

**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMATICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA**

**DISEÑO DE ESTRATEGIAS DE CONTROL SUPERVISOR USANDO REDES  
NEURONALES PARA LA CALDERA DE UNA CENTRAL TERMICA DE CICLO  
COMBINADO**

JONATHAN ARIEL CONTRERAS CISTERNA

<b>COMISIÓN EXAMINADORA</b>	<b>CALIFICACIONES</b>		<b>FIRMA</b>
	<b>NOTA (n°)</b>	<b>(Letras)</b>	
PROFESOR GUIA ING. DORIS SAEZ	:	.....	.....
PROFESOR CO-GUIA ING. RICARDO SAN MARTIN	:	.....	.....
PROFESOR INTEGRANTE ING. ANTOINE SAURE	:	.....	.....
NOTA FINAL EXAMEN DE TÍTULO	:	.....	.....

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL  
INGENIERO CIVIL ELECTRICO**

SANTIAGO DE CHILE  
ABRIL 2004

RESUMEN DE LA MEMORIA  
PARA OPTAR AL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL  
INGENIERO CIVIL ELECTRICO  
POR : JONATHAN CONTRERAS CISTERNA  
FECHA : 15/04/2004  
PROF. GUIA: DRA. DORIS SAEZ

**DISEÑO DE ESTRATEGIAS DE CONTROL SUPERVISOR USANDO REDES NEURONALES PARA LA CALDERA  
DE UNA CENTRAL TERMICA DE CICLO COMBINADO**

El presente trabajo tiene como objetivo el análisis y diseño de estrategias de control predictivo a nivel supervisor basado en redes neuronales que consideren criterios económicos, regulatorios y técnicos. En particular, estas técnicas son aplicadas a la caldera de una central térmica de ciclo combinado. La relevancia que cobra en la actualidad este tipo de estudio, radica en la presencia en nuestro país de centrales térmicas con capitales extranjeros, a las cuales se les exigen altos estándares de operación que no pueden ser incorporados por las estrategias de control convencional.

El trabajo es desarrollado sobre un simulador de una planta termoeléctrica de 45[MWatt] de potencia, el cual se implementó mediante sus ecuaciones fenomenológicas en Matlab - Simulink.

Para el desarrollo de la estrategia de control supervisor se realiza una modelación, tanto lineal como neuronal del proceso constituido por la caldera. Para el caso lineal se utilizaron modelaciones del tipo ARIX, cuya estructura fue elegida mediante el criterio de Akaike, mientras que en el caso neuronal se utilizó una metodología sistemática de identificación basada en optimización estructural y paramétrica de las redes neuronales. Los resultados del estudio muestran que los modelos neuronales representan de mejor manera las no linealidades del proceso, alcanzando para la predicción a uno y diez pasos un 30 y un 50% de mejora con respecto a los modelos lineales, respectivamente. A continuación, se diseñó e implementó un controlador supervisor basado en el modelo lineal para la caldera. Este controlador logra reducir en un 0.24% los costos operacionales de la caldera con respecto a una estrategia PI cuyas referencias se obtienen de una optimización estática de la misma función objetivo.

Debido a la alta complejidad computacional de un control supervisor basado en modelos neuronales, se optó por una estrategia de control supervisor por linealización instantánea, la cual linealiza el modelo neuronal en cada instante mediante una expansión de Taylor, y utiliza un algoritmo de control similar al utilizado por el controlador supervisor lineal. Esta técnica de control supervisor entrega una reducción del 0.31% en los costos variables, lo cual para una central térmica se traduce en una reducción importante debido a los altos costos involucrados. A pesar de los buenos resultados obtenidos en este estudio, se observó que el comportamiento del control supervisor lineal en comparación al control supervisor por linealización neuronal es relativamente similar, lo que hace suponer que la linealización instantánea hace desaparecer las ventajas predictivas de la red neuronal sobre los modelos lineales. Este hecho permite preveer que se pueden obtener resultados mejores si se implementase una estrategia de control supervisor basada en predicciones puramente neuronales.

La evaluación económica de los resultados obtenidos por las estrategias de control supervisor sobre la central Nueva Renca arrojó incrementos en la utilidad neta que oscilan entre un 0.12% y un 0.16 %, lo que valida la implementación de estas estrategias en plantas reales.

# Índice.

<b>1. Introducción.</b>	<b>5</b>
<b>2. Metodologías de identificación de procesos dinámicos.</b>	<b>8</b>
2.1 Introducción	8
2.2 Planteamiento del problema de identificación.	9
2.3 Identificación de sistemas dinámicos mediante redes neuronales.	12
2.3.1 Selección de datos.	13
2.3.2 Selección de variables relevantes.	15
2.3.2.1 Estructuras de modelación.	15
2.3.2.2 Selección de variables relevantes.	17
2.3.3 Selección inicial de estructura.	17
2.3.4 Optimización estructural.	18
2.3.5 Optimización paramétrica.	20
2.3.6 Análisis de sensibilidad.	22
2.3.7 Validación del modelo.	23
<b>3. Plantas térmicas de ciclo combinado.</b>	<b>25</b>
3.1 Introducción	25
3.2 Plantas térmicas de ciclo combinado.	25
3.3 Principales componentes de una planta térmica de ciclo combinado.	27
3.3.1 Turbina a vapor.	27
3.3.2 Caldera.	30
3.3.3 Turbina a gas.	32
3.4 Modelación y simulación de la caldera de una planta térmica de ciclo combinado.	35
3.4.1 Modelos de simulación para la caldera.	36
3.4.2 Simulador de la caldera basado en MATLAB®-Simulink®.	37
<b>4. Control Supervisor.</b>	<b>40</b>
4.1 Introducción.	40
4.2 Planteamiento del problema.	41
4.2.1 Función objetivo.	43
4.2.2 Modelación del proceso.	44
4.2.2.1 Modelación lineal del proceso.	44
4.2.2.2 Modelación neuronal del proceso.	45
4.2.2.3 Modelación neuronal por linealización instantánea del proceso.	46
4.2.3 Modelación del sistema regulatorio.	48
4.3 Algoritmos de solución para el control supervisor.	49
4.3.1 Control supervisor basado en modelos lineales.	49
4.3.2 Control supervisor basado en modelos neuronales.	50
<b>5. Aplicación a la caldera de una planta térmica de ciclo combinado.</b>	<b>52</b>
5.1 Planteamiento del problema de control supervisor.	52
5.1.1 Función objetivo.	53
5.1.2 Restricciones.	56
5.2 Controlador supervisor basado en modelos lineales.	58
5.2.1 Modelación lineal de la caldera.	58
5.2.1.1 Modelación lineal para la variable presión de vapor sobrecalentado (Ps).	60
5.2.1.2 Modelación lineal para la variable nivel de agua del domo (L).	64
5.2.2 Aplicación de control supervisor basado en modelos lineales.	67

5.3 Controlador supervisor basado en modelos neuronales. _____	71
5.3.1 Modelación neuronal de la caldera. _____	71
5.3.1.1 Modelación neuronal para la variable presión de vapor sobrecalentado (P <sub>s</sub> ). _____	72
5.3.1.1.1 Modelo neuronal de la variable presión de vapor sobrecalentado (P <sub>s</sub> ). _____	72
5.3.1.1.2 Linealización del modelo neuronal para la variable presión de vapor sobrecalentado (P <sub>s</sub> ). _____	77
5.3.1.2 Modelación neuronal para la variable nivel de agua del domo (L). _____	79
5.3.1.2.1 Modelo neuronal de la variable nivel de agua del domo (L). _____	79
5.3.1.2.2 Linealización del modelo neuronal de la variable nivel de agua del domo (L). _____	84
5.3.2 Aplicación de control supervisor basado en linealización instantánea de modelos neuronales. _____	86
5.4 Análisis de los resultados. _____	88
5.5 Evaluación económica de los resultados. _____	92
<b>6. Conclusión y discusión. _____</b>	<b>94</b>
<b>Referencias. _____</b>	<b>96</b>
<i>Anexo A: Fundamentos de redes neuronales. _____</i>	<i>97</i>
A.1 Introducción. _____	97
A.2 Modelo de una neurona. _____	99
A.3 Arquitectura de redes neuronales. _____	100
A.4 Aprendizaje para redes neuronales. _____	102
<i>Anexo B: Cálculo de referencias estáticas óptimas. _____</i>	<i>104</i>
<i>Anexo C: Programas utilizados en el desarrollo de las estrategias de control. _____</i>	<i>109</i>
C.1 Programa de control supervisor. _____	109
C.2 Programa para la identificación de sistemas mediante redes neuronales. _____	115
C.3 Programa para el análisis de sensibilidad de las redes neuronales. _____	117
<i>Anexo D: Evaluación de la función de costo para los modelos lineales para distintas combinaciones de entrada. _____</i>	<i>118</i>
<i>Anexo E: Resultados del procedimiento de identificación basado en modelos neuronales. _____</i>	<i>122</i>
E.1 Análisis de sensibilidad. _____	122
E.2 Combinaciones de entradas para los modelos neuronales. _____	123
E.3 Evolución del error RMS sobre del número de neuronas. _____	124

# 1. Introducción.

En la actualidad, en la mayoría de las plantas industriales se presentan sistemas de control orientados principalmente al objetivo regulatorio, donde los operadores especifican las características que debe tener la salida (referencia). Estos sistemas regulatorios se encargan de llevar al sistema (planta) a este nivel de operación (objetivo regulatorio).

En general, las referencias utilizadas por los sistemas regulatorios se basan en la experiencia, y en su mayoría se orientan a optimizar objetivos operacionales de funcionamiento, como lo constituyen la cantidad de producción u otros criterios operacionales, sin atender a criterios económicos, ambientales o de minimización de energía involucrada en la acción de control. Es en los criterios mencionados anteriormente, donde el control supervisor juega un rol relevante, puesto que su función es determinar en cada instante las referencias óptimas desde el punto de vista económico, ambiental, energético y operacional, de manera de poder utilizar el sistema regulatorio ya existente con las nuevas referencias. Esto asegura que la transición de un estado a otro se haga de la manera más eficiente posible desde el punto de los criterios establecidos.

Este tipo de estrategias de control que incorporan criterios adicionales al común criterio regulatorio cobra gran importancia en nuestro país debido al incremento en los últimos años de centrales de ciclo combinado, las cuales cuentan en su gran mayoría con capitales extranjeros por lo cual se les exige altos estándares de funcionamiento tanto a nivel económico, ambiental como operacional. En este sentido, la incorporación de modelos neuronales a diferencia de los tradicionales modelos lineales en las estrategias de control, presenta como ventaja la representación de un amplio rango de operación. Luego se pretende con estas nuevas estrategias basadas en modelos de carácter no lineal lograr diseños que presenten un mejor funcionamiento. A lo anterior, se suma el hecho que en general las estrategias de control supervisor presentan la ventaja de ser estrategias de control de bajo costo y muy versátiles en su aplicación, debido a que funcionan como complemento del sistema regulatorio. Es decir los costos de instalación son muy bajos debido a las mínimas alteraciones que sufren los procesos tradicionales de las plantas. Además, su versatilidad se basa en el hecho que estas estrategias pueden funcionar fuera de línea como recomendación de referencias para el sistema regulatorio.

Por lo tanto, el objetivo principal del presente trabajo corresponde a:

*“Analizar y desarrollar nuevas estrategias de control predictivo neuronal a nivel supervisor que consideren criterios económicos, regulatorios y restricciones para plantas térmicas de ciclo combinado.”*

Específicamente, se pretende comparar el desempeño de la estrategia planteada en el presente trabajo frente a otros tipos de estrategia de control, en particular la comparación se realizará con aquellos sistemas que las plantas utilicen en la actualidad, de modo de establecer ventajas y desventajas. Por otro lado, se pretende comparar la estrategia de control supervisor basada en modelos neuronales con otras estrategias de control supervisor basadas en modelos lineales, con objeto de verificar la mayor capacidad de modelación que presentan las redes neuronales, y por ende su mejor adecuación a las características de las plantas reales.

A continuación, se describen los temas abordados en cada uno de los capítulos del presente trabajo. En el Capítulo 2, se plantea y describe una técnica de identificación mediante modelos no lineales, que tiene por principal característica el hecho de incorporar optimizaciones estructurales y paramétricas para la determinación de la red neuronal más adecuada a los requerimientos del problema. Posteriormente, en el Capítulo 3 se realiza una breve descripción del funcionamiento de las plantas térmicas de ciclo combinado, así como una descripción más detallada de sus principales componentes, como son la caldera, turbina a gas y turbina a vapor, para luego estudiar las principales características del simulador utilizado para el desarrollo del trabajo, desde el punto de vista de las ecuaciones que lo componen, así como los supuestos detrás de estas ecuaciones. Luego, en el Capítulo 4 se plantea propiamente el problema de control supervisor, mediante la descripción detallada de cada uno de sus componentes, como son la función objetivo, la modelación del sistema regulatorio y la modelación del proceso, en relación a este último componente se profundicé en las diversas metodologías de modelación a utilizar. Posteriormente, en el Capítulo 5 se realiza una aplicación a la caldera de una planta térmica de ciclo combinado, que incluye como primera etapa la modelación lineal de las variables relevantes para el proceso, y el consiguiente desarrollo de una estrategia de control supervisor basada en dichos modelos, cuyos resultados se comparan con los resultados obtenidos por una estrategia de control PI cuyas referencias son el producto de una optimización estática de una función objetivo. Luego de esta etapa se realiza una modelación neuronal y una modelación por linealización del modelo

neuronal de las variables del proceso, sobre las cuales se desarrolla una estrategia de control supervisor basada en estos modelos. Por último, el Capítulo 6 se centra en la discusión y conclusión de los resultados obtenidos en el trabajo.

## 2. Metodologías de identificación de procesos dinámicos.

### 2.1 Introducción

La modelación de procesos dinámicos a partir de un conjunto de muestras de la entrada y la salida de un proceso corresponde a un problema de identificación conocido técnicamente como aproximación funcional. En este problema se trata de encontrar una expresión matemática que sea capaz de representar la relación existente entre las variables de entrada y salida de un proceso.

El principal problema de la identificación de sistemas es determinar la estructura adecuada del modelo que posteriormente será ajustado. El ajuste del modelo una vez que la estructura ha sido fijada (estimación paramétrica), suele ser un problema de menor complejidad para el que existe una teoría clásica bien establecida (Luenberger, 1984).

Una de las principales premisas de las metodologías de identificación de sistemas es “no estimar aquello que ya se conoce”, lo que equivale a utilizar todo el conocimiento físico que se tiene del proceso. Basado en el grado de información que se posee al momento de realizar la identificación del proceso, los distintos modelos se pueden clasificar (Sjoberg, 1985) en: modelos de caja blanca, modelos de caja negra, modelos de caja gris.

A) *Modelos de caja blanca*: Este tipo de modelos aplica leyes físicas y conocimientos del proceso para ligar las variables que intervienen en la modelación. Los parámetros que intervienen en dichas ecuaciones tienen un significado físico. Sin embargo, la utilización de estos tipos de modelos no pueden ser aplicados a todos los problemas de identificación, debido a que la complejidad de los procesos en juego, hace que su modelación física sea muy costosa, a lo que se suma el hecho que en caso de que se logre obtener el modelo físico, la complejidad de los cálculos a realizar haga inviable su utilización en tiempo real. Otra dificultad es la gran cantidad de información que se requiere para realizar este tipo de modelación.

B) *Modelos de caja negra*: Estos modelos se basan en criterios estadísticos capaces de modelar relaciones existentes entre conjuntos de entradas y salidas de un proceso. Las variables que



ingresan a este tipo de modelos corresponden a variables físicas, las restantes variables y parámetros envueltos en el modelo pueden no tener significado físico. Los análisis estadísticos que conforman los modelos de caja negra se realizan sobre un conjunto de datos que describen al proceso en diferentes condiciones de operación.

C) *Modelos de caja gris*: Estos modelos resultan como mezcla de los casos anteriores, donde se posee un conocimiento físico de algunas variables, pero los restantes parámetros del modelo deben ser estimados mediante criterios estadísticos sobre un conjunto de datos, como ocurre en el caso de los modelos de caja negra, en este sentido se pueden dar dos casos posibles:

- Modelos físicos: La estructura del modelo puede establecerse aplicando leyes físicas, y los parámetros del modelo se ajustan a partir de las observaciones.
- Modelos semi-físicos: En este caso se utiliza el conocimiento físico para determinar combinaciones no lineales de las variables de entradas, que luego conforman las nuevas entradas de los modelos de caja negra.

## **2.2 Planteamiento del problema de identificación.**

Dado un proceso dinámico invariante en el tiempo que transforma un vector de entradas  $u \in R^n$  en un vector de salida  $y \in R^m$ , se tiene que de este proceso dinámico sólo se dispone de un conjunto de muestras de las variables de entradas y salidas (Muñoz, 1996), representados por:

$$S = \{(u(1), y(1)), (u(2), y(2)), \dots, (u(N), y(N))\}$$

**Ecuación 2.1**

El objetivo del proceso de identificación consiste en encontrar una expresión matemática capaz de reproducir, lo más fielmente posible, la relación física existente entre las variables de entrada  $u(t)$  y la variable de salida  $y(t)$ .

El procedimiento de encontrar una transformación  $u(t) \rightarrow y(t)$  puede ser representado por un esquema de aprendizaje, como el mostrado en la Figura 2.0.

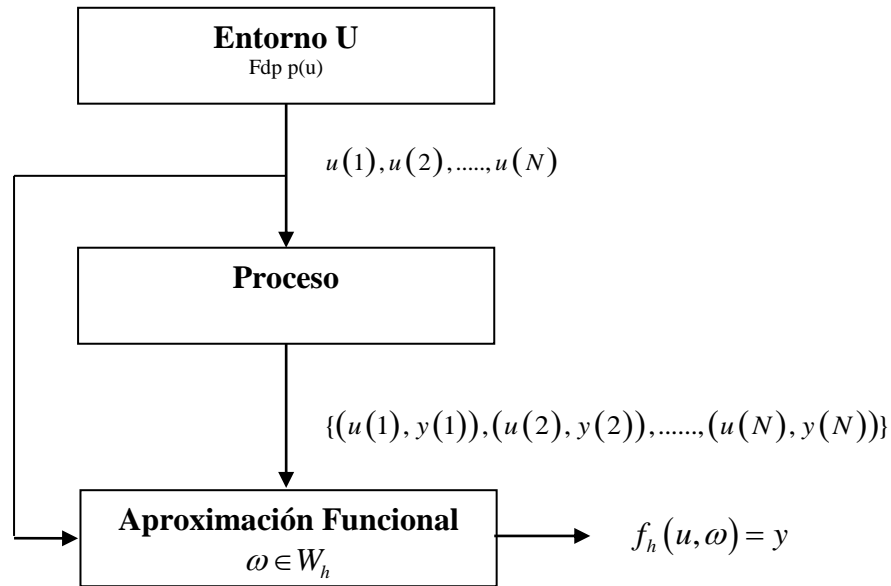


Figura 2.1: Esquema de aprendizaje para la identificación.

