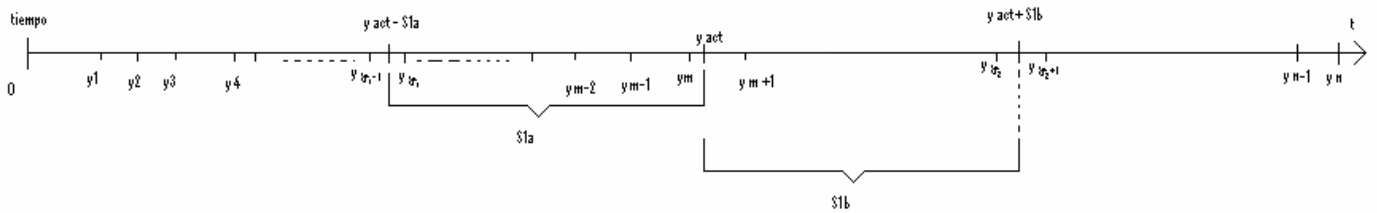


FIGURA N°7. LÍNEA DE TIEMPO

Como se aprecia en el día  $\Omega$  las ventanas  $\delta_{1a}$  y  $\delta_{1b}$  determinan conjuntos de datos contenidos en ellas.

Para  $\delta_{1a}$  los límites se establecen como  $y_{m-\gamma_1-1} < y(t) - \delta_{1a} \leq y_{m-\gamma_1}$  y además  $y_m \leq y(t)$ , luego los datos considerados en la ventana vienen dados por todos los valores  $y_{i_1} \in [y(t) - \delta_{1a}, y(t)]$  donde  $i_1 = m - \gamma_1, m - \gamma_1 + 1, \dots, m - 1, m$ .

Con esto se forma el conjunto  $Y_{\delta_{1a}} = \{y_{m-\gamma_1}, y_{m-\gamma_1+1}, \dots, y_{m-1}, y_m\}$  y se define  $r_1 = \text{card}(Y_{\delta_{1a}})$ . Se tiene entonces que  $r_1 = \gamma_1 + 1$ .

Para  $\delta_{2a}$  los límites se establecen como  $y_{m+\gamma_2} \leq y(t) + \delta_{1b} < y_{m+\gamma_2+1}$  y además  $y_{m+1} < y(t)$ , luego los datos considerados en la ventana vienen dados por todos los valores  $y_{i_2} \in (y(t), y(t) + \delta_{1b}]$  donde  $i_2 = m+1, m+2, \dots, m+\gamma_2-1, m+\gamma_2$ . Con esto se forma el conjunto  $Y_{\delta_{1b}} = \{y_{m+1}, y_{m+2}, \dots, y_{m+\gamma_2-1}, y_{m+\gamma_2}\}$  y se define  $r_2 = \text{card}(Y_{\delta_{1b}})$ . Se tiene entonces que  $r_2 = \gamma_2$ .

Se utilizan ventanas  $\delta_{1a}$  y  $\delta_{1b}$  razonables. Si bien sus valores óptimos son materia a sensibilizar se tiene que en las condiciones aquí descritas (Figura n°7 y tabla n°11) sus valores deben ser tales que  $r_1, r_2 \geq 2$ , esto es que los conjuntos  $Y_{\delta_{1a}}$  y  $Y_{\delta_{1b}}$  tengan al menos dos elementos respectivamente.

Uniendo estos dos conjuntos se obtiene el conjunto total de datos off-line. Sea  $y_i \in [y(t) - \delta_{1a}, y(t)] \cup (y(t), y(t) + \delta_{1b}] = [y(t) - \delta_{1a}, y(t) + \delta_{1b}]$  donde  $i = m - \gamma_1, m - \gamma_1 + 1, \dots, m - 1, m, m + 1, m + 2, \dots, m + \gamma_2 - 1, m + \gamma_2$ . Con esto se forma el conjunto  $Y_{\delta_{1a}, \delta_{1b}} = Y_{\delta_{1a}} \cup Y_{\delta_{1b}} = \{y_{m-\gamma_1}, y_{m-\gamma_1+1}, \dots, y_{m-1}, y_m, y_{m+1}, y_{m+2}, \dots, y_{m+\gamma_2-1}, y_{m+\gamma_2}\}$  y se define finalmente  $r = \text{card}(Y_{\delta_{1a}, \delta_{1b}})$ . Se tiene entonces que  $r = r_1 + r_2 = \gamma_1 + \gamma_2 + 1$ .

Se obtienen las diferencias de los elementos consecutivos del conjunto  $Y_{\delta_{1a}, \delta_{1b}}$  como  $\Delta_{i^*} = y_{i+1} - y_i$  donde  $i^* = 1, 2, \dots, r - 1 \in \mathbb{N}$

y  $i = m - \gamma_1, m - \gamma_1 + 1, \dots, m - 1, m, m + 1, m + 2, \dots, m + \gamma_2 - 1, m + \gamma_2$ . Entonces se tiene el conjunto  $\Delta_{dif} = (\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_{r-2}, \Delta_{r-1})$ .

Con esto se obtiene un promedio de las diferencias calculado como:

$$\bar{\Delta}_{[\Omega]} = \frac{\sum_{i^*=1}^{r-1} \Delta_{i^*}}{r-1} \quad (14)$$

Aplicando que  $r = r_1 + r_2 = \gamma_1 + \gamma_2 + 1$  se tiene

$$\bar{\Delta}_{[\Omega]} = \frac{\sum_{i=m-\gamma_1}^{m+\gamma_2-1} y_{i+1} - y_i}{\gamma_2 + \gamma_1} \quad (15)$$

Hasta acá el cálculo es para un solo día  $\Omega$  de data histórica. Realizando el mismo procedimiento para los  $\delta_2$  días de data histórica que se consideran se obtiene una serie de valores  $\bar{\Delta}_q$  donde  $j = 1, 2, \dots, \delta_2$ .

El resultado  $\bar{\Delta}_{dat\_hist}$  será un promedio de los valores  $\bar{\Delta}_q$ . Esto queda representado en la siguiente ecuación.

$$\bar{\Delta}_{dat\_hist} = \frac{\sum_{q=1}^{\delta_2} \bar{\Delta}_q}{\delta_2} \quad q = 1, 2, \dots, \delta_2 \quad (16)$$

Reescribiendo la ecuación nº16 y aplicando que  $r = r_1 + r_2 = \gamma_1 + \gamma_2 + 1$  se obtiene



$$\bar{\Delta}_q = \frac{\sum_{i^*=1}^{r_q-1} \Delta_{q,i^*}}{r_q - 1} = \frac{\sum_{i_q=m_q-\gamma_{1q}}^{m_q+\gamma_{2q}-1} y_{q,i_q+1} - y_{q,i_q}}{\gamma_{2q} + \gamma_{1q}} \quad q = 1, 2, \dots, \delta_2 \quad (17)$$

Expandiendo esta ecuación se llega a

$$\bar{\Delta}_q = \frac{y_{q,m_q+\gamma_{2q}} - y_{q,m_q+\gamma_{2q}-1} + y_{q,m_q+\gamma_{2q}-1} - y_{q,m_q+\gamma_{2q}-2} + \dots + y_{q,m_q-\gamma_{1q}+2} - y_{q,m_q-\gamma_{1q}+1} + y_{q,m_q-\gamma_{1q}+1} - y_{q,m_q-\gamma_{1q}}}{\gamma_{2q} + \gamma_{1q}} \quad q = 1, 2, \dots, \delta_2 \quad (18)$$

Reemplazando la ecuación n°17 en la ecuación n°16 se llega a lo siguiente

$$\bar{\Delta}_{dat\_hist} = \frac{\sum_{q=1}^{\delta_2} \left( \frac{\sum_{i^*=1}^{r_q-1} \Delta_{q,i^*}}{r_q - 1} \right)}{\delta_2} = \frac{\sum_{q=1}^{\delta_2} \left( \frac{y_{q,m_q+\gamma_{2q}} - y_{q,m_q-\gamma_{1q}}}{\gamma_{2q} + \gamma_{1q}} \right)}{\delta_2} \quad q = 1, 2, \dots, \delta_2$$

$$\bar{\Delta}_{dat\_hist} = \frac{1}{\delta_2} \cdot \sum_{q=1}^{\delta_2} \left( \frac{y_{q,m_q+\gamma_{2q}} - y_{q,m_q-\gamma_{1q}}}{\gamma_{2q} + \gamma_{1q}} \right) \quad q = 1, 2, \dots, \delta_2 \quad (19)$$

### 3.2.3.2.1 Ejemplo n°2

A continuación se muestra un ejemplo de cálculo de  $\bar{\Delta}_{dat\_hist}$  con los datos históricos.

Se consideran los siguientes datos.

- Hora actual del sistema  $y(t) = 88$  [min].

- Cantidad de días de data histórica de  $\delta_2 = 10$  [días].
- Ventana de datos  $\delta_{1a} = 50$  [min]. (Desde  $y(t)$  hacia atrás).
- Ventana de datos  $\delta_{1b} = 25$  [min]. (Desde  $y(t)$  hacia adelante).

Para cada uno de estos días definidos por  $\delta_2$  se tiene una ventana de datos de largo  $\delta_{1a}$  [min] hacia atrás desde  $y(t)$  al igual que en el caso de data on-line. También se tiene una ventana de largo  $\delta_{1b}$  [min] desde  $y(t)$  hacia adelante.

Esto se aprecia en la siguiente tabla

PARADA 1													
DIA 94		DIA 95		DIA 96		DIA 97		DIA 98		DIA 99		DIA 100	
Hora Llegada	Destino	Hora Llegada	Destino	Hora Llegada	Destino	Hora Llegada	Destino	Hora Llegada	Destino	Hora Llegada	Destino	Hora Llegada	Destino
0,02146	3	0,02257	9	0,02385	5	0,02569	5	0,02679	11	0,02808	8	0,02992	8
2,1495	6	2,9781	11	3,9393	6	0,75721	8	1,4044	3	2,1295	7	16,074	9
9,1458	8	5,274	10	21,622	3	14,102	7	5,8254	9	3,1111	11	16,675	5
10,74	6	8,5771	5	27,323	3	27,816	10	6,3796	8	5,0672	7	21,644	4
12,894	9	10,798	5	29,612	11	38,407	6	17,25	11	16,231	8	24,285	3
25,347	5	22,834	5	41,258	5	49,513	5	28,021	5	26,683	5	34,291	5
25,7	6	25,983	7	49,811	7	58,777	11	28,91	11	30,712	2	38,643	7
29,725	9	37,102	10	51,133	10	60,342	6	34,173	7	47,448	7	59,738	4
33,03	4	37,476	5	58,301	6	61,334	3	43,518	4	50,78	5	72,531	3
46,822	5	37,544	9	59,089	4	63,395	5	46,606	9	55,111	4	79,401	6
48,707	9	57,903	9	65,618	8	70,786	3	49,721	11	55,755	11	80,354	6
49	4	77,867	8	78,367	3	72,553	9	50,851	4	56,308	8	84,081	4
50,048	4	78,185	10	95,545	7	74,523	7	51,977	4	56,694	10	87,14	10
64,184	11	79,567	11	99,78	11	78,189	7	60,484	7	57,055	7	87,195	2
74,972	10	83,092	3	100,11	6	99,054	4	65,674	7	58,311	9	87,852	8
75,123	9	84,49	3	103,09	6	105,63	5	77,016	8	58,507	10		
78,138	9	86,179	5	103,69	10	108,41	4	78,516	9	58,953	5		
82,349	10	91,477	9	110,32	9	110,48	8	81,327	7	62,607	6		
84,032	10	94,25	9	114,43	7	117,39	10	91,27	8	78,987	7		
90,322	7	110,11	3	115,83	8	123,32	6	105,53	11	80,226	7		
92,417	9	111,79	9	117,12	9	--	--	105,94	6	80,325	6		
93,144	10	113,96	8	121,19	6	--	--	126,16	5	81,334	3		
97,101	3	119,98	3	--	--	--	--	--	--	91,261	8		
106,8	5	143,49	10	--	--	--	--	--	--	100,48	6		
107,61	5	--	--	--	--	--	--	--	--	100,89	11		
109,79	3	--	--	--	--	--	--	--	--	103,2	6		
110,75	5	--	--	--	--	--	--	--	--	131,82	9		
111,87	11	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--		
119,1	9	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--		
127,86	8	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--		

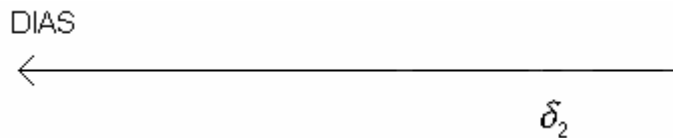
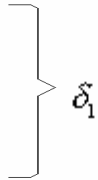


TABLA N°12: DATOS HISTÓRICOS Y ON-LINE EN PARADA 1.

En esta tabla los datos en color azul representan los datos contenidos por la ventana de datos  $\delta_{1a}$  mientras que los que están en rojo representan los datos contenidos en la ventana  $\delta_{1b}$ .

DIA 99		
Hora Llegada	Destino	
0,02808	8	y1
2,1295	7	y2
3,1111	11	y3
5,0672	7	y4
16,231	8	y5
26,683	5	y6
30,712	2	y7
47,448	7	y8
50,78	5	y9
55,111	4	y10
55,755	11	y11
56,308	8	y12
56,694	10	y13
57,055	7	y14
58,311	9	y15
58,507	10	y16
58,953	5	y17
62,607	6	y18
78,987	7	y19
80,226	7	y20
80,325	6	y21
81,334	3	y22
91,261	8	y23
100,48	6	y24
100,89	11	y25
103,2	6	y26
131,82	9	y27
--	--	

Sea  $y(t) = 88[\text{min}]$

$$\delta_{1a} = 50[\text{min}]$$

$$\delta_{1b} = 25[\text{min}]$$

$$m_{[99]} = 22$$

$$\gamma_{1[99]} = 14$$

$$\gamma_{2[99]} = 4$$

$$\Rightarrow y_{m_{99} - \gamma_{199}} = 47,448$$

$$\Rightarrow y_{m_{99}} = 81,334$$

$$\Rightarrow y_{m_{99} + \gamma_{2[99]}} = 103,2$$

Dato	nº
47,448	y8
50,78	y9
55,111	y10
55,755	y11
56,308	y12
56,694	y13
57,055	y14
58,311	y15
58,507	y16
58,953	y17
62,607	y18
78,987	y19
80,226	y20
80,325	y21
81,334	y22
91,261	y23
100,48	y24
100,89	y25
103,2	y26

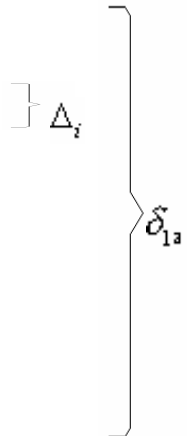


TABLA N°13: EJEMPLO DE DATOS DE DATOS ON-LINE EN PARADA 1 Y OBTENCIÓN DE LOS DATOS CONTENIDOS EN LA VENTANA  $\delta_{1a}$ .

En este ejemplo se obtienen los conjuntos de datos contenidos en las ventanas de tiempo  $\delta_{1a}$  y  $\delta_{1b}$

$$Y_{\delta_{1a}} = (47,48 \ 50,78 \ \dots \ 80,226 \ 80,325 \ 81,334)$$

$$Y_{\delta_{1b}} = (91,261 \ 100,48 \ 100,89 \ 103,2)$$

$$\Rightarrow Y_{\delta_{1a}, \delta_{1b}} = (47,48 \ 50,78 \ \dots \ 100,89 \ 103,2)$$

Aplicando la ecuación nº19 y considerando el día  $q = 99$ .

$$\bar{\Delta}_q = \frac{y_{q,m_q+\gamma_{2q}} - y_{q,m_q-\gamma_{1q}}}{\gamma_{2q} + \gamma_{1q}} \quad q = 1, 2, \dots, \delta_2$$

Se obtiene que

$$\bar{\Delta}_{99} = \frac{y_{q,m_q+\gamma_{2q}} - y_{q,m_q-\gamma_{1q}}}{\gamma_{2q} + \gamma_{1q}} = \frac{103,2 - 47,48}{4 + 14} = \frac{55,72}{18} = 3,0955$$

Aplicando el mismo procedimiento a los demás días se obtienen los valores  $\bar{\Delta}_q$  de los demás días.

$\bar{\Delta}_{99}$	3,0955
$\bar{\Delta}_{98}$	5,2018
$\bar{\Delta}_{97}$	5,544
$\bar{\Delta}_{96}$	5,7551
$\bar{\Delta}_{95}$	5,3887
$\bar{\Delta}_{94}$	3,6137
$\bar{\Delta}_{93}$	4,5267
$\bar{\Delta}_{92}$	5,7365
$\bar{\Delta}_{91}$	5,92
$\bar{\Delta}_{90}$	4,95

TABLA Nº14:  $\bar{\Delta}_q$  GENERADOS.

Con esto y considerando la ecuación nº14

$$\bar{\Delta}_{dat\_hist} = \frac{\sum_{q=1}^{\delta_2} \bar{\Delta}_q}{\delta_2} \quad q = 1, 2, \dots, \delta_2$$

Se obtiene finalmente

$$\bar{\Delta}_{dat\_hist} = \frac{\sum_{q=1}^{10} \bar{\Delta}_q}{10} \quad q = 1, 2, \dots, 10$$

$$\bar{\Delta}_{dat\_hist} = \frac{3,9055 + 5,2018 + \dots + 5,92 + 4,95}{10}$$

$$\bar{\Delta}_{dat\_hist} = 4,9732 \text{ [min]}$$

Con esto ya es posible calcular la estimación de la hora de llegada del próximo usuario a la para en cuestión.

Como se mencionó anteriormente la estimación se calcula como la ecuación n°8

$$\hat{y}_{m+1} = y_m + \alpha \cdot \left( \bar{\Delta}_{on-line} \right) + (1 - \alpha) \cdot \left( \bar{\Delta}_{dat\_hist} \right); \quad \alpha \in [0,1]$$

En este caso uniendo los ejemplos n°1 y n°2 anteriores se tiene que

$$y_{m_{on-line}} = 87,852 \text{ [min]}$$

$$\bar{\Delta}_{on-line} = 6,151$$

$$\bar{\Delta}_{dat\_hist} = 4,9732 \text{ [min]}$$

Con esto se obtiene que

$$\hat{y}_{m+1} = 87,852 + \alpha \cdot (6,151) + \beta \cdot (4,9732)$$

Si se toma un valor de  $\alpha = 0.3 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.7$  con lo que

$$\hat{y}_{m+1} = 87,852 + 0.3 \cdot (6,151) + 0.7 \cdot (4,9732)$$

$$\boxed{\hat{y}_{m+1} = 93,178}$$

### 3.3 Cálculo de Flota

El sistema de transporte debe operar con una flota que sea capaz de satisfacer la demanda de los usuarios. Esta flota es fija como se menciona en 3.1. Los datos históricos del modelo son presentados en la *Tabla nº3* de la sección anterior. Por un lado se tiene una demanda de servicio por parte de los pasajeros, quienes deben ser servidos, esto determina una mínima frecuencia. Por otro lado se tiene la frecuencia ofrecida de buses que debe satisfacer la demanda. Se debe buscar entonces un equilibrio entre demanda y oferta de servicio.