A) *Entorno*: Esta componente entrega las entradas  $u(t) \in R^n$  según una función de distribución probabilística  $p(u)$ , que para el caso de sistemas dinámicos invariantes es constante. Las entradas recolectadas desde el entorno no están muestreadas de manera uniforme sino que existen zonas mejor muestreadas, cuya modelación se realiza mediante la función de distribución asociada a esta variable.

B) *Proceso*: Este componente genera la respuesta  $y$  para cada vector de entradas  $u$ . de acuerdo a una función de distribución de probabilidad condicionada  $p(y/u)$  que es invariante en el tiempo y desconocida. Este tipo de modelación mediante funciones de distribución permite incorporar al sistema un grado de incertidumbre, debido a que un conjunto de entradas determinadas no permiten entregar una salida perfectamente determinada. En el caso más general se espera que si el vector de entradas incluye todas las variables relevantes del proceso, se espera que el vector de salida se concentre en un único valor con baja dispersión.

C) *Aproximación funcional*: Este módulo es capaz de realizar transformaciones sobre las entradas  $u$  generadas por el entorno, de modo de obtener salidas lo más semejantes a las del proceso frente a las mismas entradas, este hecho queda descrito por:

$$F = \{y = f_h(u, \omega) / u \in R^n, y \in R^m, \omega \in W_h, h = 1 \dots H\}$$

**Ecuación 2.2**

donde  $y$  corresponde a la salida del sistema en respuesta al vector de entradas  $u$ ,  $h$  es un índice estructural asociado al tipo de modelación a realizar, que para el caso de redes neuronales corresponde al número de neuronas y de capas presentes, y por último  $\omega$  el vector de parámetros libres que el aproximador funcional ha tomado del espacio de parámetros  $W$ , que para el caso de redes neuronales se asocia al número de épocas o número de iteraciones ejecutadas del algoritmo de optimización.

Basado en el esquema de aprendizaje propuesto anteriormente, se tiene que la finalidad de la identificación se enmarca en el hecho de lograr que la aproximación funcional logre “aprender” el comportamiento del proceso mediante un set de datos que permita que a posteriori este aproximador logre generalizar el comportamiento del proceso para un set de datos distintos al inicial .

De lo anterior se desprende que el proceso de aproximación funcional presenta dos niveles de adaptación: un nivel estructural dado por el índice  $h$ , que determina la estructura interna del aproximador y por tanto su capacidad de representación, y un nivel paramétrico representado por el vector de parámetros  $\omega$ , que da la forma a la función  $f_h$  una vez determinado  $h$ .

En resumen, se tiene que el problema de la identificación se focaliza en encontrar un conjunto de transformaciones entrada/salida,  $f_{h^*}(u, \omega^*)$ , que aproxime de forma óptima al vector de salidas del proceso, por lo cual se debe encontrar el  $h^*$  y  $\omega^*$  que describen este aproximador. Este hecho requiere definir una función de error que permita establecer aquellas funciones óptimas, luego la función error ideal en todo problema de aproximación funcional es la función de “riesgo”, la cual se puede definir por:

“ Sea  $L(y, f_h(u, \omega))$  una medida de la discrepancia entre el vector de respuestas deseadas  $y$ , correspondientes al vector de entradas  $u$ , y la salida del aproximador dada por  $f_h(u, \omega)$ . El valor esperado de la función de riesgo (Vapnik, 1992) viene dado por:

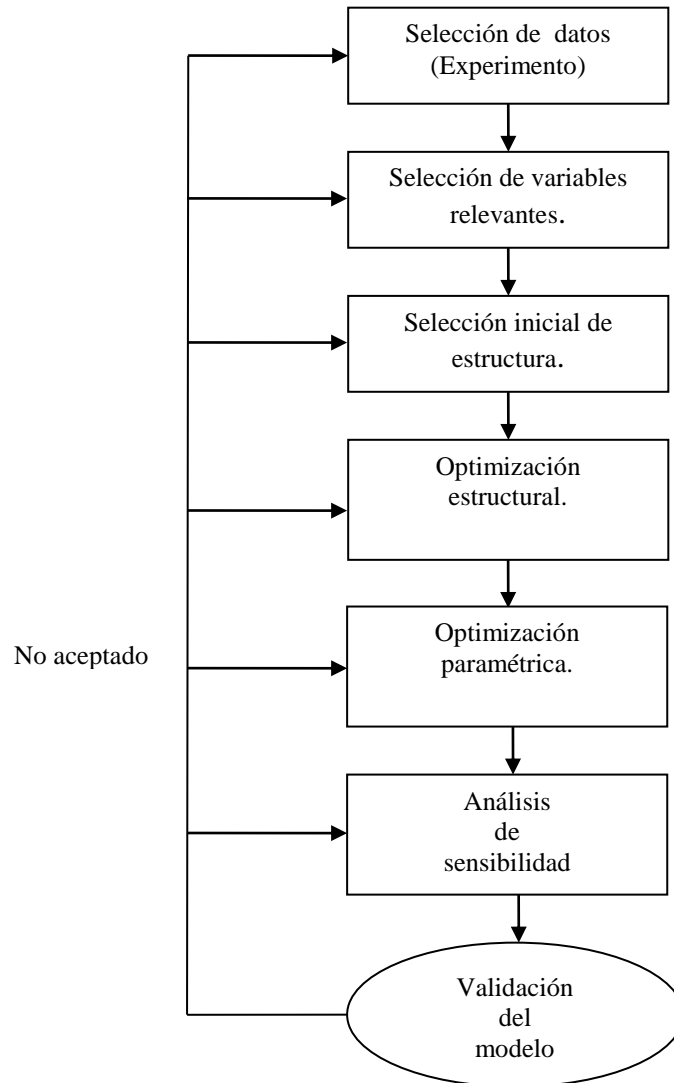
$$R(h, \omega) = \int L(y, f_h(u, \omega)) \cdot d(p(u, y))$$

donde  $p(u, y)$  es la función de distribución conjunta del vector de entradas  $u$  y de la salida deseada  $y$ ”.

Normalmente se utiliza como medida de discrepancia el error cuadrático medio  $L(y, f_h(u, \omega)) = \|y - f_h(u, \omega)\|^2$  y el error absoluto  $L(y, f_h(u, \omega)) = |y - f_h(u, \omega)|$ , debido a que la función de distribución de la salida condicionada a  $x$ ,  $p(u, y)$  no es conocida a priori, la función de riesgo no se puede evaluar, por lo cual con lo único que se cuenta para evaluar la función de riesgo es un conjunto de datos del proceso que son independientes e idénticamente distribuidos, conocido como conjunto de entrenamiento. Luego, el objetivo de la identificación se reduce a minimizar la estimación de la función de riesgo sobre la familia de funciones  $f_h(u, \omega)$ . Esta aproximación se puede realizar por el principio de inducción de minimización empírica del riesgo (Vapnik, 1982).

### **2.3 Identificación de sistemas dinámicos mediante redes neuronales.**

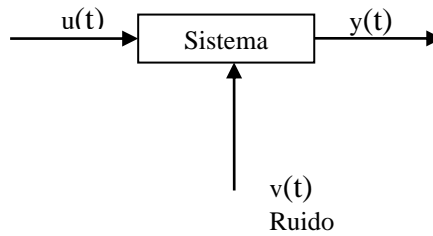
El proceso de identificación de sistemas dinámicos consta de una serie de etapas con objeto de elegir aquel modelo que presente las mejores características de modelación del proceso en estudio. El proceso de identificación es descrito por el esquema mostrado en la Figura 2.0.



**Figura 2.2: Esquema de identificación de sistemas dinámicos.**

### **2.3.1 Selección de datos.**

La selección de los datos consiste en coleccionar un conjunto de datos que describa el comportamiento del proceso sobre un cierto rango de operación. La idea de esta etapa es variar la entrada ( $u$ ) del proceso y observar el impacto sobre la salida ( $y$ ), como se muestra en la Figura 2.0.



**Figura 2.3: Sistema de recolección de datos.**

Si el sistema a ser identificado es inestable se requiere que el proceso de recolección de datos se realice bajo un sistema de control, en el cual se logre verificar el rango de operación para el que se quiere modelar el proceso.

Algunas de las principales consideraciones de esta etapa corresponden a la determinación del período de muestreo de las señales, diseño de las entradas deseadas y el procesamiento de los datos recolectados, donde se consideren las perturbaciones asociadas a los conjuntos coleccionados.

La metodología de identificación a utilizar requiere de un set de 3 conjuntos de datos, constituidos por:

- *Datos de entrenamiento:* Este conjunto de datos es utilizado para realizar la determinación de los pesos de la red neuronal, mediante la minimización del error cuadrático medio realizada en la etapa de aprendizaje, en general se considera un 60% de la muestra realizada para el objetivo de entrenamiento.
- *Datos de test:* Este conjunto de datos no participa directamente en el ajuste del modelo, pero permite realizar la optimización estructural de la red neuronal. En el caso del tamaño de la muestra dedicada para test se considera un 30% del tamaño total de la muestra.

- *Datos de validación:* Este conjunto de datos es utilizado para evaluar la capacidad del modelo ajustado para predecir el proceso a ser identificado, en este caso se considera un 10% del total de la muestra.

### 2.3.2 Selección de variables relevantes.

La etapa de selección de las variables relevantes del proceso está constituida por dos etapas, una donde se establece que tipo de estructura se va a considerar en la modelación, y posteriormente se establece que entradas se van a considerar en el modelo.

#### 2.3.2.1 Estructuras de modelación.

La estructura de modelación a utilizar determina las variables relevantes en el proceso de identificación, luego de aquí la importancia de una modelación adecuada.

Las estructuras más comunes dentro de la identificación mediante redes neuronales corresponden a los modelos del tipo NARX y NARMAX, los cuales se presentan a continuación:

A) *Modelo NARX (Nonlinear Autoregressive Exogenous Input):* Esta estructura de modelo corresponde a la versión no lineal de la estructura ARX utilizada en modelos lineales, y corresponde a un modelo autoregresivo con entradas exógenas. Este tipo de modelación plantea que las entradas del modelo están constituidas por regresores de la variable de salida, y regresores de la variable de entrada, sumado a lo anterior en este tipo de modelación se postula que las perturbaciones del sistema están constituidas por ruido blanco. El sistema propuesto por la estructura NARX se muestra en la Ecuación 2.3

$$y(k) = f(y(k-1), \dots, y(k-n_a), u(k), \dots, u(k-n_b)) + \varepsilon(k)$$

**Ecuación 2.3**

donde,  $y(k)$  corresponde a la salida del modelo en el instante  $k$ ,  $u(k)$  la entrada del modelo en el instante  $k$ ,  $n_a$  y  $n_b$  corresponden al numero de regresores para la variable de salida y la

variable de entrada respectivamente,  $\varepsilon(k)$  ruido blanco en el instante k, y  $f$  representa el aproximador funcional.

B) *Modelo NARMAX (Nonlinear Autoregressive Moving Average Exogenous Input)*: Al igual que en el caso de los modelos NARX, este tipo de modelación corresponde al símil de los modelos ARMAX utilizados en la modelación lineal. Los modelos NARMAX corresponden a modelos autoregresivos de media móvil con entradas exógenas, donde además de considerar regresores de las variables de salida y de entrada, se considera regresores de la perturbación aplicada, luego la estructura del modelo se puede representar por la Ecuación 2.4.

$$y(k) = f(y(k-1), \dots, y(k-n_a), u(k), \dots, u(k-n_b), \varepsilon(k-1)) + \varepsilon(k)$$

**Ecuación 2.4:**

donde,  $y(k)$  corresponde a la salida del modelo en el instante k,  $u(k)$  la entrada del modelo en el instante k,  $n_a$  y  $n_b$  corresponden al número de regresores para la variable de salida y la variable de entrada respectivamente,  $\varepsilon(k)$  ruido blanco en el instante k, y  $f$  representa el aproximador funcional..

El proceso de selección del modelo seguirá el principio de “probar primero lo más sencillo”, luego basado en este principio se tiene que el primer tipo de modelo a probar corresponde al NARX, cuyo orden se puede establecer a partir del análisis de las funciones de correlación de las variables, este tipo de modelos al igual que los modelos ARX son capaces de modelar cualquier proceso dinámico considerando  $n_a \rightarrow \infty$ ,  $n_b \rightarrow \infty$  (Sjoberg, 1995). La validación del modelo resultante determinara la necesidad o no de ajustar un modelo NARMAX para modelar de mejor manera el ruido.



### **2.3.2.2 Selección de variables relevantes.**

La selección de las variables relevantes de entrada en el caso lineal se basa en la idea de evaluar el crecimiento o decrecimiento de una función de error del modelo lineal ajustado al incluir o excluir un conjunto de entradas (Hocking, 1976; Thompson, 1978; Linhart y Zucchini, 1986).

El caso no lineal no presenta una metodología única de selección de variables, sino que existen diversos métodos, entre los que se puede mencionar a: Selección hacia delante (Forward selection) y Eliminación hacia atrás (Backward elimination). El primero de los métodos mencionados va incluyendo variables de acuerdo a aquellas variables que presenten mayor correlación entre la salida a estimar y las variables que todavía no han sido incluidas, a cada paso se realiza un test estadístico para estimar el nivel de significación de la inclusión de una nueva variable. El proceso de selección se detiene cuando la adición de una nueva variable no es significativa, desde el punto de vista estadístico. El método de eliminación hacia atrás sigue el camino opuesto, eliminando una variable a cada paso, y estimando la significancia estadística del nuevo modelo realizado. Los algoritmos anteriores entregan distintos resultados.

En aquellos procesos que presentan componentes lineales fuertes se puede tomar como punto de partida, las entradas utilizadas por modelos lineales, en caso de que el proceso no presente componentes lineales fuertes, este análisis no resulta conveniente puesto que conduce a resultados erróneos.

Por último, se puede considerar como un método de selección de variables, el análisis de sensibilidad, escrito en la etapa de optimización paramétrica, que considera la derivada de la red neuronal sobre el conjunto de entradas, de modo de obtener el aporte de cada componente en la explicación del modelo.

### **2.3.3 Selección inicial de estructura.**

La definición de la estructura está dedicada a la determinación de la arquitectura (anexo A.3) del aproximador funcional a utilizar.

La determinación de la arquitectura para el caso de las redes neuronales requiere la especificación del número de capas, y el respectivo número de neuronas de cada capa (anexo A.2). La capa de entrada está dada por las entradas seleccionadas del proceso, y la capa de salida queda determinada por la salida del proceso que se quiere modelar.

La metodología a utilizar para la selección de la estructura consiste en considerar una familia de estructuras distintas, apropiadas a los objetivos de modelación, es decir estructuras lineales, redes multicapas, redes basadas en funciones radiales, Wavelets, o modelos de Hammerstein, y seleccionar aquella estructura que presente el mejor nivel de evaluación en comparación a las demás estructuras.

En general, se utiliza una arquitectura para la red neuronal del tipo perceptron multicapa (anexo A.3), debido a sus capacidades para ser un aproximador universal, además de su rápido procesamiento.

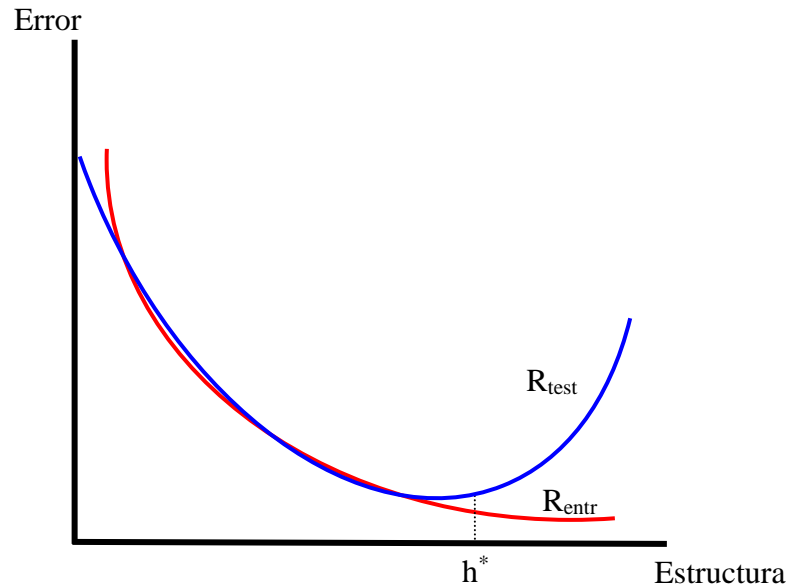
#### **2.3.4 Optimización estructural.**

La optimización estructural busca determinar la estructura óptima del aproximador funcional, lo cual según la notación ocupada corresponde a encontrar el  $h^*$  óptimo. Esta optimización se ve reflejada en la capacidad de representación del modelo realizado. Una vez encontrada la estructura óptima se considera una optimización paramétrica con objeto de encontrar el vector de parámetros óptimos  $\omega^* \in W_h$  asociados a la estructura óptima encontrada.

De lo anterior, se desprende que la minimización estructural tiene por objetivo determinar la estructura óptima del aproximador, en base a su capacidad de generalización, lo que equivale a evaluar la función de error elegida sobre el grupo de datos de test.

Sea  $R_{\text{entr}}$  y  $R_{\text{test}}$  los errores de entrenamiento y de test respectivamente, suponiendo que los conjuntos de datos de entrenamiento y de test han sido tomados según la misma función de distribución de probabilidad, se tiene que el error de entrenamiento decrece monótonamente según aumenta la complejidad estructural, a su vez el error de generalización o de test disminuye

a medida que se aumenta la complejidad de la estructura hasta alcanzar un mínimo y luego comienza a incrementarse. La estructura asociada al mínimo error de test corresponde a la estructura óptima, como se muestra en la Figura 2.0.



**Figura 2.4:** Evolución de los errores de entrenamiento y test, en función de la complejidad estructural.

Antes de que el error de test alcance su mínimo, se produce una sobredeterminación del modelo, donde se tiene que la capacidad de representación del aproximador funcional es demasiado baja dada la complejidad del conjunto de entrenamiento. Una vez sobrepasado el mínimo, el problema se encontrará sobreajustado debido a que el modelo se ajusta muy bien a los datos de entrenamiento, pero este hecho origina que su capacidad de ajuste sobre los datos de test disminuya.

De lo anterior, se desprende que a medida que la capacidad de representación funcional del aproximador funcional va creciendo, la capacidad de generalización del mencionado sistema, ajustado sobre el mismo conjunto de entrenamiento, se hace más incierta.

Luego, se tiene como estrategia de optimización estructural el tomar como punto partida estructuras sencillas, e ir aumentando la complejidad del aproximador hasta alcanzar un mínimo

en su capacidad de generalización. Para este hecho, se conforma una familia anidada de funciones de aproximación, dadas por:

$$\{y = f_k(u, \omega) / u \in R^n, y \in R^m, \omega \in W_h, h = 1 \dots H\}$$

**Ecuación 2.5**

Donde

$$f_1 \subset f_2 \subset \dots \subset f_H$$

**Ecuación 2.6**

Lo anterior, se traduce en que al aumentar la complejidad del aproximador funcional, las nuevas estructuras deben ser capaz de reproducir las transformaciones entrada/salida de sus antecesores.

Luego, el optimizador estructural se limita a proponer como estructuras candidatas la secuencia de funciones  $f_1, f_2, \dots, f_H$ , hasta que con la estructura propuesta se produzca una estabilización o aumento del error de test, de este modo se evita una sobreparametrización del aproximador.

Cuando el aproximador funcional corresponde a una red neuronal, este aumento de complejidad de la estructura, corresponde a aumentar el número de neuronas de la capa oculta.

### **2.3.5 Optimización paramétrica.**

La optimización paramétrica consiste en dada la estructura entregada por la optimización estructural, determinar el vector de parámetros óptimos  $\omega^*$ , que mejor asemeja la función aproximadora  $f$  al proceso que se quiere modelar. Al igual que en el caso de la optimización estructural, la optimización paramétrica utiliza como función objetivo la capacidad de generalización.

Cuando el optimizador estructural requiere que el optimizador paramétrico evalúe una estructura determinada, se aplica un método iterativo para minimizar el error de entrenamiento:

$$R_{entr}(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L(y(i), f(u(i), \omega))$$

**Ecuación 2.7**

En cada iteración del proceso de optimización se evalúa la capacidad de generalización del aproximador mediante el error de test dado por:

$$R_{test}(\omega) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M L(y'(i), f(u'(i), \omega))$$

**Ecuación 2.8**

Donde,  $M$  corresponde al número de muestras.

Este proceso de optimización se detiene cuando el error de test ha alcanzado un mínimo o se ha estabilizado, y se obtiene el vector de parámetros que minimiza el error de test.

El procedimiento de optimización paramétrica se puede resumir en aplicar un algoritmo iterativo de optimización, un determinado número de veces, que vaya modificando el vector de parámetros  $\omega$  de tal forma que  $R_{entr}$  disminuya. Este método se ve reflejado en la Figura 2.0.

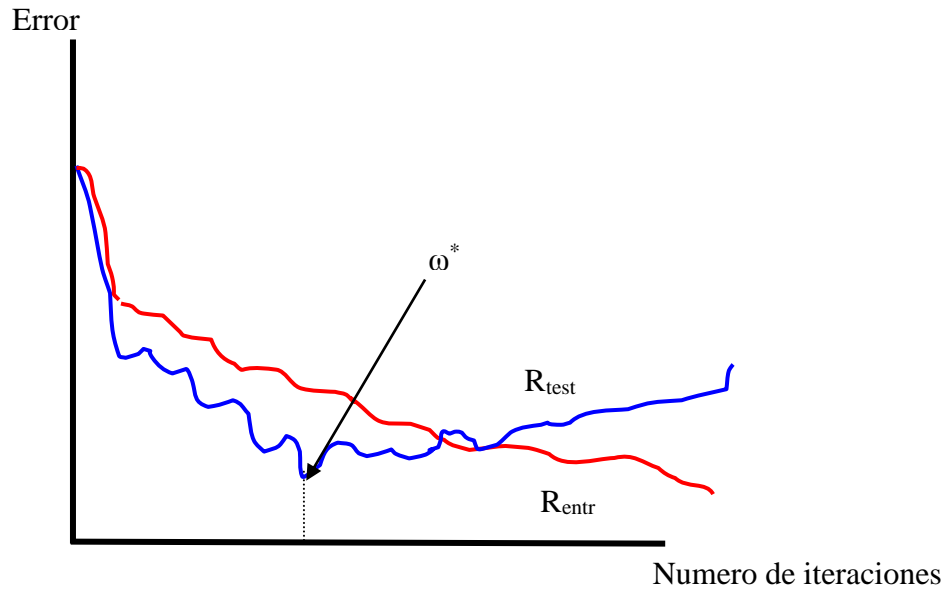


Figura 2.5: Evolución del error de entrenamiento y de test, en función del número de iteraciones.

### 2.3.6 Análisis de sensibilidad.

El modelo obtenido de la optimización estructural y paramétrica permite analizar la influencia de cada una de las variables de entrada en la salida del modelo, esto permite identificar aquellas variables que no aportan ninguna información a la salida, luego al eliminar estas variables permite aumentar la capacidad de generalización del modelo (Muñoz, 1996), es decir disminuye el error de test.

Para realizar el análisis de sensibilidad antes mencionado, se procede a normalizar los datos de manera de hacer comparable el aporte de cada una de las variables, y posteriormente se evalúa la derivada del aproximador funcional con respecto a las entradas

$$\xi_i = \frac{\partial f}{\partial u_i}$$

Ecuación 2.9

donde,  $f$  corresponde al aproximador y  $u_i$  es la entrada  $i$  al modelo.

Debido al carácter no lineal del aproximador, las sensibilidades dejan de ser constantes como en el caso lineal y dependen del vector de entradas  $u$ , posteriormente se realiza para cuantificar la importancia de cada una de las variables de entrada, un análisis de las distribuciones estadísticas de las sensibilidades sobre el grupo de datos de entrenamiento.

El valor de la sensibilidad puede ser evaluado mediante distintas herramientas estadísticas, entre las cuales se consideran:

- Gráficos Promedios-desviación Estándar. Estos gráficos muestran los valores estadísticos de la sensibilidad, si estos valores son cercanos al origen, estas variables no son relevantes para la modelación.
- Centil del 95% normalizado. Esta herramienta permite eliminar las entradas que no se encuentren dentro del 95 % de los casos más relevantes.
- Distancia normalizada. Esta herramienta está formada por la suma de la media y la desviación estándar de las sensibilidades, y elimina aquellas variables con menor distancia.

### **2.3.7 Validación del modelo.**

El modelo ajustado es evaluado usando el grupo de datos de validación. Entonces si este modelo presenta un buen grado de predicción del proceso real, el proceso de identificación finaliza. En caso contrario, se debe volver a una de las etapas anteriores.

- Regreso a la etapa de estimación del modelo. Esto ocurre debido a que los algoritmos de optimización utilizados para el entrenamiento de la red neuronal no aseguran óptimos globales, sino que óptimos locales. Luego, los modelos estimados pueden caer dentro de esta categoría haciéndose necesario re-estimar los modelos.

- Regreso a la etapa de selección de estructura. En este sentido la estructura utilizada para modelar el proceso no realiza una adecuada modelación, ni de la dinámica de las variables participantes, ni de las perturbaciones presentes en los datos.
- Regreso a la etapa de selección de datos. Esto ocurre pues típicamente los datos recolectados no permiten reflejar todos los estados de operación del proceso, por lo cual es necesario hacer un experimento adicional para adquirir más información acerca de los estados de operación no considerados.



### **3. Plantas térmicas de ciclo combinado.**

#### **3.1 Introducción**

Las plantas térmicas de ciclo combinado consisten en una turbina a gas y turbina a vapor, lo cual se traduce en un aumento de la eficiencia en la generación de potencia eléctrica en comparación a las plantas termoeléctricas tradicionales. El principio de funcionamiento de las plantas de ciclo combinado consiste en transferir la energía en forma de flujo de gas o flujo de vapor de una turbina a la otra, de forma de aumentar los índices de generación del sistema. En este sentido la configuración típica de los componentes de este tipo de plantas se basa en que el calor liberado como sub-producto por la turbina a gas es utilizado para calentar agua, de manera de generar vapor, que alimenta la turbina a vapor.

El propósito de estas plantas dentro de los sistemas de potencia radica en el hecho que reduce las pérdidas de energía, producto del aprovechamiento del calor producido en las distintas etapas del proceso, como por ejemplo en los gases producidos por la turbina a gas, para la generación de electricidad adicional. Este aprovechamiento del calor permite que las plantas de ciclo combinado alcancen índices de eficiencia de la transformación del combustible en energía eléctrica cercanos al 50%, lo cual es superior a los 45% y 35% de eficiencia que alcanzan separadamente, las turbinas a gas y a vapor, respectivamente.

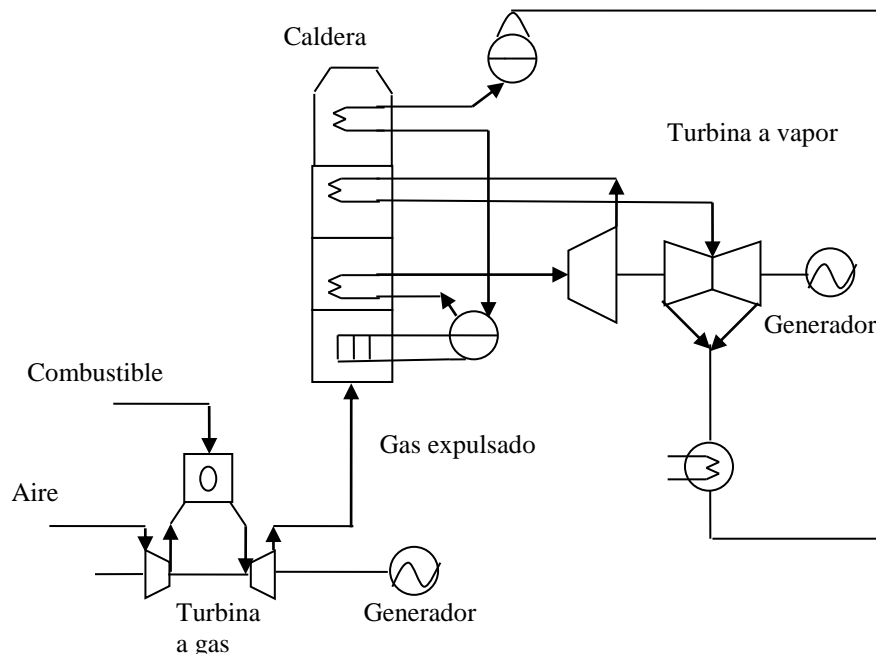
#### **3.2 Plantas térmicas de ciclo combinado.**

Las plantas de ciclo combinado se pueden clasificar según la configuración existente entre la turbina a gas y la turbina a vapor en tres grupos (Boissenin y Castanier, 1988), los cuales corresponden a:

- *Plantas con configuración estándar:* En estas plantas el gas producido como sub-producto de la turbina a gas es usado para mejorar las condiciones del vapor (presión y temperatura) utilizadas por la turbina a vapor. En este tipo de configuración la turbina a gas es la que cumple el principal rol en la producción de energía eléctrica.

- *Plantas con configuración de ciclos con bajo exceso de aire:* En este caso el gas generado en la turbina a gas provee de aire a la cámara de combustión de la caldera. En este caso a diferencia de la configuración estándar, el principal rol en la generación de electricidad corresponde a la turbina a vapor correspondiéndole entre el 80% y el 85% de la producción de energía.
- *Plantas con configuración con caldera suplementaria:* En este tipo de plantas, además de considerar el gas proveniente de la turbina a gas, se considera una caldera adicional encargada de aumentar la cantidad de vapor producido. En general, la eficiencia de este tipo de configuración es más baja que la eficiencia presentada por las plantas de configuración estándar. La ventaja de esta configuración es el hecho que presenta mayor flexibilidad en relación al combustible utilizado por la caldera adicional, que puede diferir del utilizado por la turbina a gas.

El desarrollo de la estrategia de control planteada en el presente trabajo esta basada en una planta de ciclo combinado con configuración estándar. Este hecho se debe a que este tipo de configuración es la más utilizada dentro de la industria, lo cual le confiere a los desarrollos encontrados un marco más amplio de aplicación. Un diagrama de una planta de ciclo combinado con configuración estándar se presenta en la Figura 3.1.



**Figura 3.1: Diagrama de una planta térmica de ciclo combinado con configuración estándar.**

La ventaja de este tipo de plantas es que utiliza las principales características de las etapas de alta temperatura y de baja temperatura del proceso de combustión. Este hecho se debe a que la turbina a gas tiene una alta eficiencia en la etapa de alta temperatura, mientras tanto que la turbina a vapor presenta un mejor desempeño en la etapa de baja temperatura.

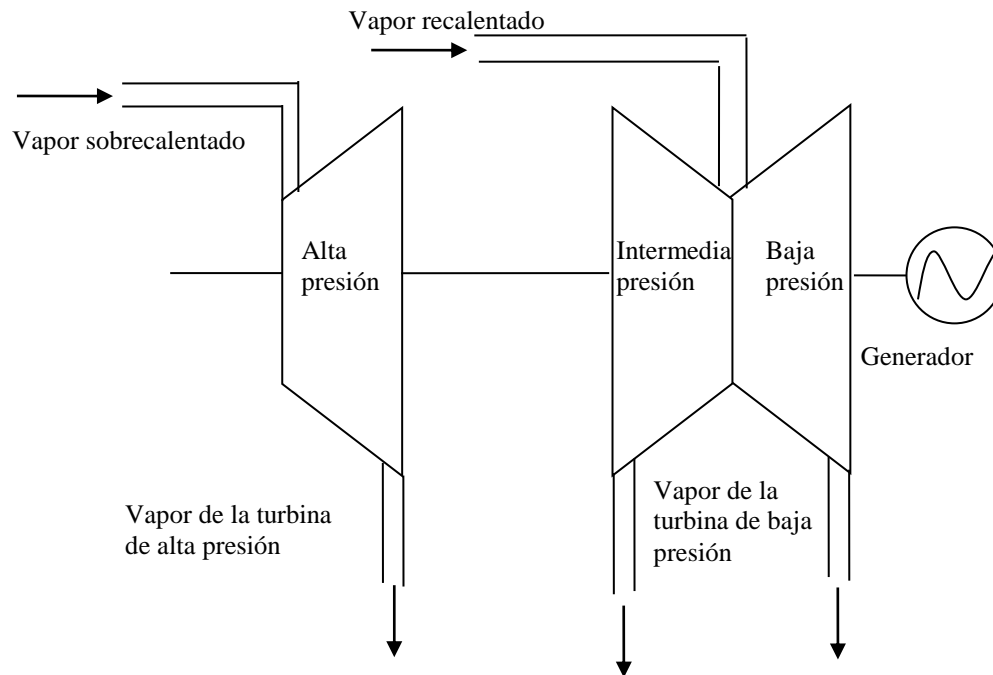
El funcionamiento general de la planta termoeléctrica mostrada en la figura anterior consiste en que el combustible y el aire producen una combustión dentro de la caldera a gas, la cual logra generar electricidad a través de un generador conectado a la turbina. Como sub-producto de la combustión se genera gas a una alta temperatura, el cual entra a la caldera donde la alta temperatura de este gas es utilizado para generar vapor, de una temperatura y presión determinada que sirve de entrada a la turbina a vapor, la cual genera electricidad a través de un generador conectado a ésta.

### ***3.3 Principales componentes de una planta térmica de ciclo combinado.***

El desarrollo de la estrategia de control supervisor presentada en este trabajo se realizara en base a un simulador de una planta de ciclo combinado. Luego se hace necesario describir los distintos componentes del simulador y sus principales variables de modelación.

#### **3.3.1 Turbina a vapor.**

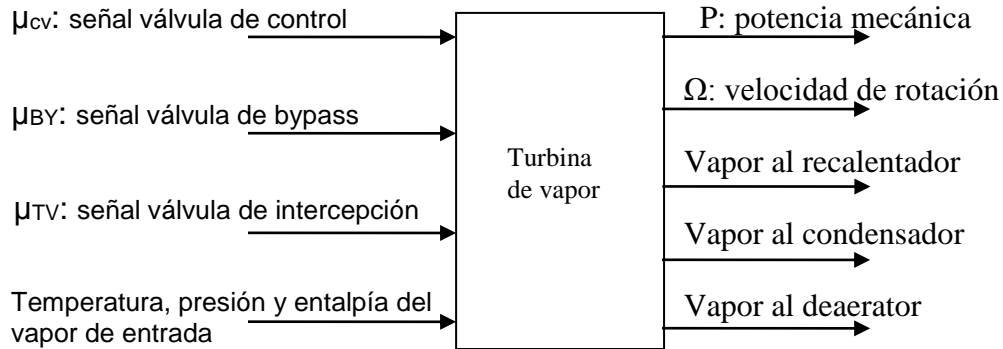
La turbina a vapor presenta por componentes principales un generador, una turbina de alta presión y una turbina de baja presión. En algunas ocasiones a este tipo de turbinas se les incorpora una turbina de presión media. Un diagrama de la turbina a vapor se presenta en la Figura 3.2.



**Figura 3.2: Diagrama de la turbina de vapor de una planta térmica de ciclo combinado.**

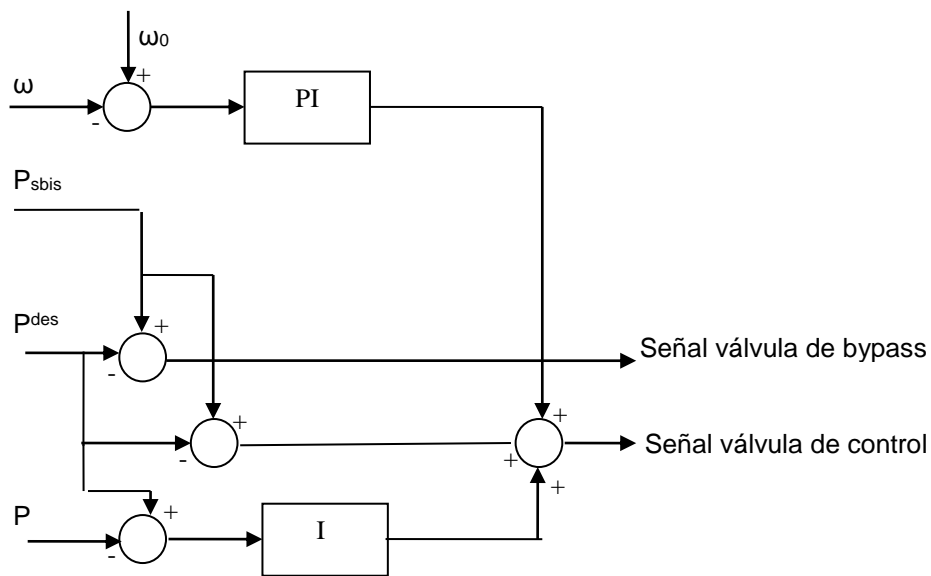
La turbina a vapor es una máquina que utiliza el vapor para transformar la energía potencial acumulada en su eje de rotación en energía eléctrica. En una primera etapa el vapor sobrecalentado entra a la turbina de alta presión mediante la válvula de acceso principal. Luego de esta etapa el vapor pasa al recalentador (reheater) de la caldera donde su temperatura vuelve a ser incrementada a una presión constante, debido a la disminución de temperatura sufrida en la etapa de alta presión. Posteriormente el vapor recalentado vuelve a la turbina de vapor para alimentar las etapas de media y baja presión. Por último el vapor resultante de estas etapas es devuelto al condensador.