#### 3.3.1 Demanda de servicio

La demanda de servicio viene dada por una frecuencia mínima necesaria de buses en unidad de tiempo [*bus / u.t.*], que satisface el transporte de flujo máximo de pasajeros entre paraderos.

Si se toma un día cualquiera de servicio es posible construir una matriz Origen-Destino (OD) como la mostrada en la *Tabla nº1*. En esta matriz OD se resume

toda la información referente a los orígenes y destinos de los pasajeros que utilizan el servicio durante ese día. La información contenida en esta matriz está asociada a unidades de tiempo [u.t.] durante el cual fueron registrados los datos.

		DESTINO									
		Par 1	Par 2	Par 3	Par 4	Par 5	Par 6	Par 7	Par 8	Par 9	Par 10
ORIGEN	Par 1	0	0	11	8	14	10	0	0	0	0
	Par 2	0	0	3	19	21	17	26	0	0	0
	Par 3	0	0	0	4	17	26	26	32	0	0
	Par 4	0	0	0	0	10	57	61	54	64	0
	Par 5	0	0	0	0	0	14	115	98	103	86
	Par 6	133	0	0	0	0	0	35	139	143	116
	Par 7	99	0	0	0	0	0	0	24	103	124
	Par 8	112	0	0	0	0	0	0	0	23	92
	Par 9	128	0	0	0	0	0	0	0	0	36
	Par 10	26	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLA N°15: EJEMPLO MATRIZ ORIGEN-DESTINO (OD) PARA 10 PARADEROS

En la *Tabla n°15* se tiene un ejemplo de matriz OD para un sistema de diez paraderos. En las filas de la matriz OD se tienen los paraderos de origen y en las columnas los paraderos de destino. Los valores de la matriz OD corresponden a cuantos pasajeros abordan en el paradero fila  $i$  que tienen por destino el paradero columna  $j$ . Así en *Tabla n°15*  $OD_{(4,6)} = 57$  [pas] significa que en el paradero número cuatro suben 57 [pas] cuyo destino es el paradero seis, durante el tiempo en que se registran los datos. Los datos fueron generados para un registro de dos horas, luego la unidad de tiempo natural es una hora.

Así, dado unidades de tiempo y cantidades de pasajeros en la matriz OD se establecen flujos entre paraderos que deben ser cubiertos por la flota.

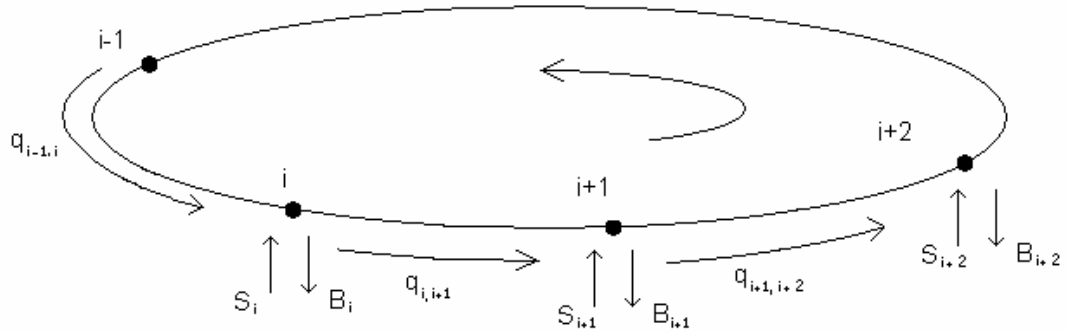


FIGURA N°8. FLUJOS ENTRE PARADEROS DE UN SISTEMA DE TRANPORTE DE RUTA FIJA

La figura 8 muestra los flujos pasajeros entre los paraderos. En el paradero  $i$  suben  $S_i$  [pas] pasajeros a los buses y bajan  $B_i$  [pas] pasajeros de los buses en una unidad de tiempo [u.t.]. Entre el paradero  $i$  y el paradero  $i+1$  existe un flujo  $q_{i,i+1}$  medido en [ $\frac{pas}{u.t.}$ ], que es la cantidad total de pasajeros que recorren la distancia entre el paradero  $i$  y el  $i+1$  durante el tiempo que se registraron los datos y se obtiene de la siguiente manera.

$$q_{i,i+1} = q_{i-1,i} + S_i - B_i \quad (20)$$

Los valores de  $S_i$  son fáciles de obtener y corresponden a la suma horizontal de los valores de las filas de origen en la matriz OD (suma sobre las filas). Es decir,  $S_i$  corresponde al total de pasajeros que suben a algún bus en el paradero  $i$  durante el tiempo registrado [u.t.]. Por otro lado  $B_i$  corresponde al total de pasajeros que bajan de algún bus en el paradero  $i$  durante el tiempo registrado [u.t.]. Ambos valores fáciles de obtener de la matriz OD, Tabla n° 15.



Con esta información es posible construir la siguiente tabla que muestra los flujos entre los paraderos.

		Flujo acumulado por paradero de origen									
		Par 1 - Par 2	Par 2 - Par 3	Par 3 - Par 4	Par 4 - Par 5	Par 5 - Par 6	Par 6 - Par 7	Par 7 - Par 8	Par 8 - Par 9	Par 9 - Par 10	Par 10 - Par 1
ORIGEN	Par 1	43	43	32	24	10	0	0	0	0	0
	Par 2	0	86	83	64	43	26	0	0	0	0
	Par 3	0	0	105	101	84	58	32	0	0	0
	Par 4	0	0	0	246	236	179	118	64	0	0
	Par 5	0	0	0	0	416	402	287	189	86	0
	Par 6	0	0	0	0	0	566	531	392	249	133
	Par 7	0	0	0	0	0	0	350	326	223	99
	Par 8	0	0	0	0	0	0	0	227	204	112
	Par 9	0	0	0	0	0	0	0	0	164	128
	Par 10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	26

TABLA N°16: FLUJOS ACUMULADO ENTRE PARADEROS DADO UN PARADERO DE ORIGEN.

Cada valor de la *Tabla n° 16* corresponde al flujo entre los paraderos indicados en los encabezados de las columnas que se han originado en los paraderos origen indicados por las filas. Sumando de manera vertical los valores de esta tabla se obtienen los flujos totales de pasajeros [ $\frac{pas}{u.t.}$ ] entre paraderos como se muestra a continuación.

Flujo Total entre paraderos									
Par 1 - Par 2	Par 2 - Par 3	Par 3 - Par 4	Par 4 - Par 5	Par 5 - Par 6	Par 6 - Par 7	Par 7 - Par 8	Par 8 - Par 9	Par 9 - Par 10	Par 10 - Par 1
43	129	220	435	789	1231	1318	1198	926	498

TABLA N°17: FLUJOS TOTALES DE PASAJEROS ENTRE PARADEROS DURANTE 2 HORAS.

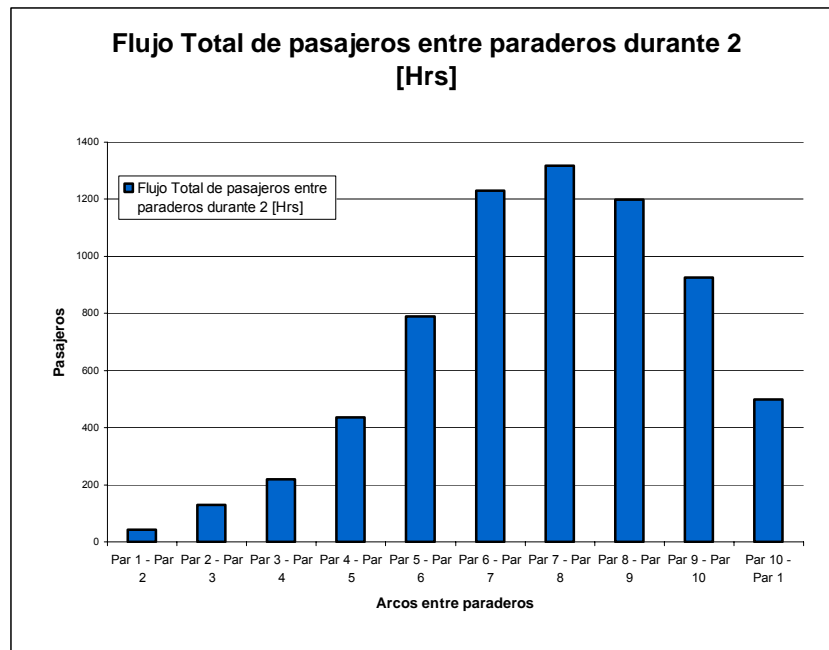


GRÁFICO N°1: FLUJOS TOTALES DE PASAJEROS ENTRE PARADEROS REGISTRADOS DURANTE 2 HORAS.

Como se aprecia en el gráfico n°1 el tramo mas cargado es el que se encuentra entre el paradero n°7 y el paradero n°8 con 1318 pasajeros que fueron registrados durante dos horas.

La frecuencia que satisface la demanda depende de la carga máxima de los buses  $L_{\max} \left[ \frac{pas}{bus} \right]$  y del flujo máximo entre paraderos. Esta frecuencia debe satisfacer el tramo más cargado, así se asegura que satisface también los demás tramos menos cargados y se calcula como

$$f_d = \frac{q_{i,i+1} \max}{L_{\max}} \left[ \frac{bus}{u.t.} \right] \quad (21)$$

Con lo anterior se tiene el intervalo de diseño.

$$H_d = \frac{1}{f_d} \left[ \frac{u.t.}{bus} \right] \quad (22)$$

Este intervalo quiere decir que cada  $H_d$  unidades de tiempo  $[u.t./bus]$  un bus sirve en un paradero.

Utilizando la ecuación nº21 de frecuencia demandada se tiene que la frecuencia mínima que demanda el sistema para satisfacer la demanda es de

$$f_d = \frac{1318}{72} [bus/u.t.]$$
$$f_d = 18,3 \rightarrow 19 [bus/u.t.]$$

Se aproxima a 19 para tener un valor cerrado dadas las unidades. Ahora bien como el registro de datos se realizó durante dos horas la frecuencia demandada en una hora es

$$f_d = \frac{19}{2} \rightarrow 10 [bus/hora]$$

Con esto el intervalo de diseño es de

$$H_d = 6 [min/bus]$$

### 3.3.2 Oferta de servicio

La oferta de servicio viene dada por una frecuencia ofrecida que depende directamente del tamaño de la flota que opera en el sistema. Se tiene que la frecuencia ofrecida por una flota de  $NB$  [buses],  $N$  paraderos y  $S$  semáforos, observada desde un paradero fijo, viene dada por la siguiente ecuación:

$$f_{of} = \frac{NB}{t_c} \left[ \frac{bus}{u.t.} \right] \quad (23)$$

Donde  $t_c$  corresponde al tiempo de ciclo. El tiempo de ciclo se condiera como el tiempo total que demora un bus en dar la vuelta al sistema completo observado desde un paradero fijo. Este tiempo es la sumatoria del tiempo total de viaje del bus más los tiempos de detención por paradero más los tiempos de detención por semáforo.

$$t_c = t_{viaje} + t_{paraderos} + t_{semáforos} \quad (24)$$

En particular para esta topología si el circuito tiene un largo  $D$  [m] y los buses viajan a una velocidad constante  $v_i$  [ $\frac{m}{u.t.}$ ], en este caso igual  $v$  [ $\frac{m}{u.t.}$ ] para todos los buses, un bus demora en recorrer el circuito en

$$t_{viaje} = \frac{D}{v} \text{ [u.t.]} \quad (25)$$

Los tiempos de detención de los buses en los paraderos se obtiene como

$$t_{paraderos} = \sum_{j=1}^N t_{det,j} \quad (26)$$

Donde  $t_{det,j}$  es el tiempo de detención del bus en el paradero  $j$  medido en [u.t.].

De manera análoga se tiene para los semáforos

$$t_{semáforos} = \sum_{s=1}^S t_{det,s} \quad (27)$$

Donde  $t_{det,s}$  es el tiempo de detención del bus en el semáforo  $s$  medido en [u.t.].

Con esto el intervalo ofertado de servicio  $H_o$  viene dado por

$$H_{of} = \frac{1}{f_{of}} \left[ \frac{u.t.}{bus} \right] \quad (28)$$

El tiempo de ciclo  $t_c$  depende de la demanda en los paraderos y del tamaño de flota  $NB$ . Para un determinado tamaño de flota  $NB$  los tiempos de detención en paraderos dependen de la demanda que se produzca por paradero. Para una alta demanda en paraderos, los tiempos de detención en paradero  $t_{det,j}$  serán más grandes debido a la mayor cantidad de pasajeros transfiriendo. Por el contrario si la demanda es pequeña los tiempos de detención serán menores por la razón mencionada.

### 3.3.3 Balance oferta-demanda

La flota que opere el sistema debe ser tal que satisfaga la demanda, esto en otras palabras es que ofrezca un intervalo de servicio mayor o igual al demandado por los usuarios.

$$H_{of} > H_d \left[ \frac{u.t.}{bus} \right] \quad (29)$$

Dado que se tiene una demanda de pasajeros determinada por las tasas de llegada de estos a los paraderos  $\lambda_i$ , la variable a optimizar para satisfacer la condición de la ecuación n°29 corresponde al tamaño de flota  $NB$ . Para lograr la condición de la ecuación n°29 se itera desde una condición inicial de tamaño de flota  $NB_0 [bus]$ , se simula el sistema sin control alguno, esto es deteniéndose en todos los paraderos sin realizar *expressing* ni *holding*, con lo que se obtiene

un tiempo de ciclo  $t_{c_0}$  inicial. Con esto se obtiene finalmente  $H_{of_0} \left[ \frac{u.t.}{bus} \right]$ . Se procede a comparar con el intervalo demandado  $H_d \left[ \frac{u.t.}{bus} \right]$ . De no cumplirse con la condición de la ecuación n°29 se actualiza la flota a  $NB_{i+1} = NB_i + 1 [bus]$  y se itera nuevamente. En caso de cumplirse la condición de la ecuación n°29 se detiene la iteración y se selecciona el tamaño de flota  $NB_i [bus]$  como el tamaño óptimo para operar el sistema. Esto queda expresado en el siguiente esquema.

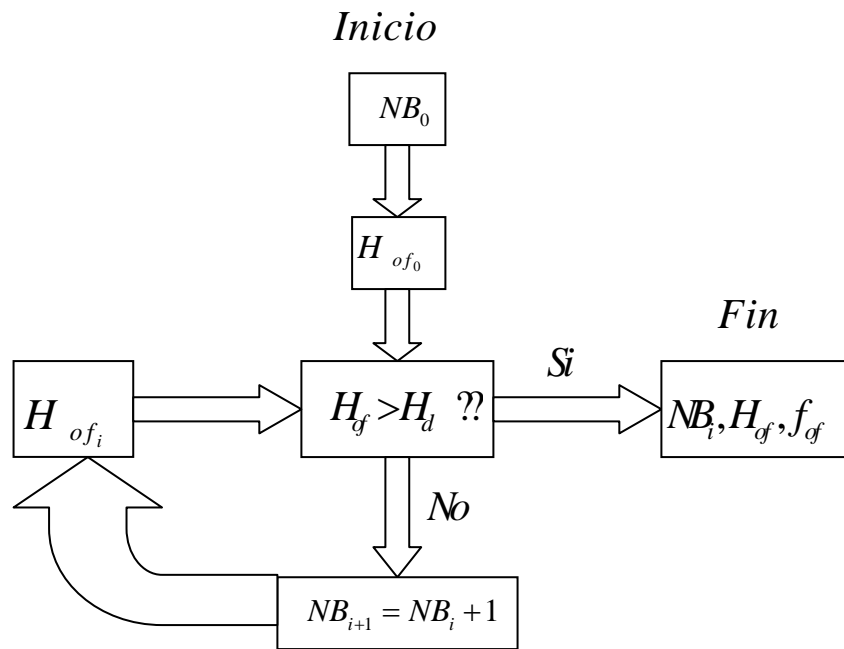


FIGURA N°9. ESQUEMA ITERACIÓN DETERMINACIÓN FLOTA DE OPERACIÓN.

### 3.4 Función Objetivo

Definir el funcional a optimizar es clave en el HPC pues es en el funcional donde se juntan las variables involucradas que interesa optimizar, así como también penalizaciones por las acciones de control tomadas. La función objetivo mide lo bien o mal que con que se han tomado las decisiones, dentro de un conjunto de soluciones factibles y restricciones.

Para el caso que se está analizando el principal objetivo es minimizar los tiempos de espera. Para esto se cuenta con estrategias de control antes descritas. Dado que este tiempo de espera de usuarios en paraderos es proporcional a la varianza de los intervalos temporales entre buses medidos desde un paradero, se analiza minimizar por separado ambas alternativas.

Por otra parte cada decisión o acción de control tomada sobre el sistema tiene un efecto no deseado cuantificable. Por ejemplo si se realiza *holding* en un paradero, el tiempo de viaje de los usuarios que se encuentran a bordo del bus aumenta. Si se toma la opción de saltar un paradero los pasajeros que se encuentren en ese paradero deberán esperar el próximo bus, con lo que incrementa su tiempo de espera. Finalmente los pasajeros que quedan detenidos en un semáforo en rojo, cuyo estado haya sido una decisión de control, también verán incrementado su tiempo de viaje a bordo del bus. Cada uno de estos efectos es medible y se penaliza en la función objetivo. Por cada uno de estos efectos se tiene un término en la función objetivo que lo representa analíticamente. Estos términos son ponderados por pesos individuales que penalizan y dan diferentes pesos a cada término en la función objetivo a minimizar.

A continuación se presentan las diferentes alternativas de función objetivo que

se abarcan en la presente memoria.

### 3.4.1 Función Objetivo 1 Minimización de tiempo de espera (v1)

La función objetivo como se mencionó consta de cuatro términos. Y tiene la siguiente forma:

$$\text{Min } J = J_1 + \theta_1 J_2 + \theta_2 J_3 + \theta_3 J_4 \quad (30)$$

Donde  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  y  $\theta_3$  son parámetros que dan peso a los términos de la función.