Un esquema de las variables presentes en la turbina de vapor se presenta en la Figura 3.3.



**Figura 3.3: Esquema de variables presentes en la turbina de vapor de una planta térmica de ciclo combinado.**

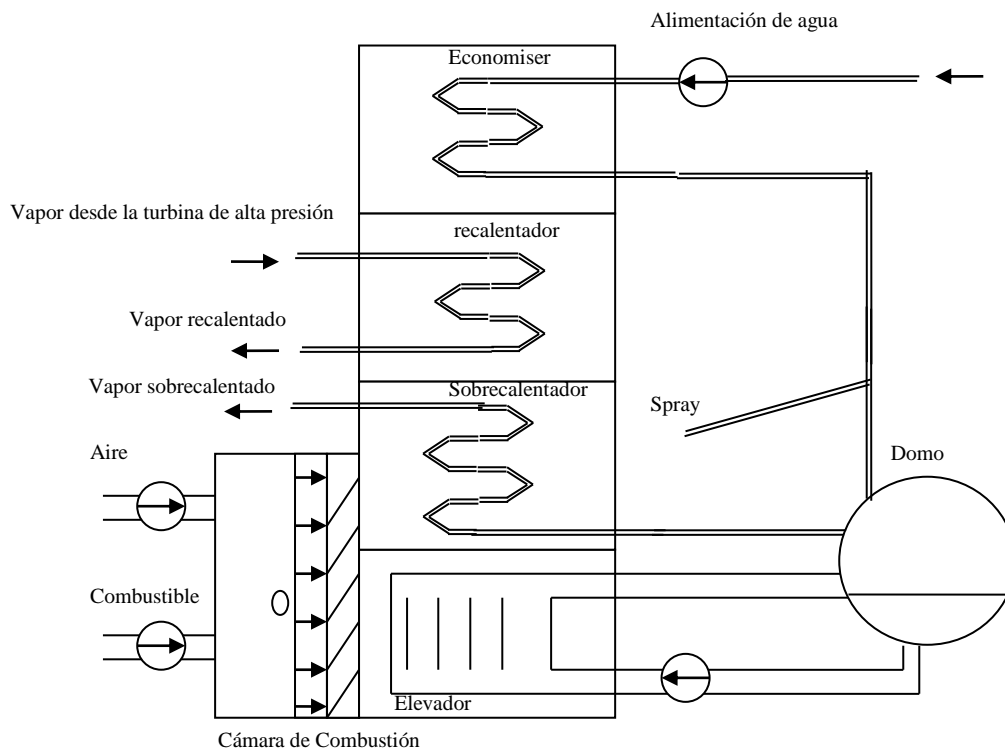
El sistema de control presente en la turbina a vapor es el encargado de controlar el generador y las válvulas de admisión a la turbina. Las entradas al controlador corresponden a la potencia y a la frecuencia de la electricidad producida, así como el vapor resultante de las distintas etapas de la turbina a vapor, en función de estas variables y de los valores de referencia deseados de las mismas variables, el sistema realimenta el error producido entre la variable y su referencia, de manera que mediante la multiplicación de este error por una constante y su respectiva integración (controlador PI), se calculan las señales de apertura o cierre de las válvulas de bypass y de control. El esquema de este controlador se muestra en la Figura 3.4.



**Figura 3.4: Esquema de control para la turbina de vapor de una planta térmica de ciclo combinado.**

### 3.3.2 Caldera.

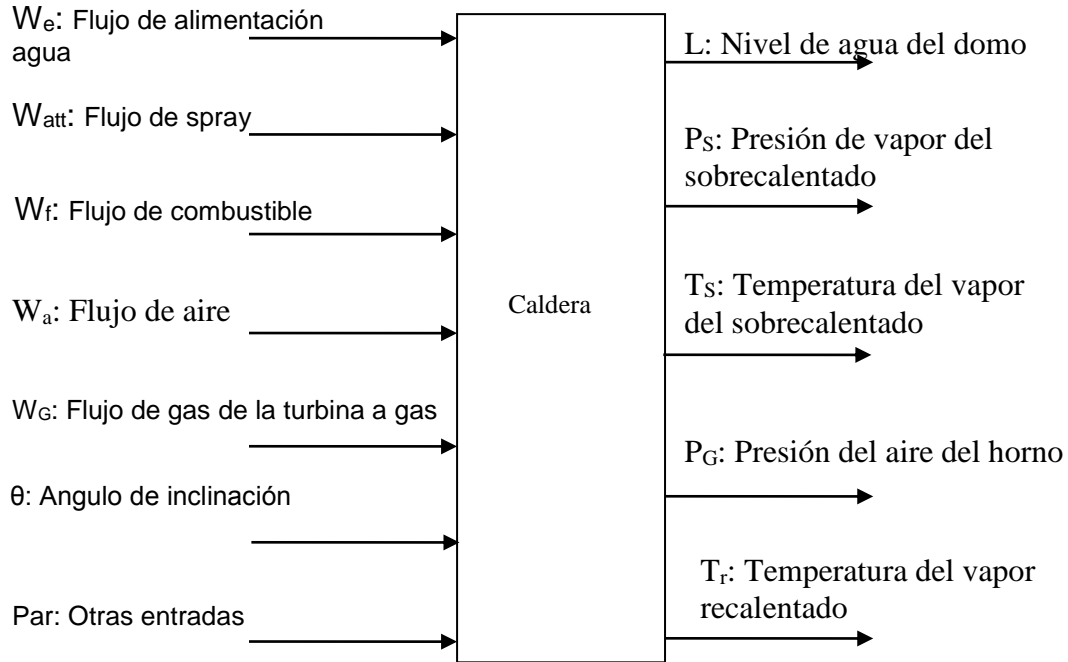
La caldera juega un rol fundamental en los equipos de potencia, y en particular en las plantas de ciclo combinado, donde se encarga de la producción de vapor. El funcionamiento de la caldera consiste en recolectar los gases producidos en la turbina a gas, de modo de aprovechar el calor presente en estos gases. En este sentido existen dos tipos de caldera, las que se diferencian en la presencia de un ciclo de combustión adicional que genere calor y contribuya a la producción de vapor, junto con el aporte de los gases de la turbina a gas, mediante el calentamiento del agua presente en el domo (drum). Un diagrama de la caldera y sus componentes se muestra la Figura 3.5.



**Figura 3.5: Diagrama de la caldera de una planta térmica de ciclo combinado.**

El esquema de funcionamiento típico de una caldera, consiste en un sistema de alimentación de agua hacia el domo (drum). Luego el domo envía agua al elevador (Risers), donde el calor producido por el horno (furnace) eleva la temperatura del agua en el elevador (Risers) produciendo vapor de agua, el cual regresa al domo. El vapor proveniente de la turbina de alta presión es enviado al recalentador (reheater) y al sobrecalentador (superheater), con objeto de

aumentar su contenido calorífico. La temperatura del vapor recalentado y sobrecalentado es regulado mediante la incorporación de agua por un sistema de spray. Un esquema de las variables presentes en la caldera se presenta en la Figura 3.6.



**Figura 3.6: Esquema de variables presentes en la caldera de una planta térmica de ciclo combinado.**

El sistema de control presente en la caldera es el encargado de administrar las válvulas que controlan los flujos de las variables de entrada flujo de combustible ( $W_f$ ), flujo de agua ( $W_e$ ), flujo de aire al horno ( $W_A$ ), flujo del spray de agua ( $W_{at}$ ), ángulo de inclinación ( $\theta$ ). El sistema de control de la caldera es un controlador PI, donde el error cometido entre las variables de salida, presión de vapor sobrecalentado ( $P_S$ ), nivel de agua del domo ( $L$ ), presión del aire del horno ( $P_G$ ), temperatura del vapor sobrecalentado ( $T_S$ ), temperatura del vapor recalentado ( $T_r$ ), y sus respectivas referencias es amplificado e integrado con objeto de calcular la apertura de las válvulas que controlan el flujo de las variables de entrada. En la Figura 3.7, se muestra el esquema de control de la caldera.

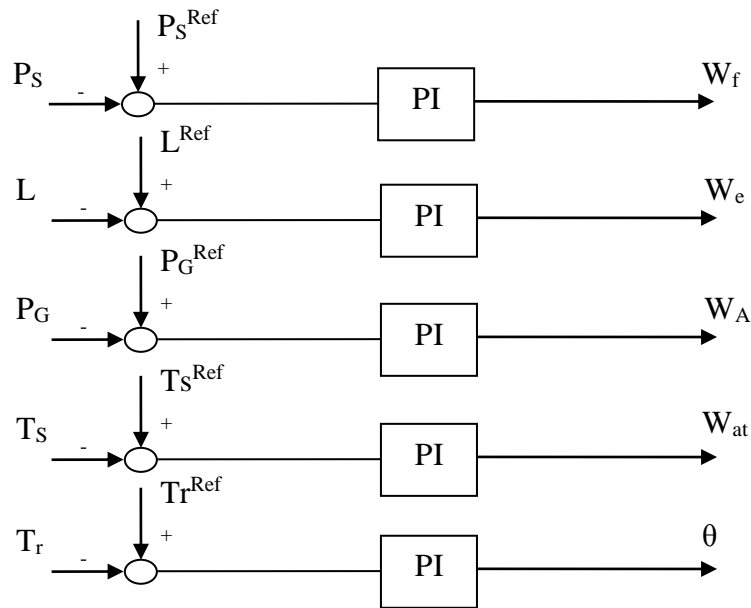


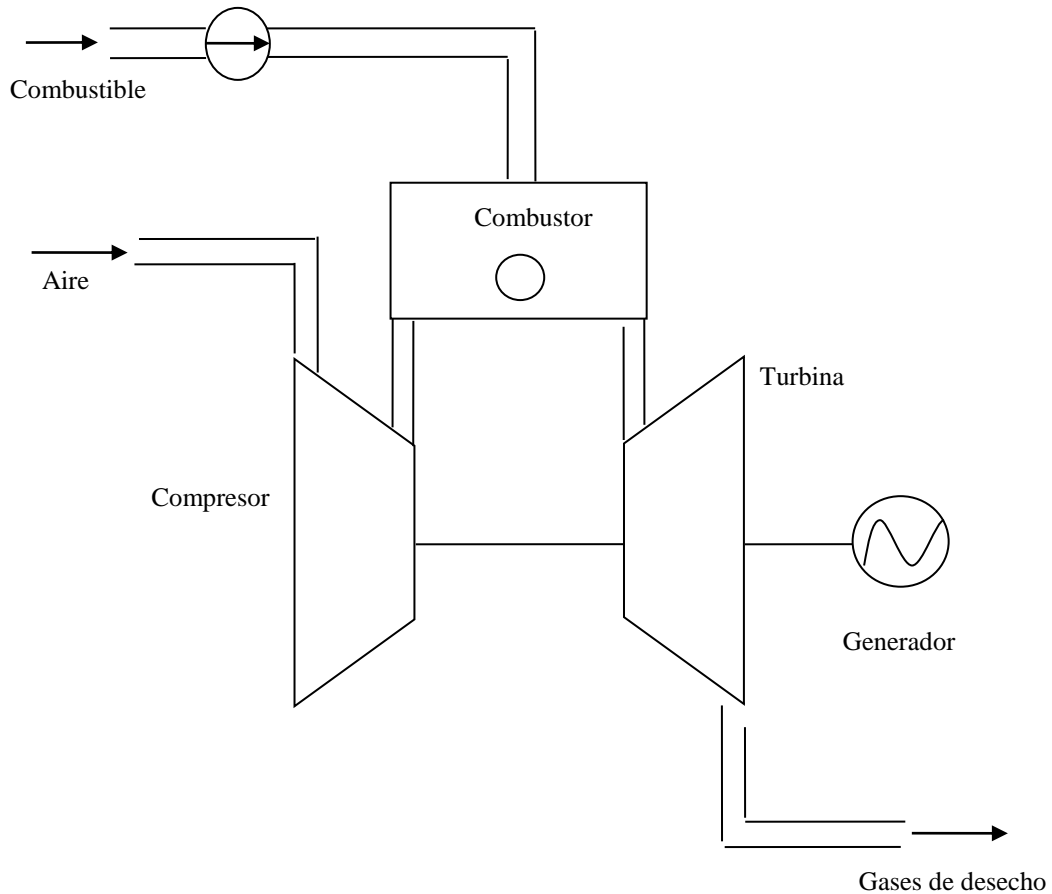
Figura 3.7: Esquema de control para la caldera de una planta térmica de ciclo combinado.

### 3.3.3 Turbina a gas.

La turbina a gas tiene por objetivo la producción de energía eléctrica mediante la combustión de gas. Los principales componentes de la turbina a gas corresponden al compresor que tiene por objetivo proveer de aire y combustible, además posee 3 niveles de turbinas, ductos de evacuación de gases y un sistema de refrigeración.

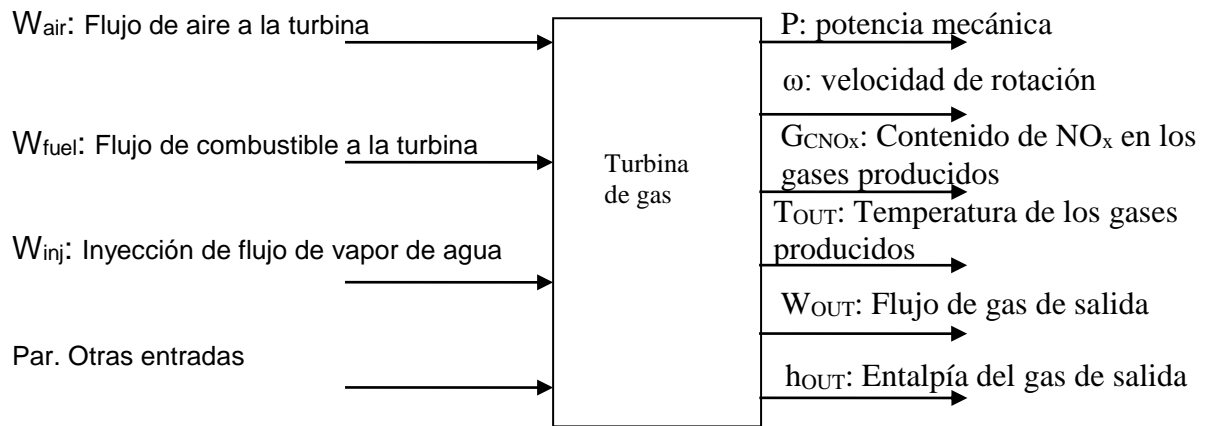
En la actualidad, las turbinas a gas producen potencia eléctrica en torno a los 200 [MWatt], y gases de desecho con una temperatura de 550°C, lo cual permite utilizar estos gases para la generación de energía eléctrica por parte de la turbina a vapor. En la Figura 3.8, se muestra un esquema de la turbina a gas.





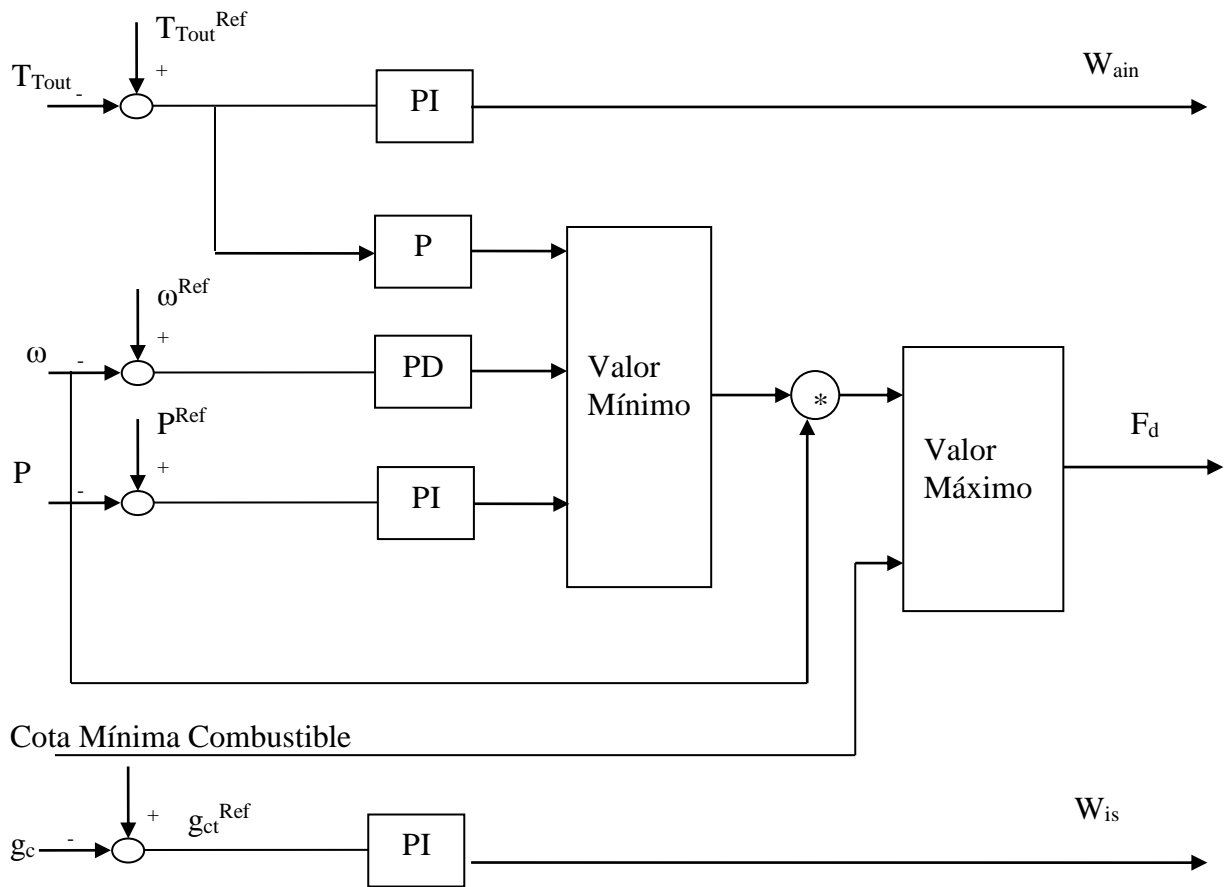
**Figura 3.8: Diagrama de la turbina a gas de una planta térmica de ciclo combinado.**

El aire a la presión atmosférica entra al compresor de la turbina a gas. En el compresor el aire es comprimido, de manera de generar mejores condiciones de combustión. El aire comprimido es mezclado con el combustible en la cámara de combustión. Los gases resultantes de la combustión expanden la turbina para producir la potencia mecánica, la cual es transformada por el generador en energía eléctrica. Las principales variables presentes en la turbina a gas se muestran en la Figura 3.9.