Los términos de la función se explican a continuación.

- $J_1 = \sum_{i=1}^{Np} \sum_{i=1}^{NB} \left[ \frac{\lambda_i(k+l)}{2} \hat{H}_i(k+l)^2 \right]$ : este término corresponde al tiempo de espera total de los pasajeros en los paraderos.

$NB$  es el número total de buses.

$Np$  es el horizonte de predicción.

$\lambda_i(k+l)$  es la tasa de llegada de los pasajeros al paradero donde el bus  $i$  está ubicado en el instante  $k+l$ .

$\hat{H}_i(k+l)$  corresponde al intervalo de tiempo predicho del bus  $i$  en el paradero donde se genera el evento  $k+l$ .  $\hat{H}_i(k+l)$  se calcula de la siguiente forma:

$$\hat{H}_i(k+l) = \hat{Td}_i(k+l) - \hat{Td}_{i-1}(k+l-z) \quad (31)$$



Donde  $\hat{Td}_i(k+l)$  es el tiempo estimado de salida del paradero del bus  $i$  en el instante futuro  $k+l$  y  $\hat{Td}_{i-1}(k+l-z)$  es el tiempo estimado de salida del paradero del bus precedente  $i-1$  en el instante futuro  $k+l-z$ .

El término  $\frac{\lambda}{2}H^2$  corresponde al tiempo promedio de espera de todos los pasajeros sumado. En un paradero cualquiera en un intervalo de tiempo el pasajero más afortunado espera 0 unidades de tiempo pues llega en el momento justo antes de que el bus abandone el paradero y alcanza a abordar. En el mismo paradero el pasajero menos afortunado llega justo cuando el bus precedente ha abandonado el paradero y debe esperar el intervalo  $H$  completo. Luego en promedio un pasajero espera  $\frac{H}{2}$  medido en unidades de tiempo [u.t.]. Por otro lado ese paradero tiene tasa de llegada de  $\lambda$  pasajeros por unidad de tiempo,  $\lambda$  [pas/u.t.]. Por lo tanto en un intervalo  $H$  llegan  $H[u.t.] \cdot \lambda$  [pas/u.t.] pasajeros. Finalmente el tiempo promedio de espera de todos esos pasajeros es  $\frac{H[u.t.]}{2} \cdot H[u.t.] \cdot \lambda$  [pas/u.t.].

- $J_2 = \sum_{l=1}^{Np} \sum_{i=1}^{NB} \left[ \hat{H}_i(k+l) - H_d \right]$ : este término está asociado a penalizar cuando diferente es el intervalo promedio en paraderos con respecto del intervalo de diseño.  $\hat{H}_i(k+l)$  corresponde al intervalo promedio en los paraderos en el instante futuro  $k+l$  mientras que  $H_d$  corresponde al intervalo de diseño que satisface la demanda total del sistema.

- $J_3 = \sum_{l=1}^{Np} \sum_{i=1}^{NB} \left[ \hat{L}_i(k+l)h_i(k+l-1) \right]$ : este término corresponde el tiempo de espera que deben esperar los pasajeros que se encuentran a bordo de un bus que realiza *holding*.

$\hat{L}_i(k+l)$  corresponde a la carga del bus  $i$  en el instante futuro  $k+l$  y está medido en [*pas*].

$h_i(k+l-1)$  a la acción de *holding* que se toma en el instante  $k+l-1$  y que afecta a los pasajeros entes mencionados. Por la descripción de  $h_i(k+l-1)$  que se da en la sección se tiene que es un tiempo medido en [*seg*].

Entonces el producto de estos dos términos es un tiempo que representa el total de tiempo que deben esperar los pasajeros en *holding*.

- $J_4 = \sum_{l=1}^{Np} \sum_{i=1}^{NB} \left[ \lambda_i(k+l) \cdot \hat{H}_i(k+l) \cdot \hat{H}_{i+1}(k+l+z_{k+l}) (1 - Su_i(k+l-1)) \right]$

corresponde al término que mide el tiempo de espera adicional total de los pasajeros que no son servidos por un bus que salta su estación (*Expressing*).  $z_{k+l}$  corresponde a la cantidad de eventos medidos desde un paradero determinado que transcurren entre la llegada del bus precedente y la llegada del bus  $i$  a dicho paradero en el instante futuro  $k+l$ .

Si un bus salta un paradero, todos los pasajeros que hayan sido saltados deberán esperar a que llegue el próximo bus. La cantidad de pasajeros que llegan al paradero durante el intervalo  $\hat{H}_i(k+l)$  viene dado por  $\hat{H}_i(k+l)[u.t.] \cdot \lambda_i(k+l)[pas/u.t.]$ , y todos estos pasajeros deben esperar

$\hat{H}_{i+1}(k + \ell + z_{k+l})$  tiempo extra para ser servidos, luego el tiempo de espera extra de todos los usuarios saltados es  $\lambda_i(k + \ell) \cdot \hat{H}_i(k + \ell) \cdot \hat{H}_{i+1}(k + \ell + z_{k+l})$ .

Finalmente la función objetivo queda como:

$$\begin{aligned} \text{Min } J = \sum_{\ell=1}^{Np} \sum_{i=1}^{NB} & \left[ \frac{\lambda_i(k+\ell)}{2} \hat{H}_i(k+\ell)^2 + \theta_1 \cdot (\hat{H}_i(k+\ell) - H_d) + \theta_2 \cdot \hat{L}_i(k+\ell) h_i(k+\ell-1) + \right. \\ & \left. + \theta_3 \cdot \lambda_i(k+\ell) \cdot \hat{H}_i(k+\ell) \cdot \hat{H}_{i+1}(k+\ell+z_{k+l}) (1 - Su_i(k+\ell-1)) \right] \end{aligned} \quad (32)$$

### 3.4.2 Función Objetivo 2 Minimización de varianza de intervalos

Este enfoque de función objetivo a diferencia del enfoque anterior, en su primer término busca minimizar la varianza de los intervalos, respecto de un intervalo óptimo.

Se considera como  $H_0$  el intervalo óptimo de servicio o bien simplemente con el que se desea operar.

La varianza de una muestra de datos  $x_i \quad i=1,2,\dots,n$  cuya media es  $\bar{x}$

viene dada por  $S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ . Si aplicamos esto al caso que se está

estudiando, se considera un conjunto de intervalos  $H_{i_c}$  con  $c=1,2,\dots,m$

donde  $m$  es el número de intervalos registrados. Sea  $\bar{H}$  el intervalo promedio en paraderos la varianza queda de la siguiente manera

$$S^2 = \frac{1}{m} \sum_{c=1}^m (H_{i_c} - \bar{H})^2 \quad (33)$$

Se debe considerar que dada una flota fija de buses se espera una frecuencia ofrecida de servicio, que determina un intervalo esperado  $H_0$ . Luego es correcto afirmar que se debe disminuir la varianza de los intervalos respecto de  $H_0$ , pues para un proceso de este tipo el intervalo esperado  $H_0$  es igual a la promedio de los intervalos  $\bar{H}$ .  $H_0 = \bar{H}$ .

Llevando todo lo anterior a la notación de esta memoria el término queda como:

$$\bullet J_1 = \frac{1}{Np} \sum_{l=1}^{Np} \sum_{i=1}^{NB} \left( \hat{H}_i(k+l) - H_d \right)^2$$

Con lo que la función objetivo queda

$$\begin{aligned} \text{Min } J = \sum_{l=1}^{Np} \sum_{i=1}^{NB} \left[ \frac{1}{Np} \left( \hat{H}_i(k+l) - H_0 \right)^2 + \theta_1 \cdot \left( \hat{H}_i(k+l) - H_d \right) + \theta_2 \cdot \hat{L}_i(k+l) h_i(k+l-1) + \right. \\ \left. + \theta_3 \cdot \lambda_i(k+l) \cdot \hat{H}_i(k+l) \cdot \hat{H}_{i+1}(k+l+z_{k+l}) (1 - Su_i(k+l-1)) \right] \end{aligned} \quad (34)$$

### 3.4.3 Función Objetivo 3 Minimización de tiempos de espera predichos en simulación.

Una última función objetivo a minimizar es más bien empírica y consiste en minimizar los tiempos de espera predichos los  $Np$  pasos adelante. A partir del instante actual  $k$ , ejecutando el algoritmo predictivo se obtienen después de  $Np$  pasos hacia delante,  $Np$  registros de intervalos generados en paraderos pues  $Np$  veces distintos buses generaron distintos eventos en distintos paraderos con sus consecuentes intervalos  $H_i(k)$ . A cada instante registrado en paradero se genera un intervalo

$\hat{H}_i(k)$ , y en ese instante hay en el paradero una carga de  $Lp(k)$  pasajeros esperando, que por simplificación se asume han esperado en promedio la mitad del intervalo  $H_i(k)$ , o sea  $\frac{H_i(k)}{2}$ .

- $$J_1 = \sum_{l=1}^{Np} \sum_{i=1}^{NB} \frac{\hat{H}_i(k+l)}{2} \cdot Lp(k+l)$$

Con lo que la función Objetivo queda como:

$$\begin{aligned} \text{Min } J = \sum_{l=1}^{Np} \sum_{i=1}^{NB} & \left[ \frac{\hat{H}_i(k+l)}{2} \cdot L_{par}(k+l) + \theta_1 \cdot \left( \hat{H}_i(k+l) - H_d \right) + \theta_2 \cdot \hat{L}_i(k+l) h_i(k+l-1) + \right. \\ & \left. + \theta_3 \cdot \lambda_i(k+l) \cdot \hat{H}_i(k+l) \cdot \hat{H}_{i+1}(k+l+z_{k+l}) (1 - Su_i(k+l-1)) \right] \end{aligned}$$

(35)

## 4 PRUEBAS POR SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 4.1 Pruebas por simulación

Por ser una simulación que pretende demostrar la efectividad del método de aplicación de HPC al sistema de transporte aquí descrito, se realizan pruebas con las siguientes configuraciones y topología del sistema.

$NB$	=	6	Número de buses
$N$	=	10	Número de paraderos
$S$	=	2	Número de semáforos
$D$	=	8 [Km.]	Largo total del corredor
$L_{\max}$	=	72 [pas]	Carga máxima de los buses, igual para todos.
$t_a$	=	3 [seg]	Tiempo de descenso de un pasajero de un bus.
$t_b$	=	5 [seg]	Tiempo de abordaje de un pasajero a un bus.
$\tau$	=	30 [seg]	Tiempo mínimo de <i>holding</i> , distinto de cero, que puede realizar un bus. El tiempo total de <i>holding</i> siempre es múltiplo de este tiempo.

Los tiempos de *holding* permitido corresponden a 30,60 y 90 segundos. Los paraderos en que un bus puede realizar *holding* son los paraderos nº3 y nº7.

Los paraderos se encuentran equiespaciados unos de otros, luego dada la configuración anterior los paraderos están separados por 800 [m] de ruta

La cantidad de semáforos es de 2, y están ubicados uno entre los paraderos nº2 y nº3, justo en la mitad de su distancia y el segundo semáforo está ubicado

entre el paradero n°4 y el n°5, a un 10 % de la distancia entre estos dos paraderos, hacia el paradero n°5.

Con esto se puede resumir la topología del sistema en la siguiente tabla n°15. En la primera columna se encuentra la numeración de objeto que se encuentra en la ruta, semáforos y paraderos se cuentan como objetos. La segunda columna muestra su posición en metros. La tercera columna muestra el tipo de objeto que es, un cero para los paraderos y un uno para los semáforos. La cuarta columna muestra en cuales de los paraderos se puede realizar *holding*, indicado con un uno y en cuales no, indicado con un cero. Las últimas dos columnas muestran el número de semáforo o paradero que corresponde en la ruta.

Objeto	Posición [m]	Tipo	Holding	Paranero nro	Semáforo nro
1	0	0	0	1	--
2	800	0	0	2	--
3	1200	1	0	--	1
4	1600	0	1	3	--
5	2400	0	0	4	--
6	3120	1	0	--	2
7	3200	0	0	5	--
8	4000	0	0	6	--
9	4800	0	1	7	--
10	5600	0	0	8	--
11	6400	0	0	9	--
12	7200	0	0	10	--

TABLA N°18: TABLA RESUMEN DE LA TOPOLOGÍA DEL SISTEMA

Por ser esta una simulación que pretende demostrar el método, sobre los semáforos no se realizará control alguno, poseen tiempo de ciclo fijo  $t_c = 2$  [min] y es fijo a lo largo de la simulación. Posee fases de verde y rojo de un 50 % del tiempo cada una, eso es que se tiene un minuto de rojo y a continuación un minuto de verde y así sucesivamente. Para efectos de este set

de pruebas por simulación el semáforo es una perturbación más y sobre él no se realiza control.

Las pruebas se dividen en dos grandes grupos.

- El primer grupo es para mostrar directamente el efecto del horizonte de predicción del control HPC sobre el tiempo de espera de los pasajeros en los paraderos y la varianza de los intervalos generados. En este primer set se trunca la función objetivo descrita en 3.4.3 a solo el primer término, el tiempo de espera total de los pasajeros.
- El segundo grupo de pruebas contempla la utilización de la función objetivo 3.4.3 completa, considerando distintos valores de horizonte de predicción y considerando distintos factores de pesos en los términos de la función objetivo. Estas pruebas muestran el efecto de los pesos de los términos en la función objetivo y cómo esto incide directamente en los tiempos de espera deseados y planificados para los pasajeros. Para este caso, la función objetivo considera el término de intervalo deseado como  $H_d = 6$  [min], obtenido en 3.3.1.

#### **4.1.1 Primer set de pruebas**

Dado que el algoritmo de solución es Enumeración Explícita como se explico anteriormente, éste posee un elevado tiempo computacional de cálculo, que aumenta a medida que el horizonte de predicción de la función objetivo aumenta. Se procede a simular entonces con horizontes de  $Np = 2, 5, 10$  y  $15$  .



Para contrastar los resultados obtenidos se simula el sistema primero sin control, es decir sin acciones de control, deteniéndose en todos los paraderos sin realizar *expressing* y sin realizar *holding*.

En principio el HPC está pensado en este caso para operar en régimen permanente, no para puesta en marcha ni finalización de proceso. Es por eso que se simulas 15 minutos del sistema sin control para luego realizar el control HPC hasta el minuto 100.

Se generan 5 simulaciones (realizaciones) donde solo varía la condición inicial de la carga de pasajeros de los buses. Cada realización es una simulación completa del sistema durante 100 minutos sin control, es decir, durante los 100 minutos de simulación del sistema el bus se detiene en todos los paraderos, no realiza *expressing* y no realiza *holding*. Se obtienen los siguientes resultados.

<b>Tiempo de espera [min] promedio de usuarios por paradero</b>					
	<b>Paradero 1</b>	<b>Paradero 2</b>	<b>Paradero 3</b>	<b>paradero 4</b>	<b>Paradero 5</b>
Simulación 1	3,82275	4,83435	5,2405	6,205	4,6685
Simulación 2	4,27325	4,6719	5,0915	5,945	4,8433
Simulación 3	3,9715	4,53175	4,70315	6,075	4,79765
Simulación 4	3,61535	4,79335	5,1575	5,91	4,82925
Simulación 5	3,89485	4,79615	5,208	6,4845	4,59595
<b>Promedio</b>	<b>3,91554</b>	<b>4,7255</b>	<b>5,08013</b>	<b>6,1239</b>	<b>4,74693</b>
	<b>Paradero 6</b>	<b>paradero 7</b>	<b>Paradero 8</b>	<b>paradero 9</b>	<b>Paradero 10</b>
Simulación 1	4,1311	6,165	5,1425	5,087	5,8095
Simulación 2	4,308	4,42295	4,5634	4,9183	5,541
Simulación 3	4,7433	4,11435	4,3954	4,6311	5,466
Simulación 4	4,9758	4,3545	4,0591	4,47065	5,4405
Simulación 5	4,22055	6,2345	5,0455	5,06	5,6305
<b>Promedio</b>	<b>4,47575</b>	<b>5,05826</b>	<b>4,64118</b>	<b>4,83341</b>	<b>5,5775</b>

TABLA N°19: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO EN 5 SIMULACIONES.

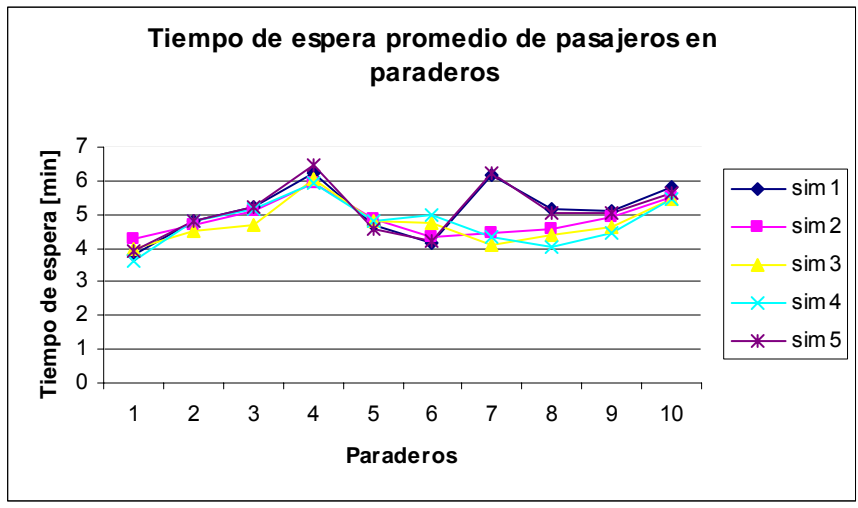


GRÁFICO N°2: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO DE USUARIOS EN PARADEROS, PARA CINCO SIMULACIONES.

El tiempo de espera promedio de los pasajeros en los paraderos, promediando las cinco simulaciones anteriores se muestra en el siguiente gráfico.