**Figura 3.9:** Esquema de variables presentes en la turbina a gas de una planta térmica de ciclo combinado.

El sistema de control utilizado por la turbina a gas es el encargado de regular la turbina y su generador. Este sistema de control está constituido por la combinación de varios controladores PID, que amplifican, integran y derivan el error cometido entre las variables de salida y su valor de referencia. Luego de este procedimiento las señales obtenidas se mezclan y se obtiene el mínimo o el máximo de la señal generada por la combinación de las restantes señales. Un esquema simplificado del sistema de control se muestra en la Figura 3.10.



**Figura 3.10: Esquema de control para la turbina a gas de una planta térmica de ciclo combinado.**

Donde,  $P$  corresponde a la potencia producida por la turbina,  $\omega$  corresponde a la frecuencia del generador,  $T_{\text{Tout}}$  corresponde a la temperatura de los gases producidos por la turbina,  $g_c$  corresponde al contenido de  $\text{NO}_x$  de los gases,  $F_d$  corresponde al flujo de combustible,  $w_{\text{ain}}$  corresponde al flujo de aire que entra al compresor,  $w_{\text{is}}$  corresponde al flujo de ingreso de vapor de agua.

### **3.4 Modelación y simulación de la caldera de una planta térmica de ciclo combinado.**

El análisis de las distintas estrategias de control planteadas para la caldera de una central de ciclo combinado, requiere de múltiples pruebas que son imposibles de realizar en plantas reales, debido a los altos costos que esto podría involucrar. Por lo cual se hace necesario la realización de pruebas mediante simulación de la caldera de una central termoeléctrica, y de este modo validar

los resultados obtenidos. A continuación se describen diferentes criterios de modelación para la caldera de una central termoeléctrica, y su aplicación al diseño de estrategias de control supervisor.

### **3.4.1 Modelos de simulación para la caldera.**

En la literatura existen distintos tipos de simuladores para la caldera de una central de ciclo combinado basado en las ecuaciones fenomenológicas de los procesos, los que se diferencian en el nivel de complejidad. Dentro de estos se destacan los modelos de Cori y Busi (1977), y McDonald y Kwany (1970), los cuales consisten en más de 10 ecuaciones diferenciales y más de 100 ecuaciones no lineales estáticas.

Además, existen modelos específicos para la medición de la eficiencia o para el control de una de las variables de la planta real. En estos modelos se eliminan muchas de las variables y ecuaciones que utilizan los modelos complejos (Astrom y Bell (1980), y De Mello (1991)). Entre estos modelos complejos y simplificados, existe una clase de modelos que logran una mejor aproximación de la dinámica del comportamiento de la planta real que los modelos específicos. En estos modelos intermedios destacan Nicholson (1964), Rhine y Tucker (1991), de Jager (1995), y recientemente Astrom y Bell (2000).

A continuación, se describen los principales supuestos aplicados al simulador de la caldera a utilizar.

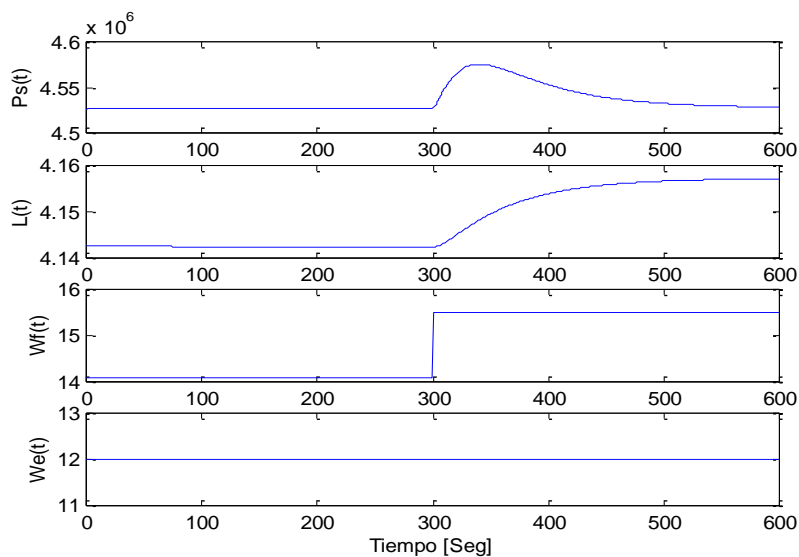
- Un modelo dinámico con sólo las derivadas de las variables son consideradas.
- Aproximaciones polinomiales basadas en las tablas de gases son utilizadas para establecer la relación entre las variables entalpía, densidad, temperatura y presión del vapor.
- El vapor sobrecalentado y los gases producidos en el horno son considerados como gases ideales.
- Los flujos de los fluidos son considerados constantes mediante la aplicación de bombas.

- Las ecuaciones que describen los flujos másicos utilizados por el elevador y el recalentador son modelados como ecuaciones de primer orden.

### 3.4.2 Simulador de la caldera basado en MATLAB®-Simulink®.

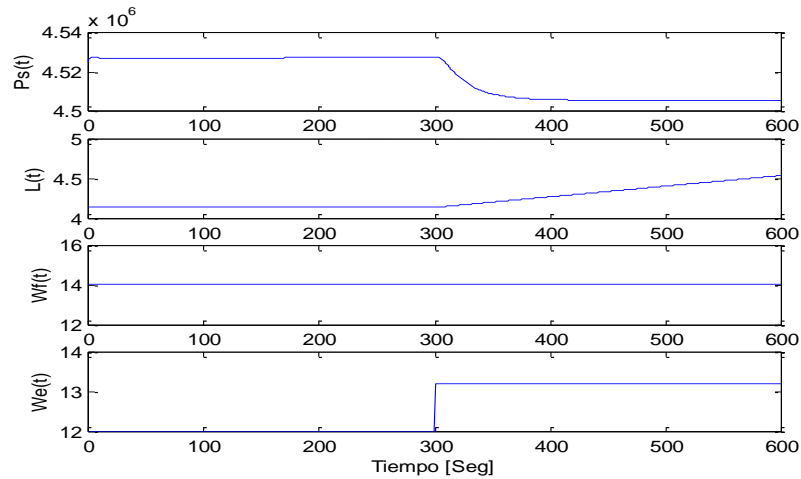
El modelo del simulador de la caldera fue desarrollado para una planta de ciclo combinado de 45 [MWatt], consistente de una caldera, una turbina a vapor de 11 [MWatt], y una turbina a gas de 34 [MWatt]. El modelo y sus parámetros fueron adaptados a partir del trabajo de Ordys (1994). El simulador consiste de 34 ecuaciones diferenciales y más de 100 ecuaciones algebraicas. El periodo de muestreo es de 10 [Seg] debido a que tiempos de muestreos superiores impiden que los sistemas de control respondan adecuadamente frente a perturbaciones externas, a su vez tiempos de muestreo inferiores impiden la implementación de los algoritmos de control. El simulador presenta como rutina de integración Runge-Kutta de quinto orden.

En la Figura 3.11 se muestra la respuesta del simulador de la caldera para las variables presión del vapor sobrecalentado ( $P_s$ ) y el nivel del agua ( $L$ ), frente a un cambio de un 10% en el flujo de combustible ( $W_f$ ).



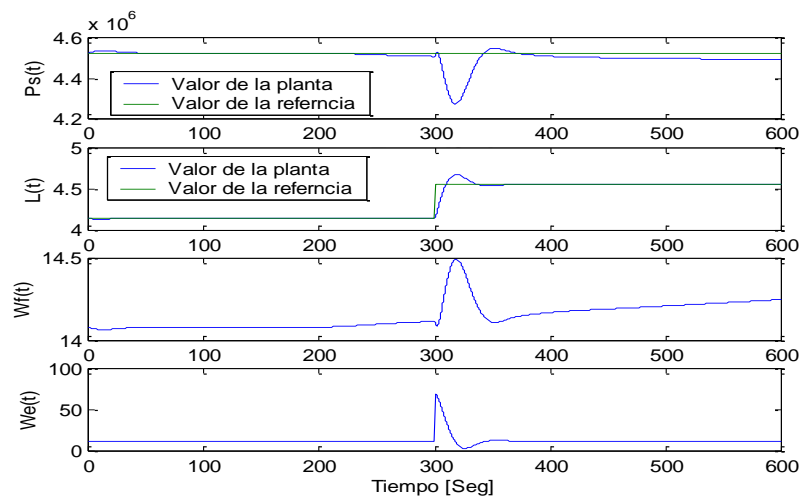
**Figura 3.11: Respuesta del simulador de la caldera de una central térmica de ciclo combinado, frente a un escalón en el flujo de combustible del 10%.**

Luego, en la Figura 3.12 se muestra la respuesta del simulador de la caldera para las variables presión del vapor sobrecalentado ( $P_s$ ) y el nivel del agua ( $L$ ), frente a un cambio de un 10% en el flujo de agua ( $W_e$ ).



**Figura 3.12: Respuesta del simulador de la caldera de una central térmica de ciclo combinado, frente a un escalón en el flujo de agua del 10%.**

Por último, en la Figura 3.13 se muestra la respuesta del simulador de la caldera con un sistema de control basado en PI, cuyas constantes proporcional e integral para la variable  $P_s$  corresponden a  $1.5 \times 10^{-5}$  y  $10^{-6}$ , respectivamente, y para la variable  $L$  corresponden a 10 y 1, respectivamente. La respuesta del sistema se observó frente a un cambio de un 10% en la referencia de la variable nivel de agua.



**Figura 3.13: Respuesta del simulador de la caldera de una central térmica de ciclo combinado, frente a la acción de un controlador del tipo PI.**

Estos resultados dados en la Figura 3.13, muestran el adecuado funcionamiento del simulador; entregando curvas similares a los que se podrían obtener en una planta real.

## **4. Control Supervisor.**

### **4.1 Introducción.**

En la actualidad, la mayoría de los procesos industriales constan de sistemas de control regulatorios capaces de llevar la salida de una planta determinada a un valor de referencia deseado. Sin embargo, la principal desventaja de estos sistemas de control es que no permiten incorporar las restricciones propias de los sistemas reales, como son las limitaciones físicas que presentan los distintos instrumentos de control, como por ejemplo las válvulas con sus cotas de apertura o flujos finitos. Además, los sistemas de control convencional no incorporan criterios económicos, ambientales u operacionales en su accionar, lo cual en algunos casos se hace necesario cuando existen mercados competitivos, donde lo que prima es la reducción de costos, o en aquellos países donde existe una adecuada legislación medioambiental se hace necesario privilegiar criterios ambientales. Las desventajas anteriormente enunciadas pueden ser abordadas mediante una estrategia de control del tipo predictivo supervisor. El control supervisor mantiene la estructura regulatoria presente en la planta y sólo agrega una elección óptima de las referencias utilizadas por el sistema de control convencional, lo cual lo califica como un sistema de control de bajo costo de implementación, por lo cual se hace muy atractivo en la actualidad.

El desarrollo de estrategias de control supervisor se encuentra en un estado básico comprendido principalmente por el desarrollo de estructuras lineales que realizan la modelación de los procesos que generalmente son altamente no lineales. En este sentido se encuentra, la publicación “Optimal set-point scheduling in a boiler-turbine system” (Dieck-Assad y Masada, 1987), donde se plantea la determinación de set-point para modelos lineales en estado estacionario y dinámico, de la caldera y turbina de una central termoeléctrica. La publicación “Optimisation of set-point transition in combined cycle power plants using predictive control techniques” (Ordys, Pike y Johnson, 1995), aborda el tema de la determinación de los set- point óptimos para una planta de ciclo combinado mediante el control predictivo generalizado basado en modelos lineales, de modo de reducir el transiente y las sobreoscilaciones presentes en la respuesta de la planta. La publicación “Economic optimal control of grinding-flotation plants” (Cipriano, Muñoz y Quezada, 1995), donde se describe un sistema de supervisión, control y optimización para una planta de concentrado de mineral, cuyo objetivo es maximizar la ganancia proveniente del refinamiento del cobre y reducir los costos de operación de la planta de filtrado y flotación de



mineral. En la publicación “Set Point optimization in multivariable constrained predictive control” (Prada y Valentin, 1996), se plantea la determinación de set points óptimos en función de un índice económico, esto se realiza mediante un control predictivo generalizado basado en modelos lineales multivariables que consideren las restricciones físicas de una planta no lineal. Los trabajos “Nonlinear Control of constrained linear systems via predictive reference management” ( Bemporad, Casavola y Mosca, 1997), y “ Fast reference governors for systems with state and control constraints and disturbance inputs” (Gilbert y Kolmanovsky, 1999) plantean la incorporación al sistema de lazo cerrado constituido de la planta y su controlador , un dispositivo no lineal denominado command governor (CG) que seleccione en cada momento las referencias optimas, que respeten las restricciones del sistema y que minimicen una función objetivo del tipo cuadrática.

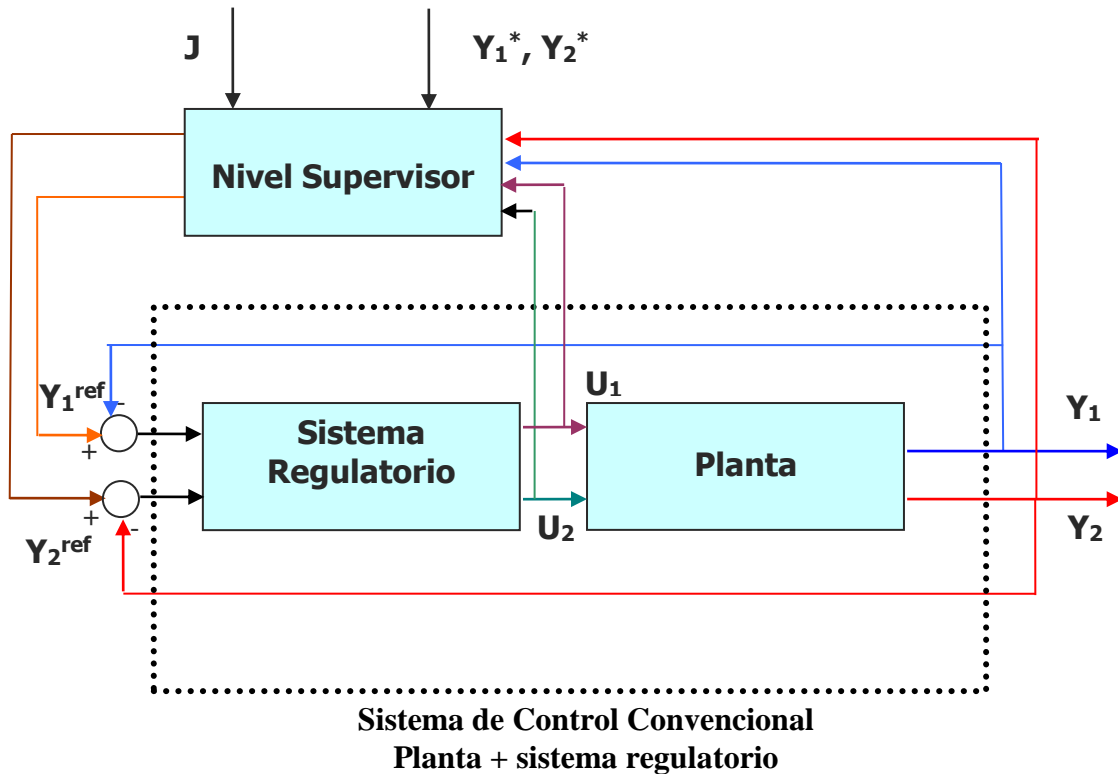
Uno de los aspectos que presenta el mayor desarrollo en la actualidad corresponde a la teoría de control predictivo, donde se destacan avances en los algoritmos que encuentran soluciones globales de sistemas sujetos a restricciones de carácter no lineal. Un ejemplo de estos avances se ve reflejado en el trabajo de Cipriano en 1995 en el cual se desarrolla una optimización económica para calcular la trayectoria óptima para el control supervisor y el sistema regulatorio de una planta de concentrado de mineral.

En los últimos años se han llevado a cabo desarrollos enfocados a la realización de modelación no lineal mediante lógica difusa como lo muestra el trabajo “Optimisation Of Industrial Processes At Supervisory Level.” (Saez, Cipriano y Ordys, 2000). En este trabajo se realiza una estrategia de control supervisor para la caldera de una planta de ciclo combinado basado en modelación difusa, que incorpora criterios económicos en su función objetivo.

## ***4.2 Planteamiento del problema.***

La estrategia de control supervisor determina en cada momento el valor óptimo de la referencia, utilizado por el sistema regulatorio. La elección de la referencia óptima queda determinada por la minimización de una función objetivo sujeto a restricciones de igualdad y desigualdad que permiten modelar la realidad del proceso.

En la Figura 4.1, se muestra un esquema de funcionamiento del control supervisor basado en modelos multivariables.



**Figura 4.1: Esquema de control supervisor.**

El control supervisor entrega de las referencias ( $Y_1^{\text{ref}}$ ,  $Y_2^{\text{ref}}$ ) encontradas a partir de la minimización de la función objetivo ( $J$ ). Como entrada a este control supervisor se encuentran las salidas de la planta ( $Y_1$ ,  $Y_2$ ), valores de referencia externas ( $Y_1^*$ ,  $Y_2^*$ ) en torno a los cuales se quiere oscilen los valores de referencia entregados por el control supervisor, y las entradas calculadas por el sistema regulatorio ( $U_1$ ,  $U_2$ ). Las referencias entregadas por el control supervisor son utilizadas por el sistema regulatorio para controlar la planta.

### 4.2.1 Función objetivo.

La función objetivo utilizada por el control supervisor planteado en este trabajo, corresponde a una función objetivo para sistemas dinámicos donde se consideran horizontes de predicción ( $N$ ).

La estructura de la función corresponde a:

$$J = \lambda_1 \sum_{i=1}^N (\widehat{Y}_1(t+i) - Y_1^*)^2 + \lambda_2 \sum_{i=1}^N (\widehat{Y}_2(t+i) - Y_2^*)^2 + \lambda_3 \sum_{i=1}^N \Delta U_1(t+i-1)^2 + \lambda_4 \sum_{i=1}^N \Delta U_2(t+i-1)^2 + \sum_{i=1}^N C_{U_1} \cdot U_1(t+i-1) + \sum_{i=1}^N C_{U_2} \cdot U_2(t+i-1)$$

**Ecuación 4.10**

Donde  $\widehat{Y}_1(t+i)$ ,  $\widehat{Y}_2(t+i)$  corresponden a las predicciones en el instante  $t+i$  de las variables de salida  $Y_1$ ,  $Y_2$ , estas predicciones se basan en los modelos desarrollados de la planta que consideran la información disponible hasta el instante  $t$ . Los términos  $(\widehat{Y}_1(t+i) - Y_1^*)$ ,  $(\widehat{Y}_2(t+i) - Y_2^*)$  de la función objetivo se asocian al objetivo regulatorio que busca que las referencias calculadas por el control supervisor oscilen en torno a un valor de referencia externo  $Y_1^*$ ,  $Y_2^*$ . Además, se tiene que  $U_1(t+i-1)$ ,  $U_2(t+i-1)$  representan las entradas en el instante  $t+i-1$ , este término se asocia a la minimización de los costos de las variables de entrada. A su vez  $\Delta U_1(t+i-1)$ ,  $\Delta U_2(t+i-1)$  representan los incrementos de las entradas  $U_1$ ,  $U_2$  en el instante  $t+i-1$ , este término representa la minimización de la energía utilizada para el control de la planta, y difiere del término asociado a la minimización de los costos producto de que este término busca que los valores de entrada no experimenten cambios bruscos en su evolución. Por último, los parámetros  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ ,  $\lambda_4$  representan los pesos asociados a la prioridad que se le asigna a cada término de la función objetivo,  $N$  representa el horizonte de predicción que depende del tiempo de reacción del proceso,  $C_{U_1}$ ,  $C_{U_2}$  representan los costos asociados a las entradas al sistema  $U_1$ ,  $U_2$ .

## 4.2.2 Modelación del proceso.

La modelación del proceso es uno de los componentes principales del control supervisor, puesto que basado en estos modelos se realizan las predicciones de las variables de salida  $Y_1$ ,  $Y_2$  que conforman los términos de control regulatorio presentes en la función objetivo. Debido a esto se tiene que entre mejor es la modelación del proceso mejores son los resultados obtenidos por el control supervisor. Por lo cual se hace necesario la utilización de sistemas de modelación no lineales como lo constituyen las redes neuronales, que presenten un mejor grado de adaptación a sistemas que son altamente no lineales como la caldera de una central de ciclo combinado.

En el presente trabajo, se utilizarán tanto modelos lineales como no lineales para la modelación del sistema constituido por la caldera, con objeto de comparar las mejoras obtenidas por las distintas formas de modelación. A continuación, se describen las formas de modelación lineal y no lineal utilizadas.

### 4.2.2.1 Modelación lineal del proceso.

En la modelación lineal del proceso se utilizarán modelos de la forma CARIMA (Controlled Auto-regressive and Moving-average), producto de que estos tipos de modelos aproximan de mejor forma los procesos industriales con perturbaciones estacionarias (Clarke, 1987). Un modelo CARIMA para sistemas multi-variables se muestra en la Ecuación 4.2.

$$A(q^{-1}) \cdot Y(t) = B_1(q^{-1}) \cdot U_1(t) + B_2(q^{-1}) \cdot U_2(t) + \frac{e(t)}{\Delta}$$

**Ecuación 4.2**

Donde,  $q^{-1}$  corresponde al operador retardo, de manera que dada una variable  $x(t)$  a la cual se le aplica el operador retardo se transforma en  $x(t-1)$ . El polinomio  $A(q^{-1})$  determina los regresores de la variable de salida que son considerados en la modelación, y es de la forma  $A(q^{-1}) = 1 + a_1 \cdot q^{-1} + \dots + a_{n_a} \cdot q^{-n_a}$  con  $n_a$  el número de regresores de la variable de salida. Los polinomios  $B_1(q^{-1}), B_2(q^{-1})$  representan los regresores de las variables de entrada

$U_1, U_2$  que son utilizados en la modelación, estos polinomios son de la forma  $B_1(q^{-1}) = b_{11} \cdot q^{-1} + \dots + b_{n_{b_1}} \cdot q^{-n_{b_1}}$ ,  $B_2(q^{-1}) = b_{12} \cdot q^{-1} + \dots + b_{n_{b_2}} \cdot q^{-n_{b_2}}$  con  $n_{b_1}$  y  $n_{b_2}$  el número de regresores asociados a  $U_1$  y  $U_2$  respectivamente. El término  $\Delta$  representa el incremento de una variable dada, y se puede expresar matemáticamente por  $\Delta = 1 - q^{-1}$ . Por último, el término  $e(t)$  representa un ruido blanco de media cero.

#### 4.2.2.2 Modelación neuronal del proceso.

La modelación no lineal del proceso se realiza mediante redes neuronales del tipo perceptrón multicapa con una capa oculta con función de activación tangente hiperbólica y una capa de salida con función de activación lineal. Este tipo de modelos se escogió producto de sus propiedades como aproximador universal. Los modelos neuronales serán del tipo NARX, con entradas constituidas por las variaciones de las variables relevantes para el proceso, esto con objeto de hacer comparables los resultados de la modelación no lineal con la modelación CARIMA utilizada en la modelación lineal. Debido a que la modelación CARIMA puede ser transformada en modelos del tipo ARX mediante la aplicación del operador  $\Delta$ , luego el modelo mostrado en la Ecuación 4.2 se transforma en el modelo mostrado en la Ecuación 4.3.

$$A(q^{-1}) \cdot \Delta Y(t) = B_1(q^{-1}) \cdot \Delta U_1(t) + B_2(q^{-1}) \cdot \Delta U_2(t) + e(t)$$

**Ecuación 4.3**

Donde,  $\Delta Y(t)$ ,  $\Delta U_1(t)$ ,  $\Delta U_2(t)$  corresponden a las variaciones en el instante  $t$  de la salida de la planta  $Y$ , de la entrada  $U_1$ , y de la entrada  $U_2$ , respectivamente. Luego, un modelo NARX para modelación multi-variable no lineal se muestra en la Ecuación 4.4.

$$\Delta Y(t) = f(\Delta Y(t-1), \dots, \Delta Y(t-N_a), \Delta U_1(t-1), \dots, \Delta U_1(t-N_{b_1}), \Delta U_2(t-1), \dots, \Delta U_2(t-N_{b_2})) + e(t)$$

**Ecuación 4.4**

Donde,  $\Delta Y(t-i)$  corresponde a la variación de la salida de la planta  $Y$  en el instante  $t-i$ , y viene dada por  $\Delta Y(t-i) = Y(t-i) - Y(t-i-1)$ .  $\Delta U_1(t-i)$  y  $\Delta U_2(t-i)$  corresponden a las variaciones de las entradas  $U_1$  y  $U_2$  en el instante  $t-i$ , y vienen dadas por  $\Delta U(t-i) = U(t-i) - U(t-i-1)$ ,  $e(t)$  corresponde a las perturbaciones representadas por ruido blanco de media nula. Por último,  $f$  corresponde a la red neuronal definida en la Ecuación 4.5.

$$\Delta Y(t) = f \left( \underbrace{\Delta Y(t-1), \dots, \Delta Y(t-N_a), \Delta U_1(t-1), \dots, \Delta U_1(t-N_{b_1}), \Delta U_2(t-1), \dots, \Delta U_2(t-N_{b_2})}_x \right)$$

$$\Delta Y(t) = \sum_{i=1}^{N_N} W_i^2 \cdot \left( \tanh \left( \sum_{j=1}^{N_I} W_{ji}^1 \cdot X_j + B_i^1 \right) \right) + B^2$$

**Ecuación 4.5**

A pesar de la gran capacidad de modelación de las redes neuronales de sistemas no lineales, lo que constituye una ventaja para el control supervisor, presenta el inconveniente que una estrategia de control supervisor neuronal consume una gran cantidad de recursos computacionales, debido a que la determinación de las referencias requiere de la optimización de una función objetivo sujeta a restricciones no lineales. Por lo cual los algoritmos de optimización realizan estimaciones del gradiente de la función objetivo y de las restricciones, utilizando una gran cantidad de recursos computacionales. Frente a la problemática planteada por la modelación neuronal convencional, se plantea una estrategia de modelación neuronal que conserva las características de la modelación neuronal convencional, pero con un costo computacional similar al de una estrategia de control lineal, este tipo de modelación se conoce como linealización instantánea, y se describe a continuación.

#### **4.2.2.3 Modelación neuronal por linealización instantánea del proceso.**

La modelación de sistemas no lineales mediante el principio de linealización no sólo se limita a la modelación neuronal, sino que es un principio aplicado a una gran gama de técnicas de modelación no lineal, esto debido a la simplicidad en la aplicación de la linealización a sistemas no lineales y a la gran cantidad de sistemas a los que puede ser aplicado.

En relación al principio de linealización aplicado a la modelación y control neuronal existe una gran cantidad de publicaciones, dentro de las cuales destacan Xu (1991), Tzirkel-Hancock y Falside (1992), Sanner y Slotine (1992), Jin (1992), Yesildirek y Lewis (1994), y Jagannathan y Lewis (1996). El factor común de todas estas publicaciones es que los modelos considerados son continuos, en donde la linealización juega un rol en la adaptación de las leyes de ajuste de los pesos de una red neuronal. En el área de modelación discreta las publicaciones son menos numerosas que en el caso continuo, donde destaca Chen y Khalil (1991) con una aplicación del principio de linealización al control adaptivo.

El principio de linealización aplicado a la modelación neuronal se basa en la determinación de modelos lineales para un proceso dado, a partir de la red neuronal que lo modela. Los modelos lineales utilizados se obtienen de la determinación de un desarrollo en serie de Taylor de 1<sup>er</sup> orden de la red neuronal.

Dada una red neuronal que modela un proceso dado, cuya arquitectura corresponde al tipo perceptron multicapa (anexo A.3) , constituida por una capa oculta con función de activación tangente hiperbólica y una capa de salida con función de activación lineal, cuyas entradas corresponden a variaciones de las variables de entrada, la cual queda representada por la Ecuación 4.5.

Donde,  $X_j$  representa la entrada  $j$ ,  $W_{ji}^1$  representa el peso asociado a la entrada  $j$  de la neurona  $i$  de la capa oculta,  $B_i^1$  corresponde al desfase asociado a la neurona  $i$  de la capa oculta,  $W_i^2$  representa el peso de la neurona  $i$  de la capa de salida,  $B^2$  representa el desfase asociado a la neurona de la capa de salida,  $N_N$  representa el numero de neuronas de la capa oculta,  $N_I$  representa el numero de entradas a la red neuronal.

Dada la expresión matemática de la red neuronal (Ecuación 4.5) se tiene que la expresión de la derivada de la red neuronal con respecto a la entrada  $X_j$ , corresponde a:

$$\frac{\partial \Delta Y(t)}{\partial X_j} = \frac{\partial f}{\partial X_j} = \sum_{i=1}^{N_N} W_i^2 \cdot \left( 1 - \left( \text{Tanh} \left( \sum_{j=1}^{N_I} W_{ji}^1 \cdot X_j + B_i^1 \right) \right)^2 \right) \cdot W_{ji}^1$$

**Ecuación 4.6**

Realizando una expansión en serie de Taylor de 1<sup>er</sup> orden de la red neuronal, se tiene el siguiente modelo lineal.

$$\Delta Y(t) = f(X_0) + \sum_{j=1}^{N_I} \left( \frac{\partial f(X_1, \dots, X_j, \dots, X_{N_I})}{\partial X_j} \Bigg|_{X_0} \right) \cdot (X_j - X_{j0})$$

**Ecuación 4.7**

Donde,  $X_0$  representa las entradas conocidas hasta el instante  $t$ .

Luego, el principio de linealización instantánea plantea que el modelo neuronal puede ser reemplazo en cada instante por un modelo lineal basado en la información conocida hasta ese instante. En un modelo lineal se produce una reducción en los costos computacionales asociados a la optimización de una función objetivo.

### **4.2.3 Modelación del sistema regulatorio.**

La estrategia de control supervisor propuesta presenta la característica, como se menciono anteriormente, de mantener intacto el sistema regulatorio de la planta, por lo cual este sistema determina la relación existente entre las referencias óptimas calculadas por el control supervisor y las entradas aplicadas a la planta. Debido a esto se hace necesario la adecuada modelación del sistema regulatorio, al igual que la modelación del proceso, juega un rol determinante en la eficiencia de los resultados obtenidos por el control supervisor.

La representación general del sistema regulatorio que se utilizará en el presente trabajo, se muestra en la Ecuación 4.11.

$$A_c(q^{-1}) \cdot U(t) = B_{c_r}(q^{-1}) \cdot Y^{ref}(t) + B_{c_y}(q^{-1}) \cdot Y(t)$$

**Ecuación 4.11**



Donde,  $A_c(q^{-1})$  representa el polinomio de regresores utilizados en la modelación de la salida del sistema regulatorio que corresponde a la entrada de la planta  $U$ , y es de la forma  $A_c(q^{-1}) = 1 + a_{c_1} \cdot q^{-1} + \dots + a_{c_{n_a}} \cdot q^{-c_{n_a}}$  con  $c_{n_a}$  el número de regresores asociados a la variable  $U$ . El polinomio  $B_r(q^{-1})$  representa los términos asociados a los regresores de las referencias calculadas por el control supervisor, y es de la forma  $B_r(q^{-1}) = b_{c_r} + b_{c_{r_1}} \cdot q^{-1} + \dots + b_{c_{r_{n_b}}} \cdot q^{-c_{r_{n_b}}}$  con  $c_{r_{n_b}}$  el número de regresores de la referencia para  $Y$  utilizados. Por último,  $B_y(q^{-1})$  representa los términos asociados a los regresores de salida de la planta  $Y$ , y es de la forma  $B_y(q^{-1}) = b_{c_y} + b_{c_{y_1}} \cdot q^{-1} + \dots + b_{c_{y_{n_b}}} \cdot q^{-c_{y_{n_b}}}$  con  $c_{y_{n_b}}$  el número de regresores de la salida de la planta  $Y$  utilizados.

### **4.3 Algoritmos de solución para el control supervisor.**

#### **4.3.1 Control supervisor basado en modelos lineales.**

El problema de optimización planteado por el control supervisor para el caso en que la modelación del proceso se realiza mediante modelos lineales, plantea una función objetivo del tipo cuadrática sujeta a restricciones lineales, tanto para la planta como para el sistema regulatorio. Luego, el problema de optimización planteado se resuelve en forma numérica mediante programación cuadrática, este tipo de herramienta permite resolver problemas cuya función objetivo es del tipo  $\frac{1}{2}x^T Hx + f^T x$  sujeta a restricciones de la forma  $A_{eq} \cdot x = B_{eq}$  y  $A \cdot x < B$ , donde  $x$  corresponde a las variables de optimización,  $H$  corresponde a la matriz de pesos asociados a los términos cuadráticos de la función objetivo,  $f$  corresponde a la matriz de pesos asociados a los términos lineales de la función objetivo,  $A_{eq}$  y  $B_{eq}$  corresponden a la matrices asociadas a las restricciones de igualdad,  $A$  y  $B$  corresponden a la matrices asociadas a las restricciones de desigualdad.

En el caso del control supervisor lineal, las variables de optimización corresponden a las predicciones en el instante  $t+1$  hasta  $t+N$  de las variables de entrada y salida de la planta  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $Y_1$  e  $Y_2$ , de las referencias del sistema regulatorio  $Y_1^{ref}$  e  $Y_2^{ref}$ .

### 4.3.2 Control supervisor basado en modelos neuronales.

En el caso del control supervisor basado en modelos neuronales, el problema de optimización adquiere un carácter no lineal producto de las restricciones asociadas a la modelación del proceso. Para este tipo de problemas se utilizará una herramienta de optimización no lineal, que se basa en la estimación numérica del gradiente de la función objetivo y de las restricciones del problema, esta herramienta permite resolver problemas cuya función objetivo es del tipo  $f(x)$  sujeta restricciones de la forma  $A_{eq} \cdot x = B_{eq}$ ,  $A \cdot x < B$ ,  $C_{eq}(x) = 0$  y  $C(x) < 0$ , donde  $f(x)$  corresponde a una función no lineal basada en las variables de optimización  $x$ ,  $A_{eq}$  y  $B_{eq}$  corresponden a las matrices de restricciones lineales de igualdad del problema de optimización,  $A$  y  $B$  corresponden a las matrices de restricciones lineales de desigualdad del problema de optimización,  $C_{eq}(x)$  corresponde a la matriz de funciones no lineales asociadas a restricciones de igualdad,  $C(x)$  corresponde a la matriz de funciones no lineales asociadas a restricciones de desigualdad.

Este tipo de herramienta de optimización no lineal involucra un alto costo computacional, lo que dificulta su implementación real. Por lo cual, como ya se mencionó, se optó por una estrategia basada en una linealización instantánea de la red neuronal, esta metodología reduce el problema de optimización a uno con función objetivo cuadrática con restricciones lineales semejante al planteado por la estrategia de control supervisor lineal, por lo cual se plantea la utilización de una herramienta de programación cuadrática como la descrita para el caso del control supervisor lineal.

Al igual que en el caso de control supervisor basado en modelos lineales, las variables de optimización del problema de control supervisor, ya sea basado en modelos neuronales o en linealización instantánea, corresponden a las predicciones en el instante  $t+1$  hasta  $t+N$  de las

variables de entrada y salida de la planta  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $Y_1$  e  $Y_2$ , de las referencias del sistema regulatorio  $Y_1^{ref}$  e  $Y_2^{ref}$ .

## **5. Aplicación a la caldera de una planta térmica de ciclo combinado.**

### ***5.1 Planteamiento del problema de control supervisor.***

La estrategia de control supervisor propuesta para la caldera de una planta de ciclo combinado es la encargada de determinar las referencias óptimas para las variables de presión de vapor sobrecalentado ( $P_s$ ) y de nivel de agua del domo ( $L$ ), debido a que son las principales variables involucradas en la determinación del flujo de combustible y de agua. Estas referencias son utilizadas por el sistema regulatorio de la caldera, constituido por un control proporcional integral (PI). Las restantes variables presentes en la caldera como son la presión del gas de evacuación ( $P_g$ ) y la temperatura del vapor sobrecalentado ( $T_s$ ), no serán incluidas en el control supervisor y se mantendrán controladas sólo por el sistema regulatorio, sin intervención del nivel supervisor.

El nivel supervisor se basa en la minimización de una función objetivo del tipo cuadrático que incorpora criterios regulatorios, energéticos y económicos, sujeta a un conjunto de restricciones lineales encargadas de modelar el proceso, el sistema regulatorio, así como las restricciones que representan las limitaciones físicas del proceso. Un esquema del control supervisor propuesto para la caldera se presenta en la Figura 5.1.