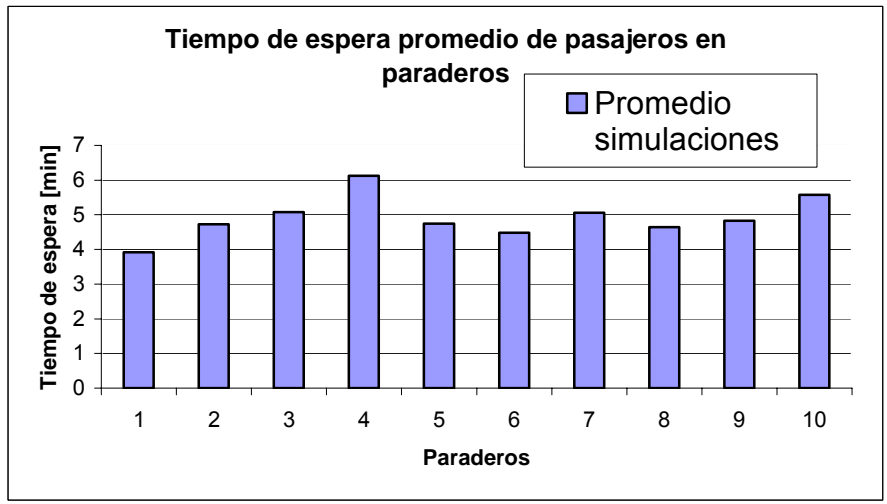


GRÁFICO N°3: TIEMPO DE ESPERA PROMEDIO DE USUARIOS EN PARADEROS, PROMEDIANDO CINCO SIMULACIONES.

La misma disposición de datos puede realizarse con la varianza de los intervalos en los paraderos, que es otra variable de interés.

<b>Varianza de los intervalos [min<sup>2</sup>]</b>					
	<b>Paradero 1</b>	<b>Paradero 2</b>	<b>Paradero 3</b>	<b>Paradero 4</b>	<b>Paradero 5</b>
Simulación 1	23,446	26,12	28,295	36,027	19,295
Simulación 2	23,17	25,164	27,5	32,806	19,149
Simulación 3	22,169	24,264	26,658	34,774	20,528
Simulación 4	21,271	23,796	25,486	31,03	17,699
Simulación 5	23,839	25,922	28,603	35,248	19,021
<b>Promedio</b>	<b>22,779</b>	<b>25,0532</b>	<b>27,3084</b>	<b>33,977</b>	<b>19,1384</b>

	<b>Paradero 6</b>	<b>Paradero 7</b>	<b>Paradero 8</b>	<b>Paradero 9</b>	<b>Paradero 10</b>
Simulación 1	22,232	28,281	24,998	24,551	22,662
Simulación 2	22,366	26,254	23,707	22,707	21,429
Simulación 3	23,82	21,332	20,236	19,646	20,398
Simulación 4	22,13	20,271	18,203	19,526	19,64
Simulación 5	22,215	28,489	25,129	24,85	23,01
<b>Promedio</b>	<b>22,5526</b>	<b>24,9254</b>	<b>22,4546</b>	<b>22,256</b>	<b>21,4278</b>

TABLA N°20: VARIANZA DE LOS TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO EN 5 SIMULACIONES

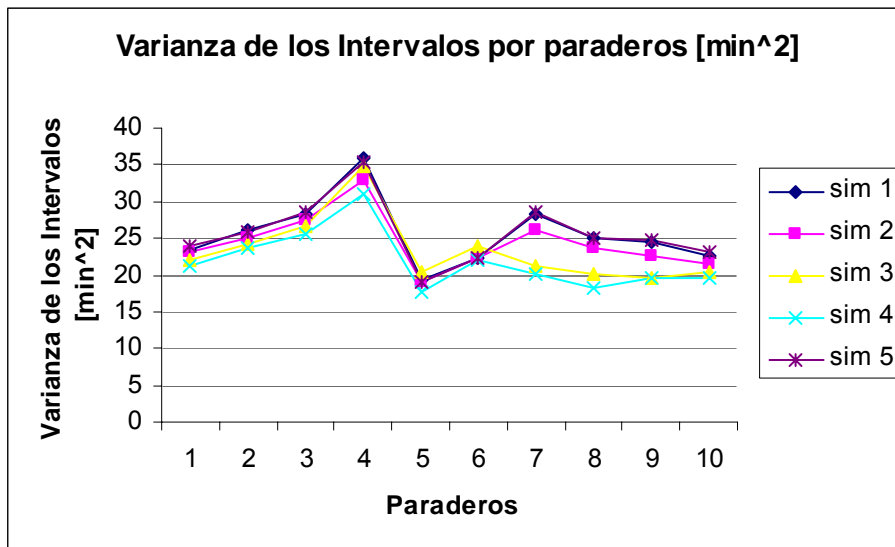


GRÁFICO N°4: VARIANZAS DE LOS TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO DE USUARIOS EN PARADEROS, PARA 5 SIMULACIONES.

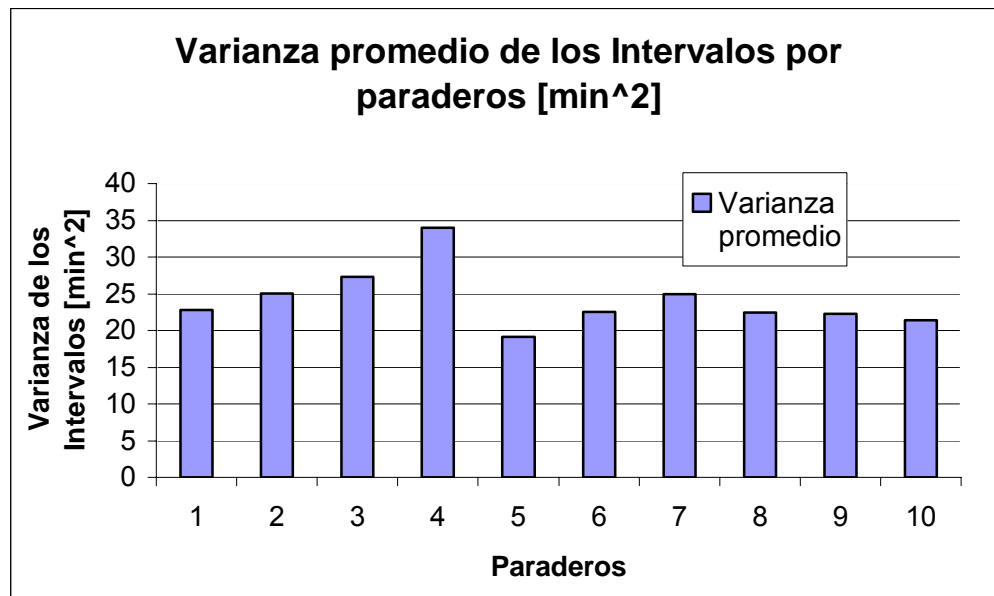


GRÁFICO N°5: VARIANZAS PROMEDIO DE LOS TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO DE USUARIOS EN PARADEROS, PARA 5 SIMULACIONES.

Con esto se tiene una idea de los tiempos de espera de los pasajeros en los paraderos para las condiciones del sistema descritas anteriormente. También se tiene valores de varianza de intervalos. Esto con respecto a las pruebas sin control. A continuación se procede a realizar las pruebas con HPC sobre el sistema, las pruebas anteriormente se realizan con horizontes de predicción  $N_p = 2, 3$  y  $10$ . Los resultados se muestran a continuación mostrando también el promedio de los tiempos de espera por paradero para la simulación sin HCP.

<b>Tiempo de espera promedio por paraderos con distintos horizontes de prediccion</b>					
	<b>Sin HCP</b>	<b>Np=2</b>	<b>Np=5</b>	<b>Np=10</b>	<b>Np=15</b>
Paradero 1	3,91554	3,65405	3,5202	4,3366	2,83
Paradero 2	4,7255	2,53305	3,6249	2,7817	2,6847
Paradero 3	5,08013	4,1519	3,32325	2,832	3,5912
Paradero 4	6,1239	4,10665	3,58395	2,9162	3,5713
Paradero 5	4,74693	3,3513	3,63165	3,2772	3,54165
Paradero 6	4,47575	2,68785	4,2038	3,1011	3,3749
Paradero 7	5,05826	3,0889	3,7049	3,1722	2,7837
Paradero 8	4,64118	3,26	4,0024	3,46985	2,79465
Paradero 9	4,83341	4,5158	4,103	3,9917	3,21085
Paradero 10	5,5775	3,8419	5,2125	4,5233	3,8566
<b>TOTAL</b>	<b>49,1781</b>	<b>35,1914</b>	<b>38,91055</b>	<b>34,40185</b>	<b>32,23955</b>

TABLA N°21: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO PARA DIFERENTES HORIZONTES DE PREDICCIÓN

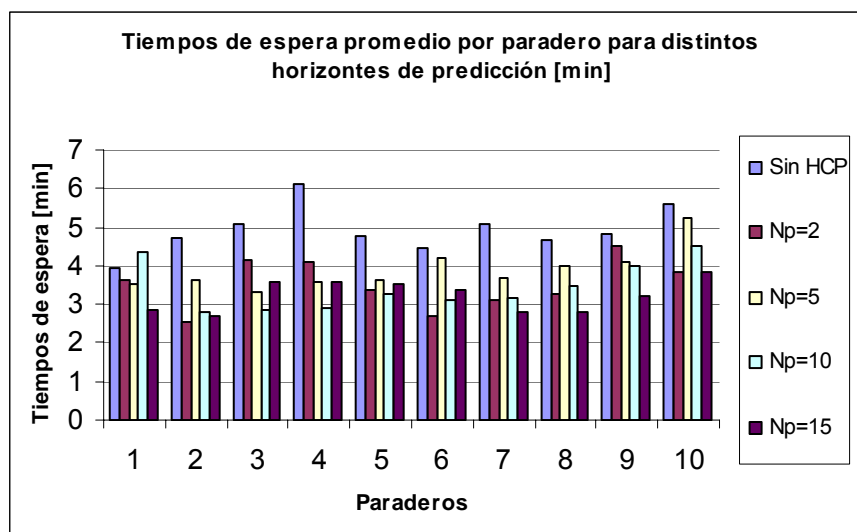


GRÁFICO N°6: TIEMPOS DE ESPERA POR PARADEROS PARA DISTINTOS HORIZONTES DE PREDICCIÓN.

A continuación se muestra una tabla con la mejora porcentual por paradero para los distintos horizontes de predicción. Así como también una tabla para la mejora porcentual del tiempo total de espera del sistema para los distintos horizontes de predicción

Mejoras porcentuales de tiempo de espera por paradero										
	Paradero 1	Paradero 2	Paradero 3	Paradero 4	Paradero 5	Paradero 6	Paradero 7	Paradero 8	Paradero 9	Paradero 10
T. esp sin HCP	3,91554	4,7255	5,08013	6,1239	4,74693	4,47575	5,05826	4,64118	4,83341	5,5775
Mejora Np=2	7,16%	86,55%	22,36%	49,12%	41,64%	66,52%	63,76%	42,37%	7,03%	45,18%
Mejora Np=5	11,23%	30,36%	52,87%	70,87%	30,71%	6,47%	36,53%	15,96%	17,80%	7,00%
Mejora Np=10	-9,71%	69,88%	79,38%	110,00%	44,85%	44,33%	59,46%	33,76%	21,09%	23,31%
Mejora Np=15	38,36%	76,02%	41,46%	71,48%	34,03%	32,62%	81,71%	66,07%	50,53%	44,62%

TABLA N°22: MEJORA PORCENTUAL DE TIEMPO DE ESPERA POR PARADERO PARA LOS DISTINTOS HORIZONTES DE PREDICCIÓN

### Mejora porcentual de aplicación de HCP sobre el Tiempo de Espera Total del sistema

	Sin HCP	Np=2	Np=5	Np=10	Np=15
TIEMPO TOTAL DE ESPERA [min]	49,1781	35,1914	38,91055	34,40185	32,23955
Mejora Porcentual	--	40%	26%	43%	53%

TABLA N°23: MEJORA PORCENTUAL DE TIEMPO DE ESPERA TOTAL DEL SISTEMA PARA LOS DISTINTOS HORIZONTES DE PREDICCIÓN

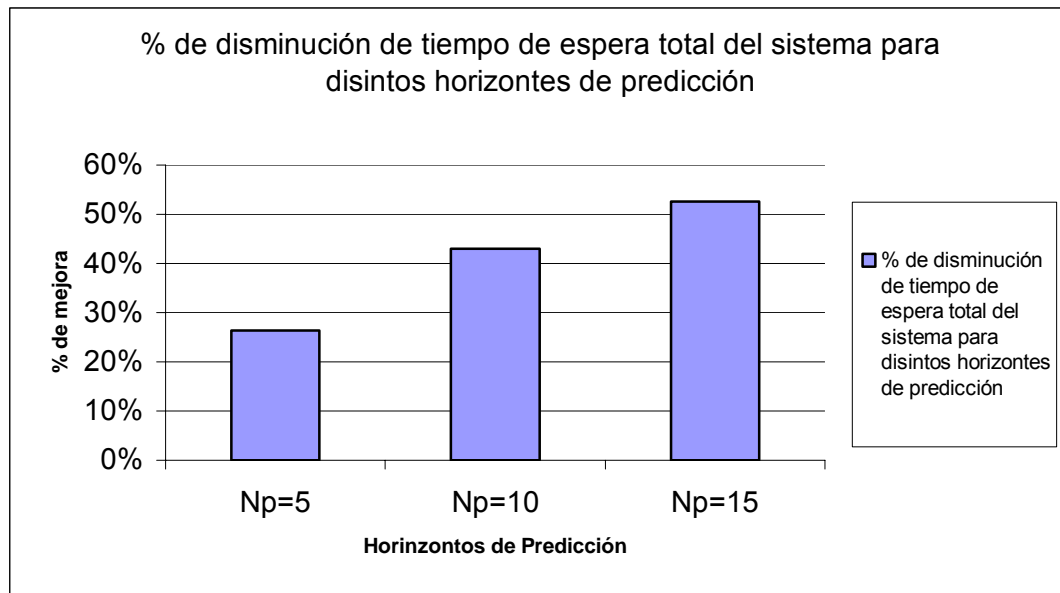


GRÁFICO N°7: MEJORA PORCENTUAL DE TIEMPO DE ESPERA TOTAL DEL SISTEMA PARA LOS DISTINTOS HORIZONTES DE PREDICCIÓN

Este primer set de pruebas muestra la mejora directa en reducción de tiempos de espera cuando se aplica un control HPC sobre el sistema. Como se aprecia

en la tabla n°23 y el gráfico n°7 a medida que el horizonte de predicción aumenta la mejora porcentual es mayor. Se simuló a un horizonte máximo de  $N_p = 15$ , debido al alto tiempo computacional un horizonte mayor a este vuelve impracticable la simulación.

Así mismo la varianza de los intervalos medidos en los paraderos también disminuyó a medida que el horizonte de predicción aumentó. Esto concuerda con el hecho que la varianza de los intervalos temporales entre buses en los paraderos es proporcional al tiempo de espera de los pasajeros en los paraderos.

Como se menciona anteriormente este set de pruebas se realiza con la función objetivo definida en 3.4.3 pero truncada solo al primer término con el fin de ver directamente el efecto del horizonte de predicción en la mejora de los tiempos de espera.

A continuación se presenta el segundo set de pruebas, que utiliza la función objetivo 3.3.3 completa para distintos valores de los pesos para los términos de la misma.

#### **4.1.2 Segundo set de pruebas**

Como se mencionó anteriormente el segundo set de pruebas contempla las simulaciones del sistema minimizando la función objetivo definida en 3.3.3 completa sin trunca ningún término. Realizando *holding* donde corresponda, lo mismo *station skipping*.

Dado el alto gasto computacional que son necesarias para estas pruebas se ha optado por simular solo para tres horizontes de predicción  $N_p = 2, 5$  y  $10$  .

La ecuación n°36 muestra la función objetivo a utilizar en las pruebas

$$\begin{aligned} \text{Min } J = \sum_{\ell=1}^{N_p} \sum_{i=1}^{NB} & \left[ \frac{\hat{H}_i(k+\ell)}{2} \cdot Lp(k+\ell) + \theta_1 \cdot \left( \hat{H}_i(k+\ell) - H_d \right) + \theta_2 \cdot \hat{L}_i(k+\ell) h_i(k+\ell-1) + \right. \\ & \left. + \theta_3 \cdot \lambda_i(k+\ell) \cdot \hat{H}_i(k+\ell) \cdot \hat{H}_{i+1}(k+\ell+z_{k+i}) (1 - Su_i(k+\ell-1)) \right] \end{aligned} \quad (36)$$

$\theta_1$ : Asociado a cumplir intervalo de diseño

$\theta_2$ : Asociado al costo de los tiempos extra de viaje de los pasajeros de los buses que realizan *holding*.

$\theta_3$ : Asociado al costo de los tiempos extra de espera de los pasajeros de los buses que realizan *station skipping*.

En 3.3.1 se obtuvo la demanda de servicio como  $H_d = 6$  [min]. Con esto los tiempos de espera esperados debieran rondar los 6 minutos, y el error se mide contra este intervalo demandado.

Las simulaciones pueden resumirse en la siguiente tabla



		PESOS F.O.				
		TETA1		TETA2		TETA3
Horizonte de predicción	2	1		0,5		0,5   1
		5   15	0,5		0,5	
	5	0,5   1	0,5		0,5	
		5   15	0,5		0,5	
	10	1		0,5   1	0,5	
		5   15	0,5		0,5	

TABLA N°24: RESUMEN DE SIMULACIONES.

Se analizarán los resultados para cada horizonte de predicción.

- Horizonte de predicción  $Np = 2$

Para este caso de horizonte de predicción  $Np = 2$ , como se muestra en la Tabla n°23, los resultados de la simulación son los siguientes.

Tiempos de espera promedio por paradero para distintos valores de teta3											
		Paradero 1	Paradero 2	Paradero 3	Paradero 4	Paradero 5	Paradero 6	Paradero 7	Paradero 8	Paradero 9	Paradero 10
Tiempo de espera promedio [min]	teta3=0,5	4,3552	2,3975	4,5117	5,6829	5,1932	4,2529	4,0343	4,4363	4,4077	4,7104
Tiempo de espera promedio [min]	teta3=1	4,3552	2,3975	4,5117	5,6829	5,1932	4,2529	4,0343	4,4363	4,4077	4,7104
Tiempo de espera promedio [min]	teta3=5	4,3552	2,3975	4,5117	5,6829	5,1932	4,2529	4,0343	4,4363	4,4077	4,7104
Tiempo de espera promedio [min]	teta3=15	4,3552	2,3975	4,5117	5,6829	5,1932	4,2529	4,0343	4,4363	4,4077	4,7104
Tiempo de espera promedio [min]	Sin HCP	4,0961	4,4942	4,7466	5,4662	5,9142	5,2152	5,2459	5,3142	6,1454	5,6333

TABLA N°25: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO PARA DISTINTOS VALORES DE TETA3 Y HORIZONTE DE PREDICCIÓN  $Np = 2$ .

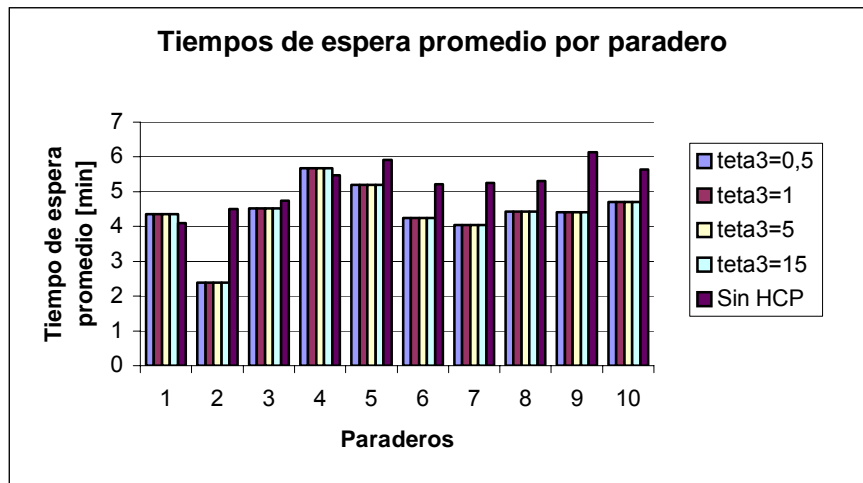


GRÁFICO N°8: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO PARA DISTINTOS VALORES DE TETA3 Y HORIZONTE DE PREDICCIÓN  $Np = 2$ .

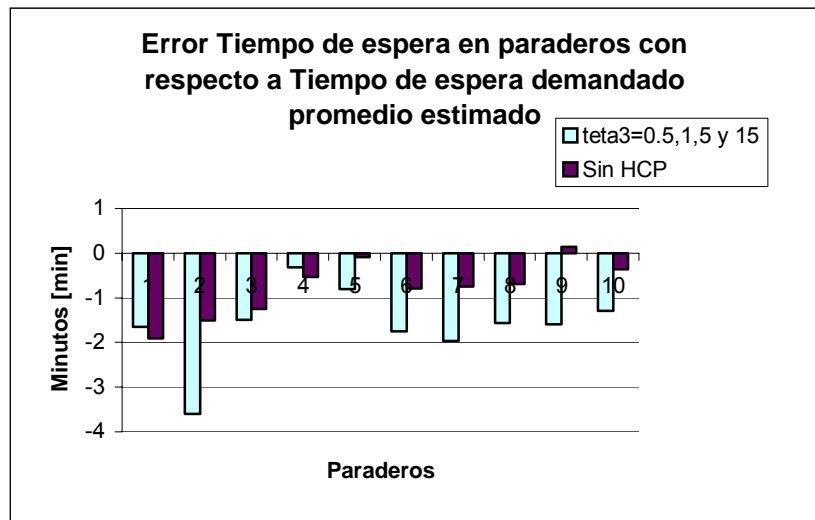


GRÁFICO N°9: ERROR TIEMPO DE ESPERA EN PARADEROS DE LOS PASAJEROS CON RESPECTO A TIEMPO DE ESPERA PROMEDIO ESTIMADO.

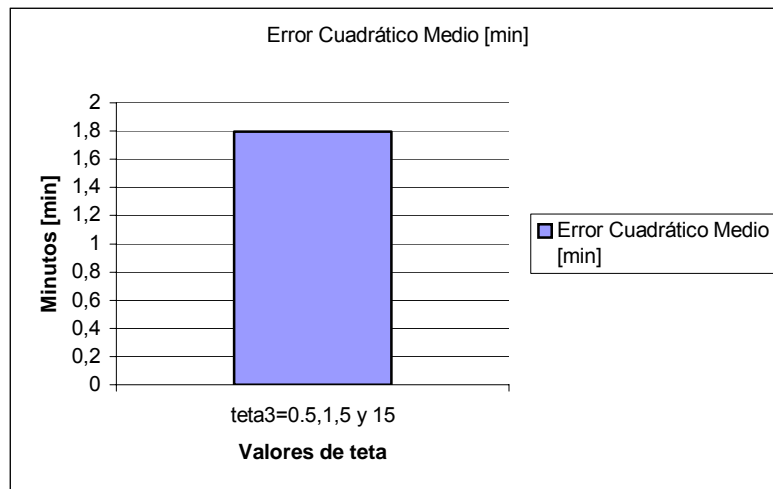


GRÁFICO N°10: ERROR CUADRÁTICO MEDIO [MIN] PARA TETA3=0.5, 1,5 Y 15.

Como se observa en la tabla n°25 para los distintos valores de teta3, los tiempos de espera no varían. Solo se tiene una variación respecto del caso sin HPC. Esto se debe a que si bien con un horizonte  $N_p = 2$  hay una disminución una disminución del tiempo de espera de los pasajeros en los paraderos, éste horizonte a la vez es muy miope.

Por otro lado esta disminución de tiempo de espera en paraderos no logra acercarse al objetivo de regularizar los intervalos cerca del deseado de  $H_d = 6$  [min]. Por el contrario dado un horizonte miope como lo es  $N_p = 2$ , es mejor la solución sin HPC.

Cabe destacar que no era esperable que los tiempos de espera de los pasajeros en los paraderos disminuyeran con HPC, pues si se consideran los términos que castigan el hecho de realizar acciones de control como *holding* o *expressing* es natural que se compense a los pasajeros que se ven afectados de manera negativa con esto, ya sea por esperar más mientras un bus salta un

paradero o por esperar más sobre el bus mientras este está detenido un tiempo extra. Ahora bien este tiempo de espera con HPC disminuyó, pero esta disminución no sirve pues se el tiempo de espera de los pasajeros se alejó del intervalo deseado por la razón antes comentado.

El gráfico n°10 muestra el error cuadrático medio correspondiente a 1,8 minutos, que es un 30% de los 6 minutos de intervalo deseado. Este resultado muestra el pobre desempeño del control cuando el horizonte es muy pequeño.

- Horizonte de predicción  $Np = 5$

Tiempos de espera promedio por paradero para distintos valores de teta1											
		Paradero 1	Paradero 2	Paradero 3	Paradero 4	Paradero 5	Paradero 6	Paradero 7	Paradero 8	Paradero 9	Paradero 10
Tiempo de espera promedio [min]	teta1=0,5	5,5876	2,6507	4,5712	5,8492	5,5971	4,004	4,3368	4,5714	6,0536	6,9525
Tiempo de espera promedio [min]	teta1=1	5,5876	2,6507	4,5712	5,8492	5,5971	4,004	4,3368	4,5714	6,0536	6,9525
Tiempo de espera promedio [min]	teta1=5	5,6622	3,7517	5,5717	7,3402	7,1055	5,6043	6,1277	6,5709	5,4433	6,8854
Tiempo de espera promedio [min]	teta1=15	5,3285	3,6228	5,416	4,2744	6,0079	5,1728	5,3562	4,4275	6,5645	6,033
Tiempo de espera promedio [min]	Sin HCP	4,0961	4,4942	4,7466	5,4662	5,9142	5,2152	5,2459	5,3142	6,1454	5,6333

TABLA N°26: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO PARA DISTINTOS VALORES DE TETA1 Y HORIZONTE DE PREDICCIÓN  $Np = 5$ .

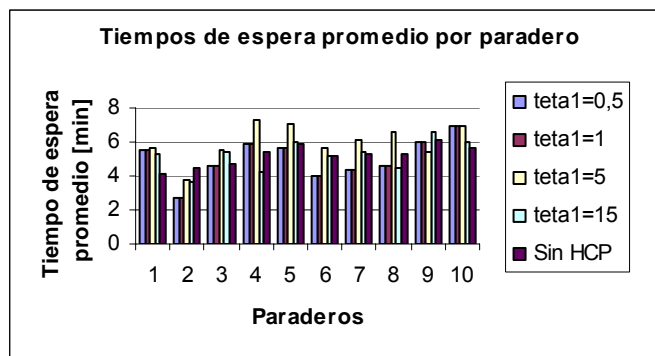


GRÁFICO N°11: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO PARA DISTINTOS VALORES DE TETA1 Y  
 HORIZONTE DE PREDICCIÓN  $Np = 5$

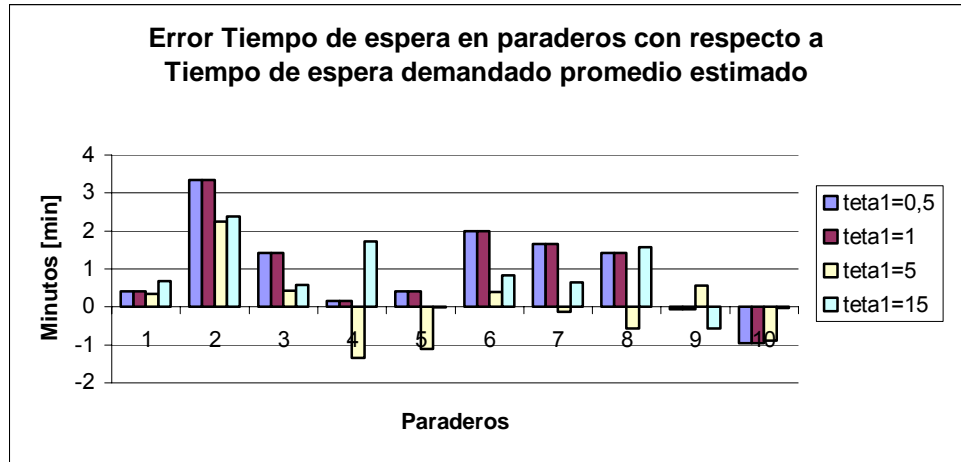


GRÁFICO N°12: ERROR TIEMPO DE ESPERA EN PARADEROS DE LOS PASAJEROS CON RESPECTO A  
 TIEMPO DE ESPERA PROMEDIO ESTIMADO.

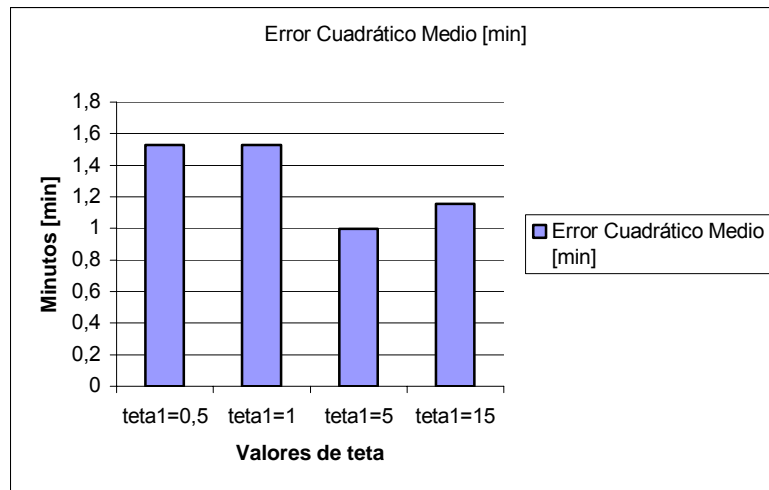


GRÁFICO N°13: ERROR CUADRÁTICO MEDIO [MIN] PARA TETA3=0.5,1,5 Y 15

En este caso se tiene un horizonte de predicción mayor por lo que el efecto miope de un horizonte pequeño desaparece. En este caso también se tiene la

variación de  $\theta_1$  correspondiente al peso del término que se preocupa de regularizar el intervalo al deseado de  $H_d = 6$ .

Como se aprecia en el gráfico n°13 para valores de  $\theta_1=0.5$  y 1 el error cuadrático medio es el mismo, esto pues no es significativa la diferencia entre estos pesos. Cuando  $\theta_1=5$  se tiene un gran aumento y el error cuadrático disminuye a 1 minuto que es un 16%, bastante menor que el error mostrado para el caso de horizonte anterior.

Cuando  $\theta_1=15$  este resultado puede tener varias interpretaciones, la mas correcta se refiere a que en este cálculo de error cuadrático no se está considerando el peso de cada paradero. Este peso es referido a la importancia que tiene cada paradero, pues no es lo mismo tener en los paraderos menos concurridos un promedio de tiempo de espera muy cercano al deseado, a costa de sacrificar un poco los demás paraderos, siendo que estos últimos pueden tener una afluencia de pasajeros muchas veces mayor que los demás.

Si se observa el gráfico n°12 se aprecia que en los paraderos 5 y 10, que son los de mayor afluencia de pasajeros, se tiene el menor error.

Este efecto se puede solucionar calculando un error cuadrático medio asociando a cada paradero un peso o factor que dependa de su afluencia de pasajeros.

- Horizonte de predicción  $Np = 10$

Tiempos de espera promedio por paradero para distintos valores de teta2											
		Paradero 1	Paradero 2	Paradero 3	Paradero 4	Paradero 5	Paradero 6	Paradero 7	Paradero 8	Paradero 9	Paradero 10
Tiempo de espera promedio [min]	teta2=0,5	6,9142	6,3549	7,3633	9,0511	8,3549	6,7719	6,9613	5,4755	5,9229	7,8896
Tiempo de espera promedio [min]	teta2=1	6,9142	6,3549	7,3633	9,0511	8,3549	6,7719	6,9613	5,4755	5,9229	7,8896
Tiempo de espera promedio [min]	teta2=5	6,9142	6,3549	7,3785	4,5094	8,0708	6,8547	6,4987	5,4755	5,9229	7,8896
Tiempo de espera promedio [min]	teta2=15	6,9142	6,3549	7,3785	4,5094	8,0708	6,8547	6,4987	5,4755	5,9229	7,8896
Tiempo de espera promedio [min]	Sin HCP	4,0961	4,4942	4,7466	5,4662	5,9142	5,2152	5,2459	5,3142	6,1454	5,6333

TABLA N°27: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO PARA DISTINTOS VALORES DE TETA2 Y HORIZONTE DE PREDICCIÓN  $Np = 10$ .

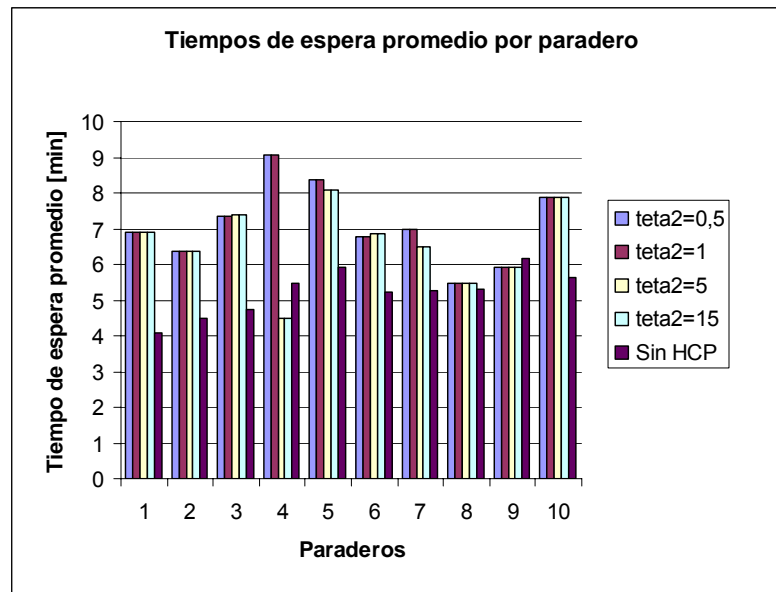


GRÁFICO N°14: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO PARA DISTINTOS VALORES DE TETA2 Y HORIZONTE DE PREDICCIÓN  $Np = 10$ .

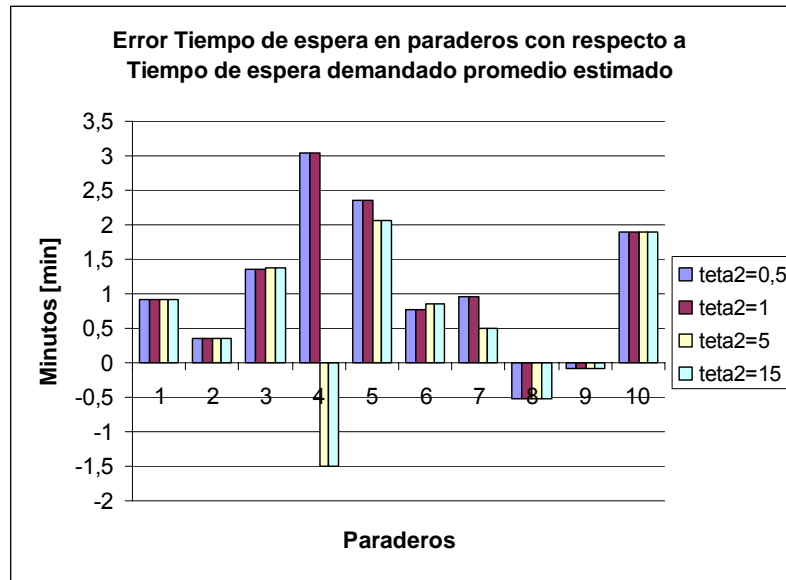


GRÁFICO N°15: ERROR TIEMPO DE ESPERA EN PARADEROS DE LOS PASAJEROS CON RESPECTO A TIEMPO DE ESPERA PROMEDIO ESTIMADO.

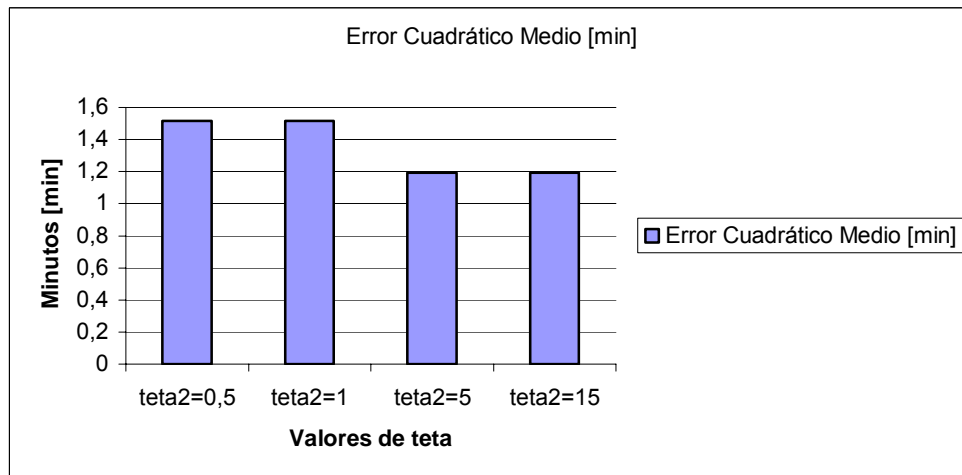


GRÁFICO N°16: ERROR CUADRÁTICO MEDIO [MIN] PARA TETA3=0.5,1,5 Y 15

Con un horizonte  $N_p = 10$  no se tiene el efecto miope por tener poco poder de predicción. En este caso se trabaja variando teta2 que corresponde al peso



asociado al tiempo de espera extra que deben sufrir los pasajeros a bordo de los buses mientras estos realizan *holding*.