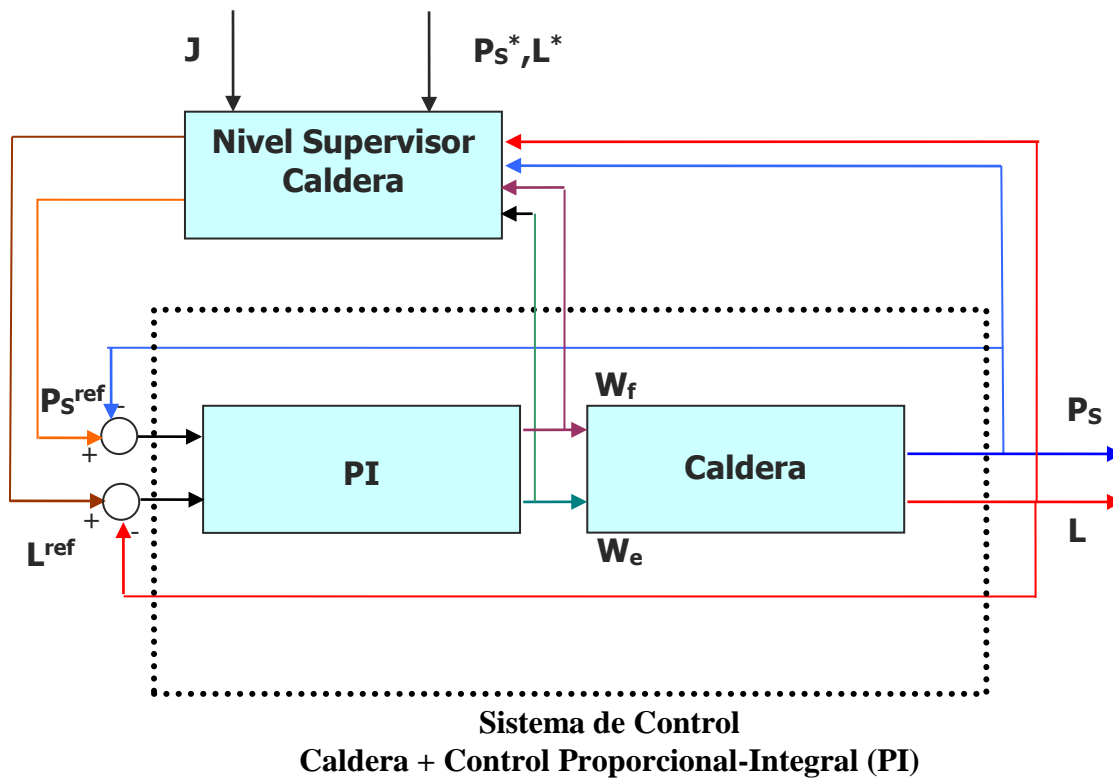


Figura 5.1: Esquema de control supervisor para la caldera de una central térmica de ciclo combinado.

Donde,  $J$  representa una función objetivo del tipo cuadrática,  $P_s^*$  y  $L^*$  representan los valores de referencias utilizados por el objetivo regulatorio para las variables de presión de vapor sobrecalentado ( $P_s$ ) y nivel de agua del domo ( $L$ ),  $P_s^{ref}$  y  $L^{ref}$  corresponden a las referencias óptimas determinadas por el nivel supervisor para las variables  $P_s$  y  $L$ ,  $W_f$  y  $W_e$  corresponden a los flujos de combustible y agua determinados por el sistema regulatorio.

A continuación, se describen los principales componentes del control supervisor planteado.

### 5.1.1 Función objetivo.

La función objetivo propuesta para el control supervisor considera criterios económicos, y regulatorios. Luego, la función objetivo total queda representada por:

$$J = J_{CV} + \eta \cdot J_{CR}$$

Ecuación 5.12

Donde,  $\eta$  representa el peso dado al objetivo regulatorio ( $J_{CR}$ ) sobre el objetivo económico ( $J_{CV}$ ).

Luego, el término de la función objetivo asociado al criterio económico ( $J_{CV}$ ), representa los costos variables asociados a las entradas flujo de combustible ( $W_f$ ) y flujo de agua ( $W_e$ ), el término económico de la función objetivo queda representado por:

$$J_{CV} = \sum_{i=1}^N C_{W_f} \cdot W_f(t+i-1) + \sum_{i=1}^N C_{W_e} \cdot W_e(t+i-1)$$

**Ecuación 5.13**

Donde,  $C_{W_f}$  y  $C_{W_e}$  representan los costos asociados al flujo de combustible y de agua, respectivamente.  $W_f(t+i-1)$  y  $W_e(t+i-1)$  representan el flujo de combustible y de agua respectivamente, en el instante  $t+i-1$ , N representa el horizonte de predicción.

El término de la función objetivo asociado al criterio regulatorio ( $J_{CR}$ ), representa la minimización del error cometido entre los valores de las variables presión de vapor sobrecalentado ( $P_s$ ) y nivel de agua del domo ( $L$ ), y los valores de referencia deseados representados por  $P_s^*$  y  $L^*$ . A la minimización del error de control, se le suma un término asociado a la minimización de la energía de control, representado por la variación del flujo de combustible ( $\Delta W_f$ ) y de agua ( $\Delta W_e$ ). Luego el término regulatorio de la función objetivo, queda representado por:

$$J_{CR} = \lambda_{CR_{P_s}} \cdot \left( \sum_{i=1}^N (\hat{P}_s(t+i) - P_s^*)^2 + \lambda_{W_f}^1 \sum_{i=1}^N \Delta W_f(t+i-1)^2 + \lambda_{W_e}^1 \sum_{i=1}^N \Delta W_e(t+i-1)^2 \right) \\ + \lambda_{CR_L} \cdot \left( \sum_{i=1}^N (\hat{L}(t+i) - L^*)^2 + \lambda_{W_f}^2 \sum_{i=1}^N \Delta W_f(t+i-1)^2 + \lambda_{W_e}^2 \sum_{i=1}^N \Delta W_e(t+i-1)^2 \right)$$

**Ecuación 5.14**

Donde,  $\widehat{P}_S(t+i)$  y  $\widehat{L}(t+i)$  representan las predicciones en el instante  $t+i$  de las variables presión de vapor sobrecalentado ( $P_S$ ) y nivel de agua ( $L$ ),  $\Delta W_f(t+i-1)$  y  $\Delta W_e(t+i-1)$  representan las variaciones del flujo de combustible y agua en el instante  $t+i-1$ ,  $N$  representa el horizonte de predicción,  $\lambda_{CR_{P_S}}$  y  $\lambda_{CR_L}$  representan los costos del objetivo regulatorio para las variables  $P_S$  y  $L$ .  $\lambda_{W_f}^1$ ,  $\lambda_{W_f}^2$ ,  $\lambda_{W_e}^1$  y  $\lambda_{W_e}^2$  representan los pesos asociados al esfuerzo de control para el flujo de combustible y agua.

Los parámetros correspondientes a la función objetivo del control supervisor, se resumen en la Tabla 5.1.

<b>Parámetros función objetivo</b>		
<b>Parámetros</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidades</b>
$\lambda_{CR_{P_S}}$	$1 \times 10^{-9}$	-
$\lambda_{CR_L}$	$1 \times 10^4$	-
$\lambda_{W_f}^1$	$0.5 \times 10^{15}$	-
$\lambda_{W_f}^2$	$0.5 \times 10^2$	-
$\lambda_{W_e}^1$	$0.5 \times 10^9$	-
$\lambda_{W_e}^2$	$0.5 \times 10^{-4}$	-
$C_{W_f}$	100	[\$/Kg.]
$C_{W_e}$	1	[\$/Kg.]
$P_S^*$	$4.5251 \times 10^6$	[Psi]
$L^*$	4.1425	[M]
$\eta$	1	-
$N$	10	-

**Tabla 5.1: Parámetros de la función objetivo.**

## 5.1.2 Restricciones.

Las principales restricciones asociadas a la minimización de la función objetivo propuesta por el control supervisor, vienen dadas por la modelación del proceso de la caldera, y por la modelación del sistema regulatorio, constituido por el controlador PI. A continuación, se presenta la modelación del sistema regulatorio, las restricciones asociadas a la modelación del proceso se presenta en las secciones 5.2.1 y 5.3.1.

El sistema de control regulatorio para la variable de presión del vapor sobrecalentado ( $P_S$ ), está constituido por un controlador PI de la forma:

$$W_f(S) = K_P \cdot e_{P_S}(S) + K_I \cdot \frac{e_{P_S}(S)}{S}$$

**Ecuación 5.4**

Donde,  $e_{P_S}$  corresponde a la transformada de Laplace del error entre la salida de la planta  $P_S$  y su valor de referencia  $P_S^{\text{Ref}}$ ,  $K_P$  corresponde a la ganancia proporcional del controlador cuyo valor es  $1.5 \times 10^{-5}$ ,  $K_I$  corresponde a la ganancia integral del controlador cuyo valor es  $10^{-6}$ . Luego, aplicando la discretización de Tustin al modelo en tiempo continuo mostrado anteriormente se tiene el siguiente modelo lineal para el controlador:

$$A_C(q^{-1}) \cdot W_f(t) = B_{CR}(q^{-1}) \cdot P_S^{\text{Ref}}(t) + B_{CY}(q^{-1}) \cdot P_S(t)$$

Donde,

$$A_C(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$$

$$B_{CR}(q^{-1}) = \underbrace{\left( \frac{T_S \cdot K_I}{2} + K_P \right)}_{0.00002} + \underbrace{\left( \frac{T_S \cdot K_I}{2} - K_P \right)}_{-0.00001} \cdot q^{-1}$$

$$B_{CY}(q^{-1}) = -\underbrace{\left( \frac{T_S \cdot K_I}{2} + K_P \right)}_{0.00002} - \underbrace{\left( \frac{T_S \cdot K_I}{2} - K_P \right)}_{-0.00001} \cdot q^{-1}$$

**Ecuación 5.5**



Luego,  $T_s$  corresponde al periodo de muestreo de 10 [Seg], y  $q^{-1}$  corresponde al operador retardo ( $X(t) \cdot q^{-1} = X(t-1)$ ).

Al igual, que en el sistema de control para la variable  $P_s$ , para la variable nivel de agua del domo (L) se tiene un controlador PI, de la siguiente forma.

$$W_e(S) = K_p \cdot e_L(S) + K_I \cdot \frac{e_L(S)}{S}$$

**Ecuación 5.6**

Donde,  $e_L$  corresponde a la transformada de Laplace del error entre la salida de la planta L y su valor de referencia  $L^{Ref}$ ,  $K_p$  corresponde a la ganancia proporcional del controlador cuyo valor es 10,  $K_I$  corresponde a la ganancia integral del controlador cuyo valor es 1. Luego, al igual que antes aplicando la discretización de Tustin al modelo en tiempo continuo mostrado anteriormente se tiene el siguiente modelo lineal para el controlador:

$$A_c(q^{-1}) \cdot W_e(t) = B_{CR}(q^{-1}) \cdot L^{Ref}(t) + B_{CY}(q^{-1}) \cdot L(t)$$

Donde,

$$A_c(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$$

$$B_{CR}(q^{-1}) = \underbrace{\left( \frac{T_s \cdot K_I}{2} + K_p \right)}_{15} + \underbrace{\left( \frac{T_s \cdot K_I}{2} - K_p \right)}_{-5} \cdot q^{-1}$$

$$B_{CY}(q^{-1}) = -\underbrace{\left( \frac{T_s \cdot K_I}{2} + K_p \right)}_{15} - \underbrace{\left( \frac{T_s \cdot K_I}{2} - K_p \right)}_{-5} \cdot q^{-1}$$

**Ecuación 5.7**

Donde,  $T_s$  corresponde al período de muestreo de la señal de 10 [Seg]. Además del controlador PI asociado a la variable L, existe una válvula de regulación del flujo de agua ( $W_e$ ), la cual es modelada en forma lineal, de la siguiente forma:

$$W_e = 17.23 \cdot W_e^{PI}$$

**Ecuación 5.8**

Donde,  $W_e^{PI}$  corresponde a la salida para el flujo de agua entregado por el controlador PI de la variable L.

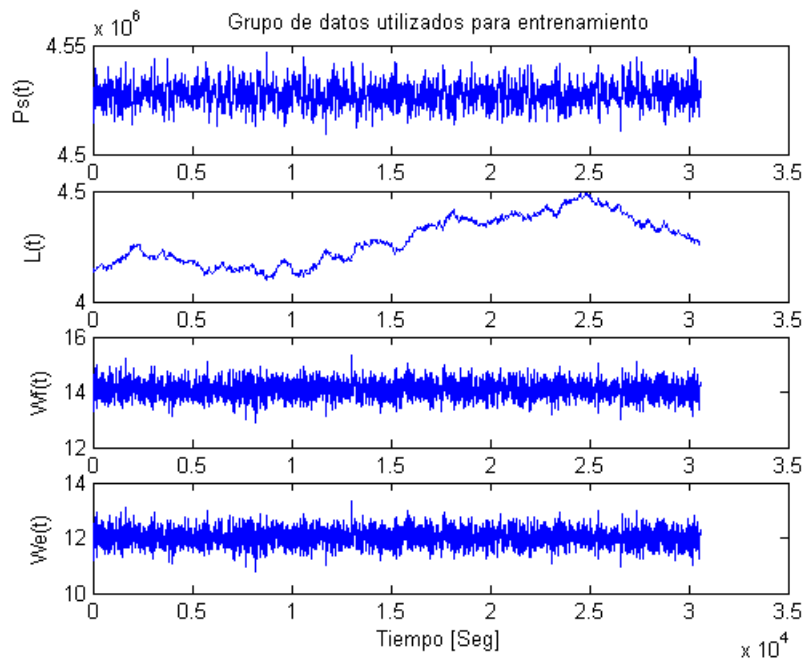
Sumado a estas restricciones, se pueden incorporar otro tipo de restricciones como lo constituyen restricciones de cota, con objeto de evitar que las variables manipuladas y controladas superen límites peligrosos para los restantes componentes del sistema. En este trabajo dicho tipo de restricciones no serán consideradas, dejando su inclusión para futuras expansiones de la estrategia de control desarrollada.

## **5.2 Controlador supervisor basado en modelos lineales.**

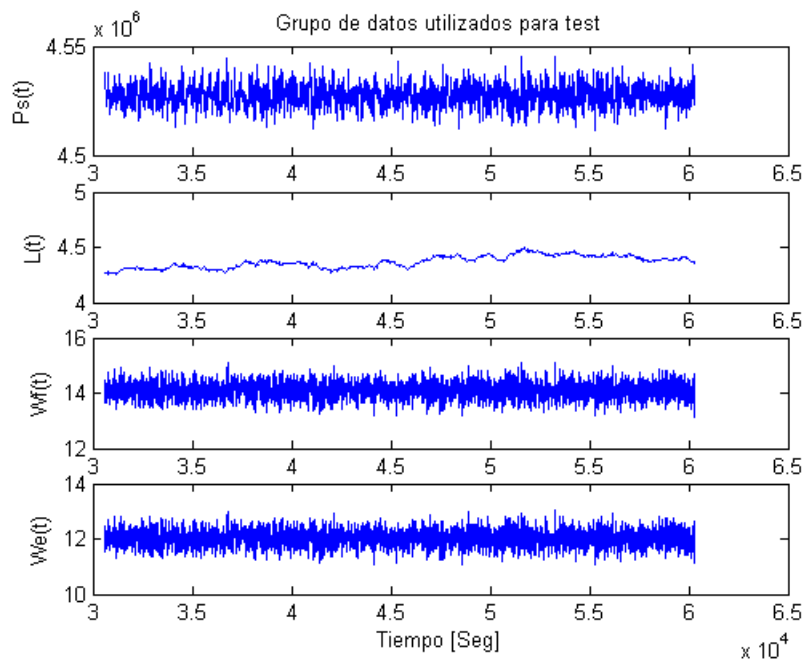
A continuación, se presentan las restricciones asociadas a la modelación del proceso mediante modelos lineales, y sus resultados en la aplicación del control supervisor.

### **5.2.1 Modelación lineal de la caldera.**

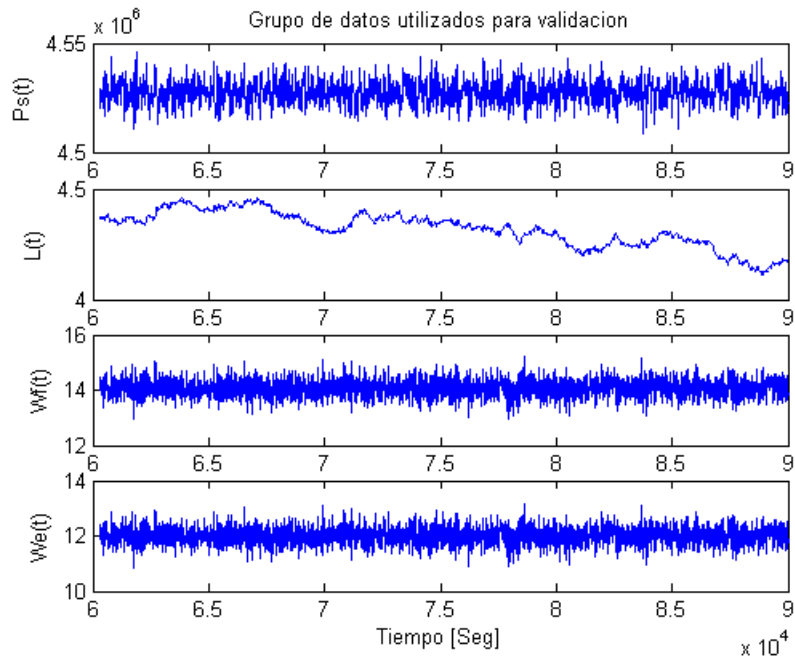
La determinación de los modelos lineales para las variables presión de vapor sobrecalentado y nivel de agua del domo, se realizó mediante un conjunto de 9000 datos obtenidos de la excitación de la planta con ruido blanco para las entradas flujo de combustible y flujo de agua. Estos datos fueron muestreados cada 10 [Seg], y luego fueron divididos en 3 sub-grupos para entrenamiento, test y validación. Las Figuras 5.2, 5.3 y 5.4 muestran el comportamiento de las variables para los distintos conjuntos.



**Figura 5.2: Grupo de datos de entrenamiento.**



**Figura 5.3: Grupo de datos de test.**



**Figura 5.4: Grupo de datos de validación.**

### 5.2.1.1 Modelación lineal para la variable presión de vapor sobrecalentado ( $P_s$ ).

La modelación de la variable presión de vapor sobrecalentado ( $P_s$ ), se realizó mediante un modelo lineal del tipo CARIMA multivariable, representados por la Ecuación 5.9.

$$A_1(q^{-1}) \cdot P_s(t) = B_{11}(q^{-1}) \cdot W_f(t) + B_{21}(q^{-1}) \cdot W_e(t) + \frac{e(t)}{\Delta}$$

**Ecuación 5.9**

Donde,  $e(t)$  corresponde a un ruido blanco de media nula,  $q^{-1}$  corresponde al operador retardo, y  $\Delta$  corresponde al operador delta  $\Delta = 1 - q^{-1}$ , de modo que  $\Delta X(t) = X(t) - X(t-1)$ .