Como se aprecia en el gráfico n°16 al aumentar  $\theta_2$  el error cuadrático disminuye. Cuando se aumenta el peso a este término en la función objetivo se tiende a realizar menos *holding* pues se quiere minimizar el tiempo la función objetivo y si este término es mayor que los demás dentro de la función objetivo, terminará por opacar a los demás términos a medida que su peso  $\theta_2$  aumente.

Se tendería a pensar que si aumenta el castigo a la retención de buses, los intervalos debieran regularizarse menos pues se castigaría mucho más la acción de realizar *holding* y su efecto regularizador de intervalo. Ahora bien se muestra en los resultados que a medida que aumenta  $\theta_2$  el error disminuye. Esto se debe principalmente a dos factores. Primero al igual que para el caso de la anterior simulación en el cálculo de este error no se da el peso correspondiente a cada paradero. Y segundo y más importante se considera que un horizonte de predicción de  $N_p = 10$  es excesivo para una función objetivo como la utilizada en esta simulación que considera variados términos, y al ser muy grande el horizonte se induce a error.

## 5 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

### 5.1 Conclusiones.

El primer objetivo de esta memoria fue generar un modelo dinámico de un sistema de transporte público que integre las acciones de control deseadas y los actores del problema como paraderos, semáforos, buses y demanda. Se obtuvo de manera exitosa un modelo que refleja la operación deseada. El modelo es de naturaleza híbrida pues presenta variables enteras (como la carga de los buses o el número de paraderos) y variables continuas (como los tiempos de llegada a los próximos paraderos).

Se desarrolló con éxito una estrategia de control HPC que integra estrategias clásicas de control en transporte como son el  *Holding*,  *Station Skipping* (en particular  *Expressing*). El aporte está en el enfoque de HPC que se le da al problema, utilizando en vez de los clásicos modelos de transporte estáticos, el modelo dinámico híbrido antes formulado que permite realizar predicciones en el tiempo y que integra las acciones de control y las perturbaciones.

Se planteó un modelo predictivo para la demanda de pasajeros. Este modelo se obtiene a partir del registro histórico y los datos on-line. Este modelo es dinámico y se cambia a medida que transcurre el tiempo. Si bien no es un modelo muy elaborado, como primera aproximación a la estimación de la demanda cumple sus funciones y se desempeña bastante bien.

Se formularon tres funciones objetivos posibles de minimizar. Cada una de ellas con un enfoque distinto pero buscando el mismo fin, disminuir los tiempos de espera de los pasajeros en los paraderos.

Se implementó el modelo con éxito mediante simulación varias veces durante 100 minutos. Se simularon distintos escenarios iniciales en donde la carga inicial de los buses variaba. Se probó con distintos horizontes de predicción y se probó solo con una de las funciones objetivos. Esto principalmente por el elevado tiempo que toma el realizar las pruebas debido a su gran gasto computacional.

Se obtuvieron resultados exitosos en cuanto al objetivo principal buscado. Se encontró que a medida que el horizonte de predicción aumenta, mayor es la mejora en disminución de tiempos de espera en los paraderos con mayor flujo. Se encontró que para el modelo como un set de pruebas descrito en 4.1.1 si se aplica un HPC con horizonte de predicción  $Np = 15$  se puede mejorar hasta en más de un 30% los tiempos de espera promedio en los paraderos. Esto aplicando de manera integrada las estrategias de  *Holding*  y  *Station Skipping*  (en particular  *Expressing* ).

También se encontró que con un set de pruebas aplicado como en 4.1.2 se puede, modificando  $teta1$ , acercar los intervalos temporales de espera de los pasajeros en los paraderos; al intervalo deseado, complementando el resultado obtenido en 4.1.1.

La variación de los valores de  $teta2$  (asociado a  *holding* ) y  $teta3$  (asociado a  *expressing* ) en la presente memoria no refleja un impacto en el resultado apreciable. Principalmente debido al efecto que tiene el calcular un error cuadrático medio si considerar que los paraderos tienen distinta demanda, por lo que se tiene un impacto mayor o menor en el sistema dependiendo de la importancia del paradero.

Por otro lado se tiene que dada la cantidad de términos de la función objetivo utilizada para estas simulaciones un horizonte de predicción de 10 pasos ya es muy grande e induce a error.

Aún con esto lo más importante en las simulaciones fue el no tener como resultado los tiempos de viaje de los pasajeros. Si bien en los tiempos de espera de los pasajeros en los paraderos se puede apreciar el efecto de mejora del HPC, poco se puede inferir sobre el tiempo de viaje total de los pasajeros. De haber contado con los tiempos de viaje de los pasajeros se hubiese podido medir con certeza el efecto de variar  $\theta_2$  y  $\theta_3$  en la función objetivo. Al no tener esta información es un resultado estéril el variar  $\theta_2$  y  $\theta_3$ .

Se espera en el corto plazo contar con esta información en las simulaciones para dar validez a los resultados obtenidos y poder realizar un análisis completo de la evolución del sistema, considerando tiempo de espera y viaje, y el impacto de las estrategias de control sobre estos, pues poco sirve disminuir el tiempo de espera si el de viaje aumenta demasiado.

El modelo híbrido dinámico del sistema, el modelo dinámico de la demanda y la estrategia HPC son consistentes con las teorías clásicas de control en transporte que promulgan que los tiempos de espera de los pasajeros en los paraderos son proporcionales a la varianza de los intervalos temporales entre buses medidos en los paraderos. En los resultados se obtiene que a medida que disminuyen los tiempos de espera con la aplicación de HPC, también disminuye la varianza de los intervalos.

Finalmente se destaca el hecho de lograr promisorios resultados en cuanto a la disminución de los tiempos de espera. Si bien queda mucho por hacer, esta

memoria es un primer paso sólido que muestra resultados concluyentes y que demuestra que la aplicación de HPC a sistemas de transporte, en particular a buses, puede dar muy buenos resultados.

Se espera como se mencionó anteriormente integrar los tiempos de espera y de viaje en un mismo resultado a modo de poder generar un análisis global del sistema.

## **5.2 Trabajos futuros.**

El trabajo futuro de la presente memoria abarca cinco puntos sobre los cuales avanzar:

- Estudiar tiempos computacionales con precisión para la simulación: con esto se espera poder ver el impacto del aumento del horizonte de predicción sobre el tiempo computacional, apuntando a que se espera realizar el control HPC en tiempo real.
- Estudiar valores de la función objetivo: con esto se espera poder definir el impacto de cada término por separado en la función objetivo y ver su importancia relativa en los resultados del HPC.
- Estudiar tiempos de viaje: con esto se espera poder realizar un análisis global del viaje de los pasajeros considerando tiempos de espera y viaje para medir así el comportamiento real del sistema.
- Considerar importancia de paraderos: con esto se espera dar la real importancia a cada paradero, pues no es lo mismo lograr objetivos en paraderos con poca demanda que en los más demandados.
- Mostrar trayectorias: para esta memoria las trayectorias de los buses no fueron esenciales pues no se prohíbe el adelantamiento entre buses.

Se espera en un futuro cercano imponer esta restricción operacional, que implica un efecto directo sobre la trayectoria de los buses.

Además de esto el sistema modelado posee una gran cantidad de variables que deben ser optimizadas. Dentro de ellas se pueden mencionar:

- Determinar los tiempos de viaje de los pasajeros bajo distintas condiciones de horizonte de predicción y pesos de los términos en la función objetivo.
- Determinar la cantidad de paraderos y cuáles serán en los que se puede realizar *holding*. Cuáles serán los tiempos óptimos de *holding* en un paradero.
- La cantidad de semáforos y dónde ubicarlos. Las estrategias que sobre estos semáforos se aplicaran.
- Determinación de flota óptima. Dependiendo de la hora del día y las condiciones de operación del sistema se puede aumentar o disminuir la flota de manera de satisfacer de manera óptima la demanda de los usuarios.
- Sensibilizar distintas funciones objetivo, variando sus pesos y términos.
- Generar un modelo de demanda mas elaborado.
- Generar un modelo de velocidades, que permita por ejemplo simular congestión.
- Fijar nuevas políticas de operación en cuanto a tiempos máximos de transferencias, adelantamiento de buses, etc.
- Nuevas estrategias de control como inserción de buses u operación en bucles.
- Control experto en el caso de accidentes.
- Puesta en marcha del sistema.

Estos tópicos se espera en un futuro cercano sean abordados a partir de la formulación presentada en esta memoria y su original enfoque de HPC aplicado al control de buses.

## REFERENCIAS

BEMPORAD, A., MORARI, M. 1999. "Control of systems integrating logic, dynamics and constraints," *Automática*, vol. 35, pp. 407–427.

BEMPORAD, A., MORARI, M. 2000. "Predictive control of constrained hybrid systems," *Automática*, pp. 71–78.

BEMPORAD, A., HEEMELS, W., DE SCHUTTER, B. 2002. "On hybrid systems and closed-loop mpc systems," *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 47, pp. 863–869.

BERTSIMAS, D., JAILLET, P., ODoni, A. 1990. A priori optimization. *Operations Research*, 38 (6), 1019-1033,.

CEYLAN H., BELL, M.G.H. 2004. Traffic signal timing optimization based on genetic algorithm approach, including drivers' routing, *Transportation Research B*, 38, 329-342.

CLARKE, D., MOHTADI, C., TUFFS, P. 1987. Generalized predictive control (Parts I and II) . *Automática*, Vol. 23, N°2, pp. 137-160.

CORTÉS C. E., NÚÑEZ A., SÁEZ D., MUÑOZ D., "Hybrid predictive control for a real-time routed transit system". En tercera revisión para la revista *ISI Transportation Science* (2006).

DION F., HELLINGA B., (2002) "A Rule-Based Real-Time Traffic Responsive Signal Control System with Transit Priority: Application to an Isolated Intersection". *Transportation Research Part B* Vol. 36, No. 4, pp. 325-343.



EBERLEIN X-J (2001) "The  *Holding*  problem with a Real-Time Information Available ". *Transportation Science*. Vol. 35, No 1, February 2001, pp. 1-18.

FLOUDOS, C. 1995. *Non-linear and mixed integer optimization*, Oxford University Press.

GENDREAU, M., LAPORTE, G., SEGUIN, R. 1995. An Exact algorithm for the Vehicle Routing Problem with stochastic Customers and Demands. *Transportation Science* 29, 143-155.

GENDREAU, M., LAPORTE, G., SEGUIN, R. 1996. Stochastic Vehicle Routing. *European Journal of Operational Research*, 88, 3-12.

GIRIMONTE, D., BABUSKA, R. 2004. "Structure for nonlinear models with mixed discrete and continuous inputs: a comparative study," *Proc. of IEEE International Conf. on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 2392-2397.

HICKMAN N. (2001) "An Analytic Stochastic Model for thr Transit Vehicle  *Holding*  Problem". *Transportation Science*. Vol. 35, No 3, August 2001, pp. 215-237.

ICHOUA, S., GENDREAU, M., POTVIN, J.Y. 2005. Exploiting Knowledge about Future Demands for Real-Time Vehicle Dispatching. Accepted for publication in *Transportation Science*.

LING, K., SHALABY A., (2004). "Automated Transit Headway Control via Adaptive Signal Priority". *Special Issue on Modelling for Transit Operations and Service Planning, Journal of Advanced Transportation*, 38(1):45-67.

LOGI P., RITCHIE S.G., (2001) "Development and evaluation of a knowledge-based system for traffic congestion management and control". Transportation Research Part C 9, pp. 433-459.

MARCHANDANI P., HEAD L., (2001) "A real-time traffic signal control system: architecture, algorithms, and analysis". Transportation Research Part C 9, pp. 415-432.

NÚÑEZ A., SÁEZ D., CORTÉS C. E., "Problema de ruteo dinámico de una flota de vehículos con un enfoque de control predictivo híbrido basado en algoritmos genéticos", Actas del XII Congreso Chileno de transporte, Valparaíso, Chile, 17-21 Octubre 2005, ISSN: 0717-3482, páginas 361-373.

NÚÑEZ A., SÁEZ D., OBLAK S., SKRJANC I., "Hybrid Predictive Control based on Fuzzy Model". IEEE World Congress on Computational Intelligence, FUZZ IEEE 2006, Vancouver, BC, Canadá. 16-21 Julio.

POTOCNIK, B., MUSIC, G., ZUPANCIC, B. 2004. "Model predictive control systems with discrete inputs," in Proc.12th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference, Dubrovnik, Croatia, 2004, pp:383–386.

ROBERTSON I., BRETHERTON R.D., (1991) "Optimizing Networks of Traffic Signals in Real Time – The SCOOT Method".IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 40, no. 1, pp. 11-15.

SAEZ D., CORTÉS C.E., NÚÑEZ A.(2007) "Hybrid adaptive predictive control for the multi-vehicle dynamic pick-up and delivery problem based on genetic algorithms and fuzzy clustering". Computer and Operational Research, doi: 10.1016/j.cor.2007.01.025

SLUPPHAUG, O., VADA, J., FOSS, B. 1997. "MPC in systems with continuous and discrete control inputs," in Proc. of American Control Conference, Albuquerque, NM, USA.

SLUPPHAUG, O., FOSS, B. 1997. "Model predictive control for a class of hybrid systems," in Proc. of European Control Conference, Brussels, Belgium.

THOMAS J., DUMUR, D., BUISSON, J. 2004. Predictive control of hybrid systems under a multi-mld formalism with state space polyhedral partition, Proceedings of American Control Conference, Boston, Massachusetts, USA.

TSANG, T., CLARKE, D. 1988. Generalised predictive control with input constraints. IEE Proceedings, Vol. 135-D, N° 6, pp. 451-460.

ZHAO J., BUKKAPATNAM S., DESSOUKY M.M., (2003) "Distributed Architecture for Real-Time Coordination of Bus Holding in Transit Network". IEEE Transactions on Intelligent Transportation System, vol. 4, no. 1, pp. 43-51.

## INDICE DE FIGURAS

FIGURA N°1. ESQUEMA DE CONTROL PREDICTIVO PARA UN SISTEMA DE TRANSPORTE DE BUSES.....	20
FIGURA N°2. TOPOLOGÍA DEL SISTEMA PÚBLICO DE TRANSPORTE.....	22
FIGURA N°3. ESQUEMA DEL MODELO DINÁMICO DEL SISTEMA DE TRANSPORTE. ....	28
FIGURA N°4. VELOCIDAD DEL BUS I EN EL TIEMPO.....	30
FIGURA N°5. HISTOGRAMA DIARIO DE LA MATRIZ ORIGEN-DESTINO. ....	39
FIGURA N°6. LÍNEA DE TIEMPO.....	46
FIGURA N°7. LÍNEA DE TIEMPO.....	54
FIGURA N°8. FLUJOS ENTRE PARADEROS DE UN SISTEMA DE TRANSPORTE DE RUTA FIJA	64
FIGURA N°9. ESQUEMA ITERACIÓN DETERMINACIÓN FLOTA DE OPERACIÓN. ....	70

## INDICE DE TABLAS

TABLA N°1. MATRIZ ORIGEN-DESTINO.....	39
TABLA N°2. EJEMPLO DE MATRIZ DE DEMANDA. DATOS ORDENADOS POR DÍA. ....	40
TABLA N°3: EJEMPLO DE MATRIZ DE DEMANDA. DATA ORDENADA POR PARADERO. ....	42
TABLA N°4: EJEMPLO DE MATRIZ DE DEMANDA. DATA ORDENADA POR PARADERO. ....	43
TABLA N°5: FORMATO DE LOS DATOS ON-LINE.....	45
TABLA N°6: DATOS ON-LINE.....	47
TABLA N°7: DATOS ON-LINE.....	48
TABLA N°8: EJEMPLO DE DATOS DE DATOS ON-LINE EN PARADA 1 Y OBTENCIÓN DE LOS DATOS CONTENIDOS EN LA VENTANA $\delta_{1a}$ .....	49
TABLA N°9: EJEMPLO DE DATOS DE DATOS ON-LINE EN PARADA 1 Y CÁLCULO DE ELEMENTOS $\Delta_i$ .....	50
TABLA N°10: ESTRUCTURA DE LOS DATOS ON-LINE Y OFF-LINE.....	51
TABLA N°11: DATOS DE UN DÍA $\Omega$ CUALQUIERA.....	54
TABLA N°12: DATOS HISTÓRICOS Y ON-LINE EN PARADA 1.....	58
TABLA N°13: EJEMPLO DE DATOS DE DATOS ON-LINE EN PARADA 1 Y OBTENCIÓN DE LOS DATOS CONTENIDOS EN LA VENTANA $\delta_{1a}$ .....	59
TABLA N°14: $\bar{\Delta}_q$ GENERADOS.....	60
TABLA N°15: EJEMPLO MATRIZ ORIGEN-DESTINO (OD) PARA 10 PARADEROS.....	63
TABLA N°16: FLUJOS ACUMULADO ENTRE PARADEROS DADO UN PARADERO DE ORIGEN. ....	65
TABLA N°17: FLUJOS TOTALES DE PASAJEROS ENTRE PARADEROS DURANTE 2 HORAS... 65	65
TABLA N°18: TABLA RESUMEN DE LA TOPOLOGÍA DEL SISTEMA.....	79
TABLA N°19: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO EN 5 SIMULACIONES. ....	81
TABLA N°20: VARIANZA DE LOS TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO EN 5 SIMULACIONES.....	83
TABLA N°21: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO PARA DIFERENTES HORIZONTES DE PREDICCIÓN.....	85

TABLA N°22: MEJORA PORCENTUAL DE TIEMPO DE ESPERA POR PARADERO PARA LOS DISTINTOS HORIZONTES DE PREDICCIÓN.....	86
TABLA N°23: MEJORA PORCENTUAL DE TIEMPO DE ESPERA TOTAL DEL SISTEMA PARA LOS DISTINTOS HORIZONTES DE PREDICCIÓN .....	86
TABLA N°24: RESUMEN DE SIMULACIONES. ....	89
TABLA N°25: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO PARA DISTINTOS VALORES DE TETA3 Y HORIZONTE DE PREDICCIÓN $Np = 2$ .....	89
TABLA N°26: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO PARA DISTINTOS VALORES DE TETA1 Y HORIZONTE DE PREDICCIÓN $Np = 5$ .....	92
TABLA N°27: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO PARA DISTINTOS VALORES DE TETA2 Y HORIZONTE DE PREDICCIÓN $Np = 10$ .....	95

## INDICE DE GRÁFICOS

GRÁFICO N°1: FLUJOS TOTALES DE PASAJEROS ENTRE PARADEROS REGISTRADOS DURANTE 2 HORAS.....	66
GRÁFICO N°2: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO DE USUARIOS EN PARADEROS, PARA CINCO SIMULACIONES .....	82
GRÁFICO N°3: TIEMPO DE ESPERA PROMEDIO DE USUARIOS EN PARADEROS, PROMEDIANDO CINCO SIMULACIONES.....	82
GRÁFICO N°4: VARIANZAS DE LOS TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO DE USUARIOS EN PARADEROS, PARA 5 SIMULACIONES. ....	84
GRÁFICO N°5: VARIANZAS PROMEDIO DE LOS TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO DE USUARIOS EN PARADEROS, PARA 5 SIMULACIONES. ....	84
GRÁFICO N°6: TIEMPOS DE ESPERA POR PARADEROS PARA DISTINTOS HORIZONTES DE PREDICCIÓN. ....	85
GRÁFICO N°7: MEJORA PORCENTUAL DE TIEMPO DE ESPERA TOTAL DEL SISTEMA PARA LOS DISTINTOS HORIZONTES DE PREDICCIÓN .....	86
GRÁFICO N°8: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO PARA DISTINTOS VALORES DE TETA3 Y HORIZONTE DE PREDICCIÓN $Np = 2$ .....	90
GRÁFICO N°9: ERROR TIEMPO DE ESPERA EN PARADEROS DE LOS PASAJEROS CON RESPECTO A TIEMPO DE ESPERA PROMEDIO ESTIMADO.....	90
GRÁFICO N°10: ERROR CUADRÁTICO MEDIO [MIN] PARA TETA3=0.5,1,5 Y 15 .....	91
GRÁFICO N°11: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO PARA DISTINTOS VALORES DE TETA1 Y HORIZONTE DE PREDICCIÓN $Np = 5$ .....	93
GRÁFICO N°12: ERROR TIEMPO DE ESPERA EN PARADEROS DE LOS PASAJEROS CON RESPECTO A TIEMPO DE ESPERA PROMEDIO ESTIMADO.....	93
GRÁFICO N°13: ERROR CUADRÁTICO MEDIO [MIN] PARA TETA3=0.5,1,5 Y 15 .....	93
GRÁFICO N°14: TIEMPOS DE ESPERA PROMEDIO POR PARADERO PARA DISTINTOS VALORES DE TETA2 Y HORIZONTE DE PREDICCIÓN $Np = 10$ .....	95
GRÁFICO N°15: ERROR TIEMPO DE ESPERA EN PARADEROS DE LOS PASAJEROS CON RESPECTO A TIEMPO DE ESPERA PROMEDIO ESTIMADO.....	96
GRÁFICO N°16: ERROR CUADRÁTICO MEDIO [MIN] PARA TETA3=0.5,1,5 Y 15 .....	96

## ANEXOS

### ANEXO 1: Sobre la estimación de la demanda.

#### Datos on-line

#### Caso 1:

**Caso cuando se tienen menos dos datos de horas de llegada registradas. ( $m < 2$ )**

En caso que  $r = \text{card}(Y_{\delta_{1a}}) < 2$  se tiene entonces que no hay mas de dos datos de llegada registrados en el conjunto  $Y_{\delta_{1a}}$ . Esto ocurre cuando la ventana de datos  $\delta_{1a}$  es muy pequeña o  $y_{act}$  es menor que el segundo dato registrado de hora de llegada. Cuando  $r = 0$  no se tienen datos, cuando  $r = 1$  se cuenta solo con un dato registrado. Con menos de dos datos no es posible obtener valores para  $\Delta_{i^*} = y_{i+1} - y_i$ . Se escribe

$\bar{\Delta}_{on-line}$  finalmente por casos como

$$\bar{\Delta}_{on-line} = \begin{cases} \frac{y_m - y_{m-\gamma}}{r-1} & \text{si } r \geq 2 \\ y_1 & \text{si } r = 1 \\ 0 & \text{si } r = 0 \end{cases}$$

#### Caso 2:

**Caso cuando se tienen horas de llegada registradas menores o**

igual que la ventana de datos  $\delta_{1a}$ . ( $y_{act} \leq \delta_{1a}$ )

En caso que la hora actual  $y_{act}$  (el sistema parte de hora 0) sea menor o igual que la ventana de datos  $\delta_{1a}$ , es decir  $y_{act} \leq \delta_{1a} \Rightarrow y_m \leq \delta_{1a}$ . En este se considera como data disponible todos los datos registrados, formando el conjunto  $Y_{\delta_{1a}} = (y_1, y_2, \dots, y_{m-1}, y_m)$ , donde se asume que  $\gamma = 1$ . Finalmente agregando este caso a la solución se llega a lo siguiente.

$$\bar{\Delta}_{on-line} = \begin{cases} \frac{y_m - y_{m-\gamma}}{r-1} & \text{si } r \geq 2 \wedge y_{act} > \delta_{1a} \\ \frac{y_m - y_1}{r-1} & \text{si } r \geq 2 \wedge y_{act} \leq \delta_{1a} \\ y_1 & \text{si } r = 1 \\ 0 & \text{si } r = 0 \end{cases}$$

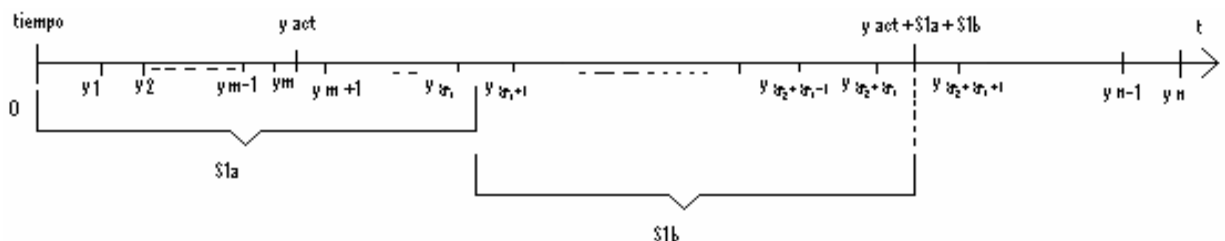
### Datos off-line

#### Caso 1:

**Caso cuando la hora actual  $y_{act}$  es menor que la ventana  $\delta_{1a}$ .**  
 ( $y_{act} < \delta_{1a}$ )

En este caso el conjunto  $Y_{\delta_{1a}}$  posee menos datos que lo que poseería en condiciones normales como el caso anterior. Para evitar la distorsión que esto provoca se considerara una sola ventana de largo  $\delta_{1a} + \delta_{1b}$  que genera un conjunto de datos que está contenido entre 0 y  $\delta_{1a} + \delta_{1b}$ .

Esto queda claro en la siguiente línea de tiempo.



La ventana de datos  $\delta_{1a}$  en este caso genera un conjunto de datos  $Y_{\delta_{1a}}$ . Los datos considerados en esta ventana vienen dados por todos los valores  $y_{i_1} \in [0, \delta_{1a}]$ . Luego  $Y_{\delta_{1a}} = \{y_1, y_2, \dots, y_{\gamma_1}\}$  con  $r_1 = \text{card}(Y_{\delta_{1a}}) = \gamma_1$ .

La ventana de datos  $\delta_{1b}$  en este caso genera un conjunto de datos  $Y_{\delta_{1b}}$ . Los datos considerados en esta ventana vienen dados por todos los valores  $y_{i_2} \in (\delta_{1a}, \delta_{1a} + \delta_{1b}]$ . Luego  $Y_{\delta_{1b}} = \{y_{\gamma_1+1}, y_{\gamma_1+2}, \dots, y_{\gamma_1+\gamma_2-1}, y_{\gamma_1+\gamma_2}\}$  con  $r_2 = \text{card}(Y_{\delta_{1b}}) = \gamma_2$ .

Uniendo estos dos conjuntos se obtiene el conjunto total de datos off-line. Sea  $y_i \in [0, \delta_{1a}] \cup (\delta_{1a}, \delta_{1a} + \delta_{1b}] = [0, \delta_{1a} + \delta_{1b}]$  donde  $i = 1, 2, \dots, \gamma_1 + \gamma_2 - 1, \gamma_1 + \gamma_2$ . Con esto se forma el conjunto  $Y_{\delta_{1a}, \delta_{1b}} = Y_{\delta_{1a}} \cup Y_{\delta_{1b}} = \{y_1, y_2, \dots, y_{\gamma_1+\gamma_2-1}, y_{\gamma_1+\gamma_2}\}$  y se define finalmente  $r = \text{card}(Y_{\delta_{1a}, \delta_{1b}})$ . Se tiene entonces que  $r = r_1 + r_2 = \gamma_1 + \gamma_2$ .

Se obtienen las diferencias de los elementos consecutivos del conjunto  $Y_{\delta_{1a}, \delta_{1b}}$  como  $\Delta_{i^*} = y_{i+1} - y_i$  donde  $i^* = 1, 2, \dots, r - 1 \in \mathbb{N}$  e  $i = 1, 2, \dots, \gamma_1 + \gamma_2 - 1, \gamma_1 + \gamma_2$ . Entonces se tiene el conjunto  $\Delta_{dif} = (\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_{r-2}, \Delta_{r-1})$ .



Con esto se obtiene un promedio de las diferencias calculado como:

$$\bar{\Delta}_{[\Omega]} = \frac{\sum_{i^*=1}^{r-1} \Delta_{i^*}}{r-1}$$

Aplicando que  $r = r_1 + r_2 = \gamma_1 + \gamma_2$  se tiene

$$\bar{\Delta}_{[\Omega]} = \frac{\sum_{i=1}^{\gamma_1+\gamma_2-1} y_{i+1} - y_i}{\gamma_2 + \gamma_1 - 1} = \frac{y_{\gamma_1+\gamma_2} - y_1}{\gamma_2 + \gamma_1 - 1}$$

Hasta acá el cálculo es para un solo día  $\Omega$  de data histórica. Realizando el mismo procedimiento que el caso anterior para los  $\delta_2$  días se llega a la siguiente expresión.

$$\bar{\Delta}_{dat\_hist} = \frac{1}{\delta_2} \cdot \sum_{q=1}^{\delta_2} \left( \frac{y_{q,\gamma_2q+\gamma_1q} - y_{q,1}}{\gamma_{2q} + \gamma_{1q} - 1} \right) \quad q = 1, 2, \dots, \delta_2$$

## Caso 2:

**Caso cuando la hora actual  $y_{act}$  y la ventana  $\delta_{lb}$  hacia adelante superan la última hora de llegada acumulada registrada  $y_n$ . ( $y_n < y_{act} + \delta_{lb}$ ).**

Este caso se da cuando la hora actual  $y_{act}$  del sistema está bastante avanzada y cerca de alcanzar la última hora de llegada de un usuario registrada  $y_n$ . En este punto la diferencia entre la hora actual  $y_{act}$  y la última hora de llegada registrada  $y_n$  es menor que la ventana de datos  $\delta_{lb}$ . Esto es  $y_n < y_{act} + \delta_{lb}$ .

Al igual que el caso anterior en que se tienen menos datos en la ventana  $\delta_{1a}$  hacia atrás de  $y_{act}$ , acá se tienen menos datos proporcionados por la ventana  $\delta_{1b}$  hacia delante de  $y_{act}$  que en condiciones normales.

Para evitar la distorsión que esto provoca, de darse la situación aquí descrita se considera como data off-line toda una ventana de largo  $\delta_{1a} + \delta_{1b}$ . Esta ventana se ubica al final de la serie de datos y genera un conjunto de datos entre  $y_n - \delta_{1a} + \delta_{1b}$  y  $\delta_{1a} + \delta_{1b}$ .

La ventana de datos  $\delta_{1a}$  en este caso genera un conjunto de datos  $Y_{\delta_{1a}}$ . Los datos considerados en esta ventana vienen dados por todos los valores  $y_{i_1} \in [y_n - \delta_{1a} - \delta_{1b}, y_n - \delta_{1b}]$ . Luego

$$Y_{\delta_{1a}} = \{y_{n-\gamma_1-\gamma_2}, y_{n-\gamma_1-\gamma_2+1}, \dots, y_{n-\gamma_2-1}\} \text{ con } r_1 = \text{card}(Y_{\delta_{1a}}) = \gamma_1.$$

La ventana de datos  $\delta_{1b}$  en este caso genera un conjunto de datos  $Y_{\delta_{1b}}$ . Los datos considerados en esta ventana vienen dados por todos los valores  $y_{i_1} \in (y_n - \delta_{1b}, y_n]$ . Luego  $Y_{\delta_{1b}} = \{y_{n-\gamma_2}, y_{n-\gamma_2+1}, \dots, y_{n-1}, y_n\}$  con  $r_2 = \text{card}(Y_{\delta_{1b}}) = \gamma_2$ .

Uniendo estos dos conjuntos se obtiene el conjunto total de datos off-line.

Sea  $y_i \in [y_n - \delta_{1a} - \delta_{1b}, y_n - \delta_{1b}] \cup (y_n - \delta_{1b}, y_n] = [y_n - \delta_{1a} - \delta_{1b}, y_n]$  donde

$i = n - \gamma_1 - \gamma_2, n - \gamma_1 - \gamma_2 + 1, \dots, n - 1, n$ . Con esto se forma el conjunto

$$Y_{\delta_{1a}, \delta_{1b}} = Y_{\delta_{1a}} \cup Y_{\delta_{1b}} = \{y_{n-\gamma_1-\gamma_2}, y_{n-\gamma_1-\gamma_2+1}, \dots, y_{n-1}, y_n\} \text{ y se define finalmente}$$

$$r = \text{card}(Y_{\delta_{1a}, \delta_{1b}}) = \gamma_1 + \gamma_2. \text{ Se tiene entonces que } r = r_1 + r_2 = \gamma_1 + \gamma_2.$$

Se obtienen las diferencias de los elementos consecutivos del conjunto

$Y_{\delta_{1a}, \delta_{1b}}$  como  $\Delta_{i^*} = y_{i+1} - y_i$  donde  $i^* = 1, 2, \dots, r-1 \in \mathbb{N}$   
 e  $i = n - \gamma_1 - \gamma_2, n - \gamma_1 - \gamma_2 + 1, \dots, n-1, n$ . Entonces se tiene el conjunto  
 $\Delta_{dif} = (\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_{r-2}, \Delta_{r-1})$ .

Con esto se obtiene un promedio de las diferencias calculado como:

$$\bar{\Delta}_{[\Omega]} = \frac{\sum_{i^*=1}^{r-1} \Delta_{i^*}}{r-1}$$

Aplicando que  $r = r_1 + r_2 = \gamma_1 + \gamma_2$  se tiene

$$\bar{\Delta}_{[\Omega]} = \frac{\sum_{i=n-\gamma_1+\gamma_2}^n y_{i+1} - y_i}{\gamma_2 + \gamma_1 - 1} = \frac{y_n - y_{n-\gamma_1+\gamma_2}}{\gamma_2 + \gamma_1 - 1}$$

Hasta acá el cálculo es para un solo día  $\Omega$  de data histórica. Realizando el mismo procedimiento que el caso anterior para los  $\delta_2$  días se llega a la siguiente expresión.

$$\bar{\Delta}_{dat\_hist} = \frac{1}{\delta_2} \cdot \sum_{q=1}^{\delta_2} \left( \frac{y_{q,n} - y_{q,n-\gamma_{2q}+\gamma_{1q}}}{\gamma_{2q} + \gamma_{1q} - 1} \right) \quad q = 1, 2, \dots, \delta_2$$

## ANEXO 2: Publicaciones

### HYBRID PREDICTIVE CONTROL STRATEGY FOR A PUBLIC TRANSPORT SYSTEM WITH UNCERTAIN DEMAND

D. Sáez\*\*, C. E. Cortés\*, E. Sáez\*\*, M. Riquelme\*\*, A. Núñez\*\* and A. Tirachini\*

\*Civil Engineering Department, Universidad de Chile,  
Blanco Encalada 2002, Santiago, Chile.

Phone: 56-2-9784380 Fax: 56-2-6894206, Email: ccortes@ing.uchile.cl

\*\*Electrical Engineering Department, Universidad de Chile,  
Av. Tupper 2007, Santiago, Chile.

Phone: 56-2-9784207, Fax: 56-2-6720162, Email: dsaez@ing.uchile.cl

#### EXTENDED ABSTRACT:

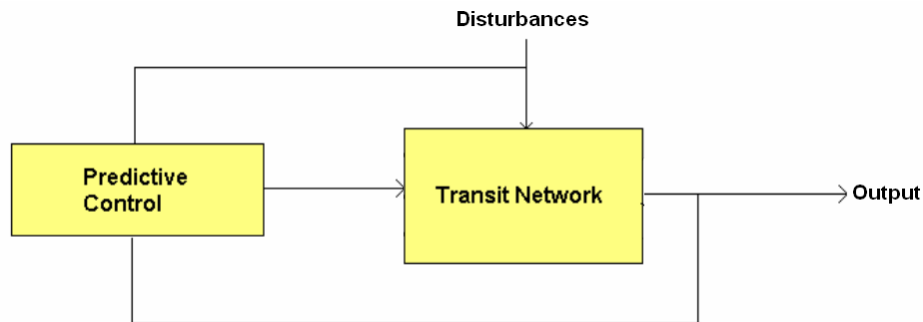
In most public transport systems, the movement of transit vehicles is affected by different disruptions as the day progresses, such as traffic congestion and unexpected delays, randomness in passenger demand (both spatial and temporal), irregular vehicle dispatching times, incidents and so on. These events hinder the dispatch of vehicles either following a pre-planned schedule or trying to maintain a regular headway. As an attempt to reduce the negative effects of service disturbance, researchers have devoted significant effort to develop flexible control strategies, either in real-time or off-line, depending on the specific features of the problem.

The most studied transit control strategies can be classified into three categories (Eberlein, 1995): station control, interstation control and other strategies. Station control strategies are of two types: *holding* and station skipping. Interstation control strategies include speed control, transit signal priority and so on. The *holding* strategy has been intensely studied in the literature in the last years. Among the most remarkable contributions we can mention Turnquist and Blume (1980), Eberlein (1995), Eberlein et al. (2001), Hickman (2001) and Sun and Hickman (2004). The operation of express services (expressing) as a pre-planned strategy is studied by Jordan and Turnquist (1979) and Furth (1986). Other novel research topic is the *Transit signal priority* (TSP) that studies the utilization of traffic signals to regularize bus headways (Furth and Muller, 2000; Ling and Shalaby, 2004; and Lee et al., 2005)

The real-time control strategies as found in the public transport literature have been treated mostly heuristically, lacking of a dynamic control framework. In this paper, we develop a model integrating three of the aforementioned strategies (*holding*, expressing and transit signal priority) to solve a real-time public transport control problem with uncertain passenger demand, relying on online information of system behaviour. The model is formulated as a predictive control problem, since the theory nicely fit the dynamic conditions of typical public transport problems. Predictive models permit to estimate the effects of the control actions on the behaviour of the transit system, and also allow the inclusion of complex system constraints. They also have the

capability of optimizing the system performance in real time based on an objective function properly chosen (Hegyi, 2004).

Specifically in this research, we propose to design and evaluate a predictive control strategy of a bus system with uncertain passenger arrival at bus stops, in a real-time framework. The generic predictive control strategy to be applied is shown in Figure 1 below. For this problem, the predictive controller corresponds to the bus dispatcher, who dynamically provides the optimal control actions to the bus system in order to regularize the headway between buses according to the assumed objective function. The real-time passenger demand, which is unknown and uncertain, is modelled as a disturbance for the predictive scheme. That because, different passenger arrival patterns could significantly affect the estimated bus travel time from longer passenger transfer operations at bus stops.



**Figure 1. Predictive control scheme for a bus transport system.**

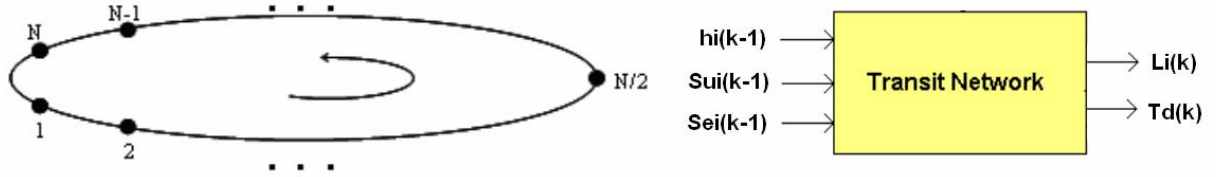
For the design of the predictive controller, an objective function to be optimized is defined. In our approach, such a function includes four components as shown in expression (6) ahead. The control strategies will allow us incorporating into the design the future behaviour of the bus system, by using an on-line prediction system for the disturbances, such as number of passengers at stops. In our approach, there are discrete (traffic light states, number of passengers on the buses) as well as continuous (bus position and speed) variables. For this reason, we will use a hybrid predictive approach of the form proposed by Bemporad and Morari (1999), in which it is possible to optimize the control actions considering both kinds of variables. We propose Genetic Algorithm for solving the resulting hybrid predictive control optimization problem.

## **DYNAMIC MODELING FOR HYBRID PREDICTIVE CONTROL DESIGN**

One major objective of this paper is to formulate the real-time transit system optimization problem under a hybrid predictive control (HPC) approach. For the sake of simplicity, the HPC framework is constructed for a single loop bus system, although is extensible to more complex systems too.

The system is represented in Figure 2a). The network is a one-way loop route, with  $N$  equidistant stations and  $B$  buses running around the loop, under the control of the dispatcher. Station 1 is the terminal of the bus route. All passengers have to get off the bus there. Passengers arrive to each station at certain rate, with destination among the stations ahead of the station the passenger is getting on. The problem is formulated as a hybrid predictive system, where events are triggered

by specific actions, resulting in a variable stepsize as a proxy for expected arrival time at either bus stops or traffic lights.



**Figure 2. Transit network a) and the dynamic model of the bus system/traffic light b).**

One major feature of this particular HPC approach, different from typical HPC schemes, is the double dimensionality of this specific dynamic modeling framework: spatial and temporal. The events are triggered when a bus arrives at either a bus stop or a traffic light (spatial dimension), and when that happens, the status of each bus is updated every time any other bus arrives at a specific spatial location (station or traffic light), which defines the corresponding variable time step (temporal dimension). Figure 2b) shows the main variables for the dynamic modeling of the system, which are function of a continuous and discrete time. Input variables at the instant before ( $k-1$ ) generate the outputs at either continuous instant  $t$  or when a new event occurs (discrete instant  $k$ ). As shown in Figure 2b), passengers boarding and alighting (demand) are modeled as a disturbance in the dynamic model scheme. Moreover, we define two state space variables in order to check the bus status and consequently trigger the events. These are the position of the bus at any instant  $t$ ,  $x_i(t)$ , and the remaining time for the bus to reach the next stop,  $T_i(t)$ .

Consequently with the three strategies integrated in the scheme, the inputs of the dynamic model correspond to the control action variables, and are defined as follows:

- $Su_i(k-1)$ : Passenger boarding action of bus  $i$ , at instant  $k-1$ .

$$Su_i(k-1) = \begin{cases} 1 & \text{if passengers are allowed to board bus } i \text{ at instant } k-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- $h_i(k-1)$ : Holding action of bus  $i$  at instant  $k-1$

where  $h_i(k-1) = n_i \tau$  holding action was executed at  $k-1$ ,  $n_i \in \mathbb{Z}^+$ ,  $\tau > 0$  known

- $Se_i(k-1)$ : Traffic light action when the bus  $i$  reaches a traffic light at instant  $k-1$ .

where  $Se_i(k-1) = s_i \kappa(k-1)$  traffic light action was executed at  $k-1$ ,  $s_i \in \mathbb{Z}^+$

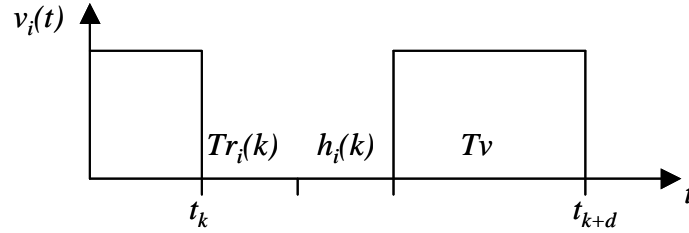
Note that  $\kappa(k-1) > 0$  depends on the instant at which the bus reaches the traffic light.

In the scheme in Figure 2b, the required output variables are the bus  $i$  load at discrete instant  $k$ ,  $L_i(k)$ , and the departure time of bus  $i$  when the new event occurs at time  $k$ ,  $Td_i(k)$ .

Let us start computing the position of the bus  $i$  at continuous time  $t$  as follows

$$x_i(t) = x_i(t_k) + \int_{t_k}^t v_i(\mathcal{G}) d\mathcal{G} \quad (1)$$

where  $t_k$  is the continuous instant at which the event  $k$  is triggered. The instantaneous speed  $v_i(t) = \dot{x}_i(t)$  is simplified by assuming a constant speed whenever the vehicle is moving, and speed equals to zero otherwise. For example, in Figure 3 we show the speed representation of the trajectory of bus  $i$  while it is traveling from the station it reaches at instant  $k$  until the bus arrives to the next stop in its route (which is associated with future instant  $k+d$ ).



**Figure 3. Example of bus trajectory between stops**

In Figure 3,  $Tr_i(k)$  is the time associated with passenger transference  $R_i(k)$  and  $Tv$  is the travel time between two consecutive stations. As defined above,  $h_i(k)$  is the *holding* time at the station to be decided by the dispatcher. In this context, analytically the speed can be computed as

$$v_i(t) = \begin{cases} 0 & t_k \leq t \leq t_k + h_i(k) + Tr_i(k) \\ v_0 & t_k + h_i(k) + Tr_i(k) \leq t \leq t_{k+d} \end{cases} \quad (2)$$

In order to trigger the next event of the dynamic model, the remaining time (measured from time  $t$ ) for the bus  $i$  to reach the next stop is required, and can be computed as follows:

$$T_i(t) = t_k + h_i(k) + Tr_i(k) + Tv - t \quad (3)$$

With regard to the outputs of the dynamic model, first, let us define the estimated passenger load of bus  $i$  at instant  $k+1$  as follows:

$$\begin{aligned} \hat{L}_i(k+1) &= L_i(k) + R_i(k) \\ R_i(k) &= B_i(k)Su_i(k) - A_i(k) \end{aligned} \quad (4)$$

where  $L_i(k)$  is the load of bus  $i$  at the previous instant  $k$ , and  $R_i(k)$  is the net transference of passenger between instants  $k$  and  $k+1$ , that is, the number of passenger boarding bus  $i$  minus the number of passenger alighting from bus  $i$  during this interval of time, which corresponds to the disturbance of the dynamic model.  $A_i(k)$  is the number of passenger alighting from bus  $i$  and  $B_i(k)$  is the number of passenger boarding bus  $i$ , both defined between instants  $k$  and  $k+1$ . In addition,  $L_i(k+1) \leq L_{\max}$   $i = 1 \dots n$  is added as a boundary condition of the problem to check the physical capacity constraint.

Moreover, the estimated departure time of bus  $i$  at future discrete instant  $k + \ell$  can be computed as

$$\hat{Td}_i(k + \ell) = t_k + h_i(k) + Tr_i(k) \quad (5)$$

Finally, the system based on the dynamic model must satisfy some physical operational constraints, such as capacity load (already stated above), precedence, demand consistency, etc.

The next step is to properly define a predictive objective function in order to take the real time decisions and optimize the dynamic system. In this case, the expression as in (6) comprises four components. The first term quantifies the total passenger waiting time (capturing the regularization of bus headways), the second component measures the delay associated with passengers on-board a vehicle when held at a control station. The third component is the extra waiting time of passengers whose station is skipped by an expressed vehicle. Finally, the fourth term shows the extra delay due to *holding* at traffic lights.

$$J = \sum_{\ell=1}^{Np} \sum_{i=1}^p \left[ \frac{\lambda_i(k + \ell)}{2} \hat{H}_i(k + \ell)^2 + \theta_1 \cdot \hat{L}_i(k + \ell) h_i(k + \ell - 1) + \theta_2 \cdot \lambda_i(k + \ell) \hat{H}_i(k + \ell) \hat{H}_{i+1}(k + \ell + z) (1 - Su_i(k + \ell - 1)) + \theta_3 \cdot \hat{L}_i(k + \ell) \cdot Se_i(k + \ell - 1) \right] \quad (6)$$

$\theta_1$ ,  $\theta_2$  and  $\theta_3$  are weighting parameters.  $Np$  is the prediction horizon,  $p$  is the number of the buses and  $N$  is the number of the stops. Besides,  $\lambda_i(k + \ell)$  is the passenger arrival rate at the stop where bus  $i$  is located at  $k + \ell$ . Finally,  $\hat{H}_i(k + \ell)$  represents the predicted headway of bus  $i$  at the station reached when event  $k + \ell$  happens, and can be computed as follows:

$$\hat{H}_i(k + \ell) = \hat{Td}_i(k + \ell) - \hat{Td}_{i-1}(k + \ell - z) \quad (7)$$

where  $\hat{Td}_i(k + \ell)$  (defined in (5)) is the estimated departure time of bus  $i$  at future instant  $k + \ell$  and  $\hat{Td}_{i-1}(k + \ell - z)$  is the estimated departure time of precedent bus  $i-1$  at future instant  $k + \ell - z$ . The variable  $z$  represents the instant at which the previous bus  $i-1$  reached the same stop. Note that the definition of  $z$  is not the same as that of  $d$  provided before.

## PROPOSED SOLUTION METHODS: ONGOING RESEARCH

The minimization of the objective function defined in (6) corresponds to a mixed integer non linear optimization problem, which is NP-Hard. In order to solve the bus system optimization problem, we define the sequences of future control actions associated with bus  $i$  at stops  $(u_i(k), u_*(k+1), \dots, u_*(k+Np-1))$  by considering the passenger boarding and *holding* actions.

Note that the control action ahead  $u_*(k+\ell-1) = [Su_*(k+\ell-1) \quad h_*(k+\ell-1)]^T$  is associated with an



unknown bus that will arrive to an unknown stop that depends on the previous control action. The potential solutions belonging to the search space set are limited for both  $Su_*(k+\ell-1)$  and  $h_*(k+\ell-1)$ . Thus, the optimization problem of HPC strategies for the bus system using the formulation defined here could be solved by using Explicit enumeration (EE) and Branch and Bound (BB). Both allow to solve mixed integer optimization problems (MIOP) (Floudas, 1995), but the elevated computational effort, especially in the case of EE, results in inefficient solutions for real-time problems. In that sense, Genetic Algorithms (GA) has proved to be an efficient tool to solve MIOP (Man et al., 1998). So, we propose the GA as an efficient tool for optimization of the bus system.

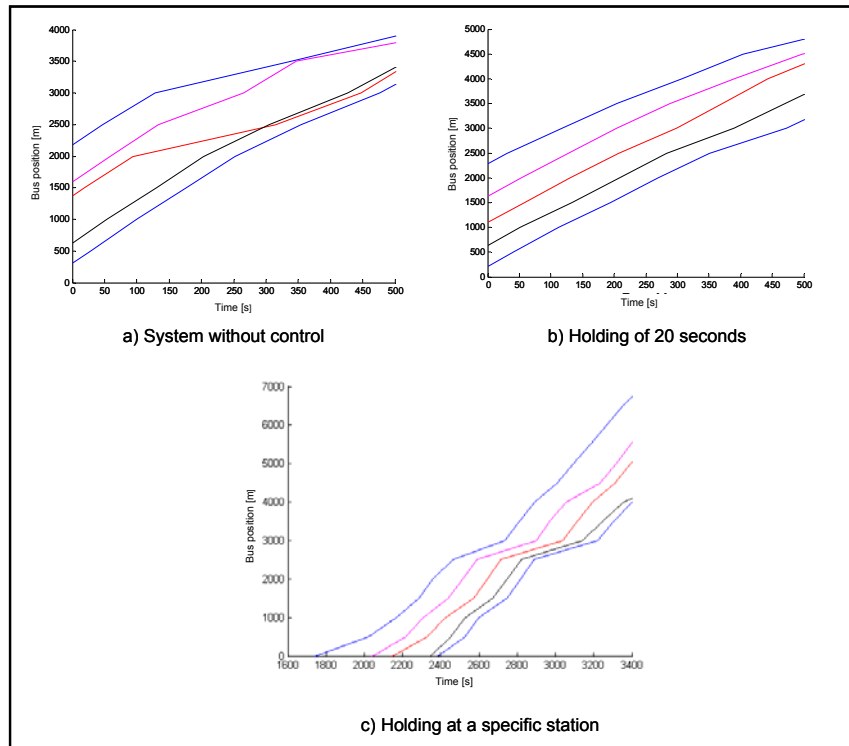
### **SOME PRELIMINARY TESTS AND FINAL COMMENTS**

This is an ongoing research, and currently we have coded the proposed HPC strategy in a discrete event simulation environment. The proposed strategy is applied to a hypothetical bus corridor of 10 [km] comprising 20 stations evenly distributed over the bus route. By using proper average boarding, alighting and load profiles, in Figures 4a) and 4b) we show the movement (time-space graph) of a small fleet of 5 buses moving around the circuit. The simulation assumes uncertain demand dynamically arriving at stations by following a Poisson process. Figure 4a) shows the movement of buses without applying any control, while in Figure 4b), a *holding* strategy is applied, allowing buses to stay at stations for a fixed period of 20 seconds ( $\tau_{ij} = 20$ ) whenever needed according to the HPC formulation (note that in the general model, the *holding* time  $\tau_{ij}$  is also an optimization variable). As a result, we can see that the strategy allows the manager to maintain much more regular headways (b compared with a), which is the result of optimizing the cost function as in (9). In Figure 4c) we specifically allow *holding* only in one specific station (station 6), showing how the system can dynamically react in order to keep regular headways as well.

In this paper we have shown a hybrid predictive model to optimize in real time the performance of a public transport system along a linear corridor with uncertain demand at bus stops. The optimization is conducted by applying *holding*, expressing and transit signal priority. Currently, we are developing GA tools to efficiently take optimal real time decisions based on the proposed framework. As further research, we plan to work over more complex systems configurations, such as trunk schemes combined with feeder transit lines connected with transfer points. We also will test our schemes under a microscopic simulation environment in order to properly capture the dynamic effects of such a transit system.

### **Acknowledgments**

This research was partially financed by the ACT-32 Project “Real Time Intelligent Control for Integrated Transit Systems”, Fondecyt Chile grants 1061156 and 1061261, and the Millennium Institute “Complex Engineering Systems”.



**Figure 4. Illustrative HPC transit test results.**

## References

- Bemporad A, Morari M. (1999) Control of systems integrating logic, dynamics and constraints. *Automatica*, 35, 407–427.
- Eberlein, X.-J. (1995). Real-Time Control Strategies in Transit Operations: Models and Analysis. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.
- Eberlein, X.-J., N.H.M. Wilson and D. Bernstein (2001). The *Holding* Problem with Real-time Information Available. *Transportation Science* 35(1), 1-18.
- Floudas C. (1995). Non-linear and mixed integer optimization, Oxford University Press.
- Furth, P and T. Muller (2000). Conditional Bus Priority at Signalized Intersections: Better Service with Less Traffic Disruption. *Transportation Research Record* 1731, 23-30.
- Furth, P. (1986). Zonal Route Design for Transit Corridors. *Transportation Science* 20(1), 1–12.
- Hegyi, A. (2004) Model Predictive Control for Integrating Traffic Control Measures", Ph. D. Thesis, Delft University of Technology, Delft Center for Systems and Control.
- Hickman, M. (2001). An Analytic Stochastic Model for the Transit Vehicle *Holding* Problem. *Transportation Science* 35(3), 215–237.
- Jordan, W.C. and M.A. Turnquist (1979). Zone Scheduling of Bus Routes to Improve Service Reliability. *Transportation Science* 13(3), 242-268.
- Lee, J., A. Shalaby, J. Greenough, M. Bowie and S. Hung (2005). Advanced Transit Signal Priority Control Using On-Line Microsimulation-based Transit Prediction Model. 84<sup>th</sup> Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington D.C., January 2005
- Ling, K and A. Shalaby (2003). Automated Transit Headway Control via Adaptive Signal Priority. *Journal of Advanced Transportation* 38(1), 45-67.
- Man K, Tang K, Kwong S. Genetic Algorithms, Concepts and Designs. Springer. 1998.

Sun, A. and M. Hickman (2004). The  *Holding*  Problem at Multiple  *Holding*  Stations. 9th International Conference on Computer-Aided Scheduling of Public Transport (CASPT) San Diego, California, EE.UU. Available in <http://fugazi.engr.arizona.edu/caspt/sun.pdf>

Turnquist,M.A. and S.W.Blume (1980).Evaluating Potential Efectiveness of Headway Control Strategies for Transit Systems.*Transportation Research Record* 746,25-29.