La elección de las variables relevantes se realizó mediante la evaluación del índice de Akaike, para distintas combinaciones de entradas. Este índice pondera el error de aproximación del modelo con la cantidad de parámetros que deben estimarse. El índice se puede expresar por:

$$AIK = \frac{1 + \frac{n}{N}}{1 - \frac{n}{N}} \cdot V$$

**Ecuación 5.10**

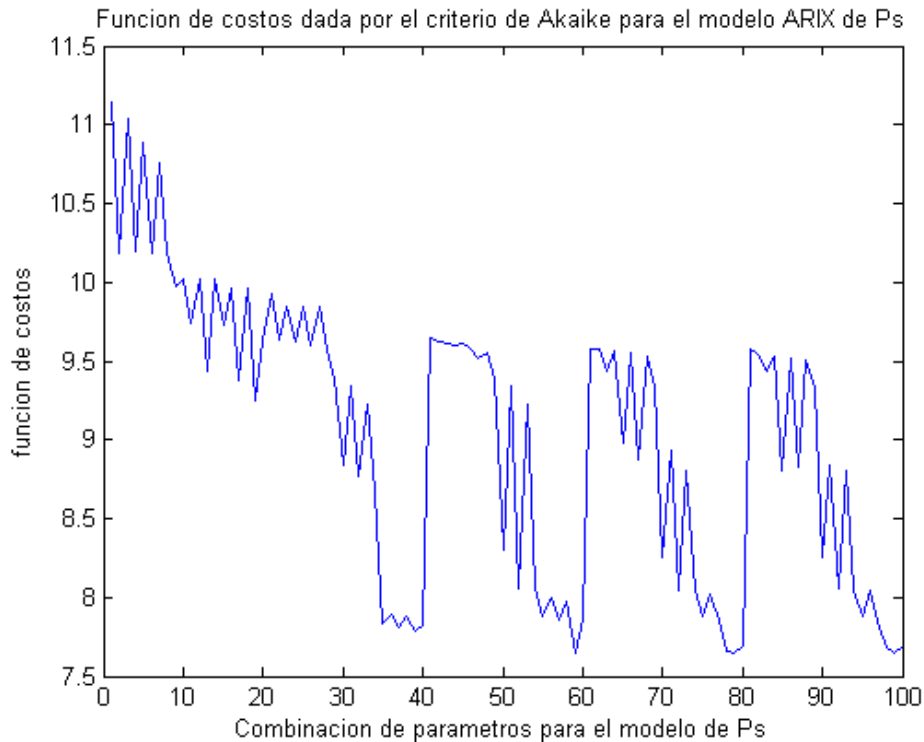
Donde,  $n$  corresponde al número de parámetros a estimar por el modelo,  $N$  corresponde al número de datos utilizados para estimar el modelo, y  $V$  corresponde a una función de costos asociado al nivel de aproximación, que en este caso viene dado por el error RMS (Root Mean Squared).

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i - Y_i)^2}{N}}$$

**Ecuación 5.11**

Donde,  $Y_i$  corresponde a la salida en el instante  $i$  de una serie de datos,  $\hat{Y}_i$  corresponde a la predicción de la salida  $Y_i$ , y  $N$  el número de datos de la serie de datos.

En el caso del modelo para la variable  $P_S$  se probaron modelos con entradas que incorporan de 1 a 5 regresores para la variable  $\Delta P_S$  (Transformación de modelos ARIX en modelos ARX mediante el cambio de las entradas por variaciones de las mismas), de 1 a 5 regresores para la variable  $\Delta W_f$ , y de 1 a 5 regresores para la variable  $\Delta W_e$ . En la Figura 5.5, se muestra la evolución del índice de Akaike para el modelo de  $P_S$  y en el anexo D se muestran los valores específicos para cada combinación de entradas.



**Figura 5.5: Función de costos para la modelación de la variable presión de vapor sobrecalentado.**

Luego, el modelo óptimo para  $P_s$  corresponde a 5 regresores para  $\Delta P_s$ , 5 regresores para  $\Delta W_f$ , y 4 regresores para  $\Delta W_e$ . En la Ecuación 5.12 se muestra el modelo ARIX para  $P_s$ :

$$A_1(q^{-1}) \cdot P_s(t) = B_{11}(q^{-1}) \cdot W_f(t) + B_{21}(q^{-1}) \cdot W_e(t) + \frac{e(t)}{\Delta}$$

Donde,

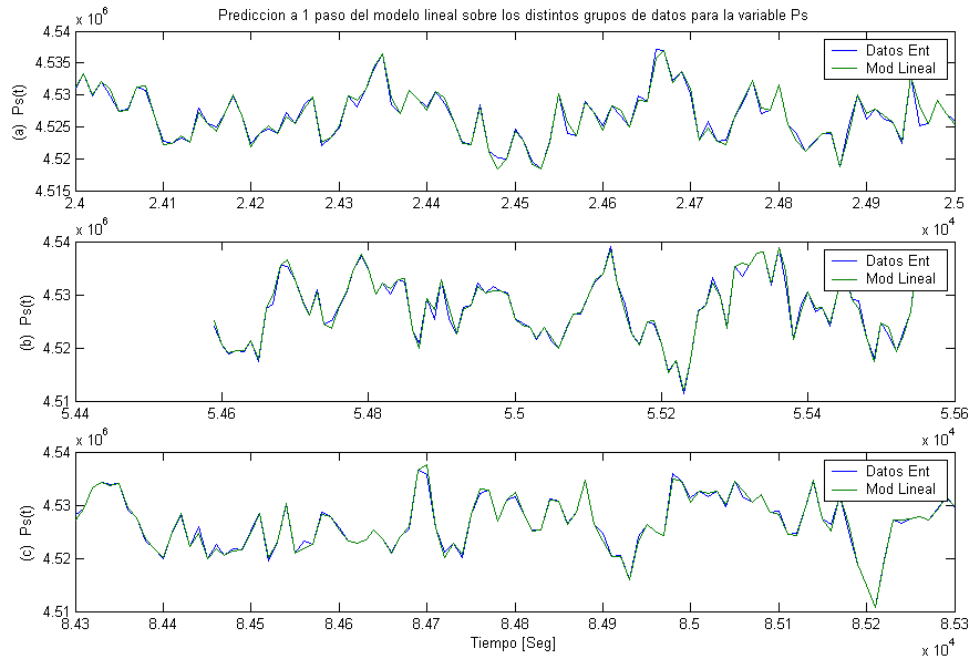
$$A_1(q^{-1}) = 1 - 1.411 \cdot q^{-1} + 0.3755 \cdot q^{-2} + 0.08997 \cdot q^{-3} - 0.006188 \cdot q^{-4} + 0.003086 \cdot q^{-5}$$

$$B_{11}(q^{-1}) = 1.443 \cdot 10^4 \cdot q^{-1} - 9240 \cdot q^{-2} - 4125 \cdot q^{-3} - 741.3 \cdot q^{-4} - 293.5 \cdot q^{-5}$$

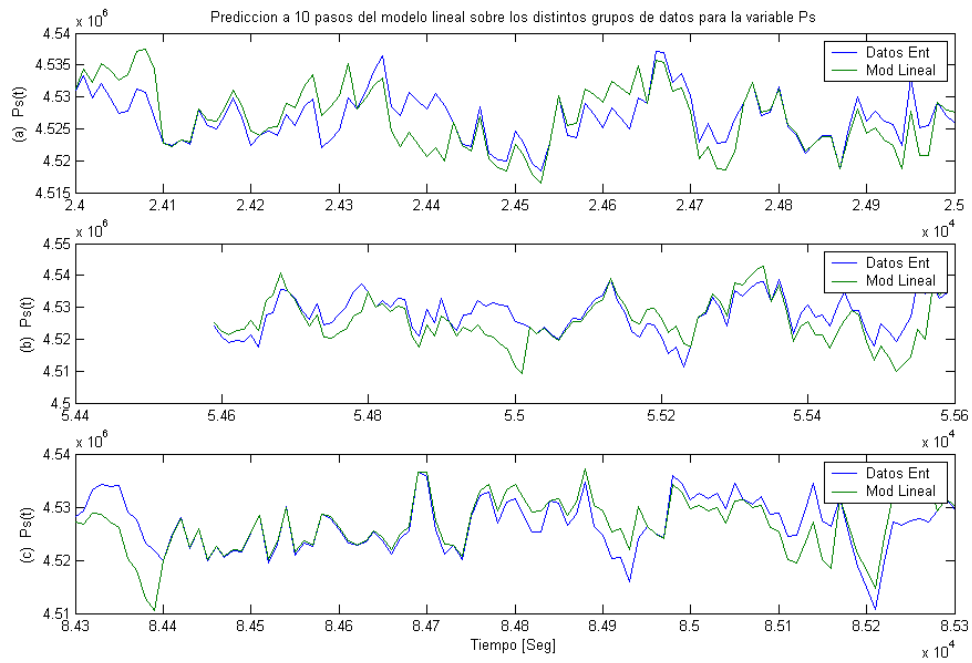
$$B_{21}(q^{-1}) = -3118 \cdot q^{-1} - 605.3 \cdot q^{-2} + 2391 \cdot q^{-3} + 475.8 \cdot q^{-4}$$

**Ecuación 5.12**

Luego, los resultados del modelo lineal sobre los distintos conjuntos de datos con una predicción a 1 y 10 pasos, se muestran en las Figuras 5.6 y 5.7, donde se observa un buen comportamiento de los modelos desarrollados.



**Figura 5.6: Predicción a un paso del modelo lineal para la variable presión de vapor sobrecalentado. (a) Datos de entrenamiento, (b) Datos de test, (c) Datos de validación.**



**Figura 5.7: Predicción a diez pasos del modelo lineal para la variable presión de vapor sobrecalentado. (a) Datos de entrenamiento, (b) Datos de test, (c) Datos de validación.**

La Tabla 5.2 muestra el error RMS para los distintos grupos de datos de  $P_s$  para una predicción a 1 y 10 pasos del modelo lineal. Por lo tanto, se observa que el modelo lineal de la variable  $P_s$  presenta una buena aproximación para una predicción a 10 pasos.

<b>Errores de predicción de <math>P_s</math></b>		
<b>Datos</b>	<b>RMS 1 paso</b>	<b>RMS 10 pasos</b>
<b>Entrenamiento</b>	526.55	3739.8
<b>Test</b>	635.4	4627
<b>Validación</b>	571.29	4162.6

**Tabla 5.2:** Error RMS del modelo lineal de la variable presión de vapor sobrecalentado, para predicciones a 1 y 10 pasos.

### 5.2.1.2 Modelación lineal para la variable nivel de agua del domo (L).

La modelación de la variable nivel de agua del domo (L), se realizó mediante un modelo lineal del tipo CARIMA multivariable, representado por.

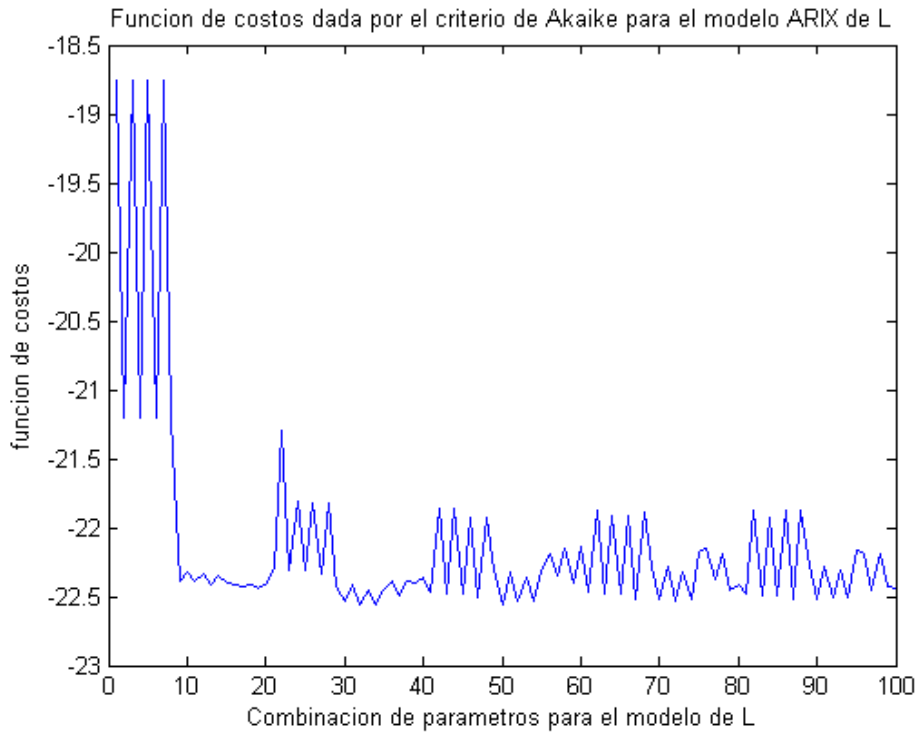
$$A_2(q^{-1}) \cdot L(t) = B_{12}(q^{-1}) \cdot W_f(t) + B_{22}(q^{-1}) \cdot W_e(t) + \frac{e(t)}{\Delta}$$

**Ecuación 5.13**

Donde,  $e(t)$  corresponde a un ruido blanco de media nula,  $q^{-1}$  corresponde al operador retardo, y  $\Delta$  corresponde al operador delta  $\Delta = 1 - q^{-1}$  ( $\Delta X(t) = X(t) - X(t-1)$ ).

La determinación de las entradas relevantes para el modelo de la variable L, se realizó mediante el criterio de Akaike sobre modelos con entradas que incorporan de 1 a 5 regresores para la variable  $\Delta L$ , de 1 a 5 regresores para la variable  $\Delta W_f$ , y de 1 a 5 regresores para la variable  $\Delta W_e$ . En la Figura 5.8, se muestra la evolución del índice de Akaike para el modelo de L, y en el anexo D se muestran los valores específicos asociados a las distintas combinaciones de entradas.





**Figura 5.8: Función de costos para la modelación de la variable nivel de agua del domo.**

Luego, a partir de la Figura 5.8 se obtuvo el modelo óptimo para L que considera 2 regresores para  $\Delta L$ , 2 regresores para  $\Delta W_f$ , y 5 regresores para  $\Delta W_e$ . En la Ecuación 5.14, se muestra el modelo ARIX para L.

$$A_2(q^{-1}) \cdot L(t) = B_{12}(q^{-1}) \cdot W_f(t) + B_{22}(q^{-1}) \cdot W_e(t) + \frac{e(t)}{\Delta}$$

Donde,

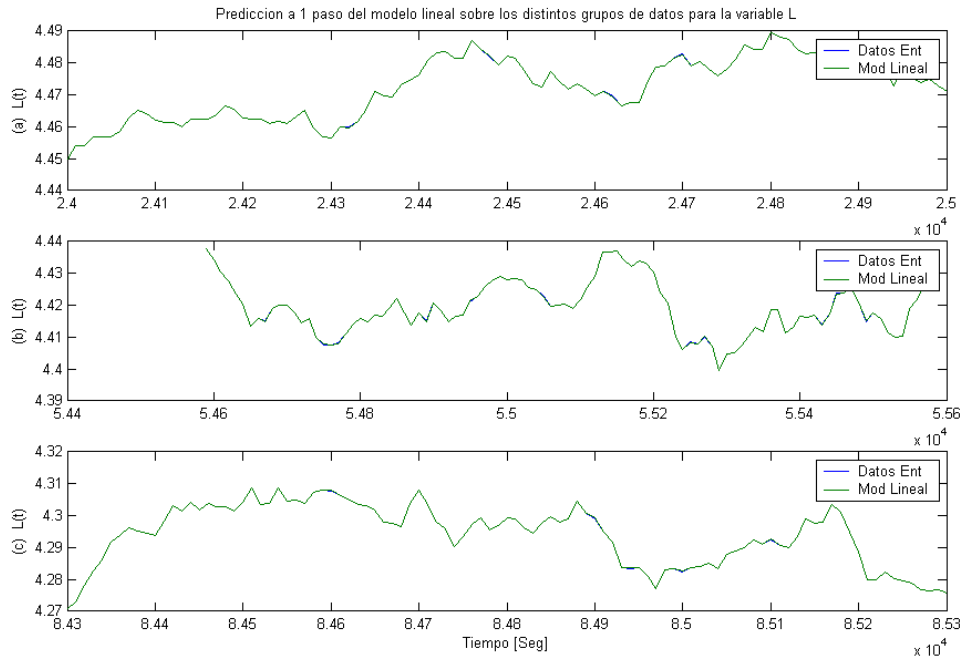
$$A_2(q^{-1}) = 1 - 1.28 \cdot q^{-1} + 0.2807 \cdot q^{-2}$$

$$B_{12}(q^{-1}) = 0.0005092 \cdot q^{-1} + 0.0004422 \cdot q^{-2}$$

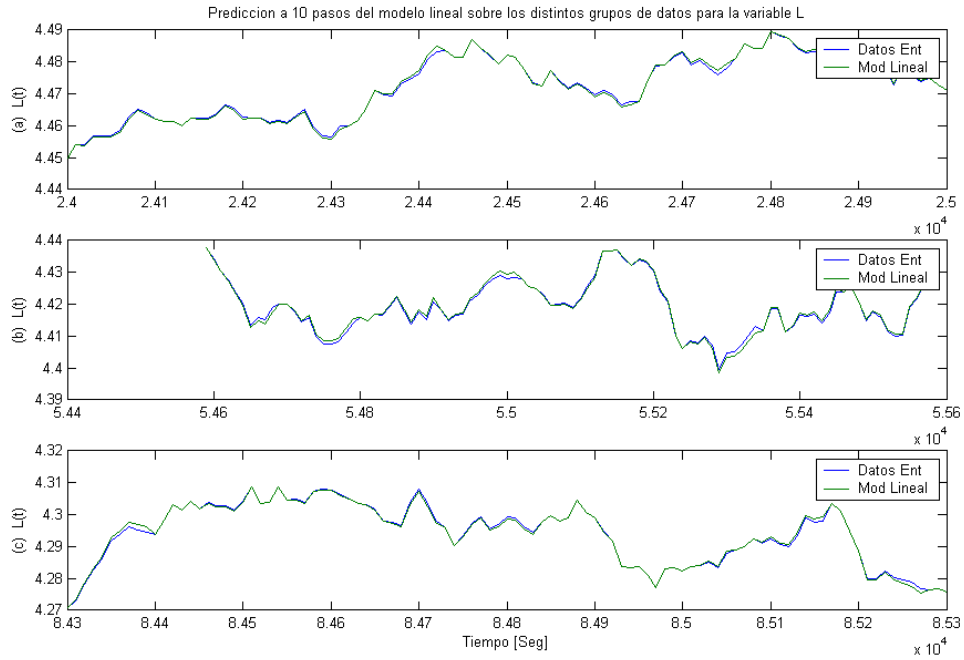
$$B_{22}(q^{-1}) = 0.0101 \cdot q^{-1} - 0.001767 \cdot q^{-2} - 0.0002401 \cdot q^{-3} - 2.924 \cdot 10^{-5} \cdot q^{-4} - 7.628 \cdot 10^{-6} \cdot q^{-5}$$

**Ecuación 5.14**

Luego, los resultados del modelo sobre los distintos conjuntos de datos con una predicción a 1 y 10 pasos, se muestran en las Figuras 5.9 y 5.10, donde se observa que el comportamiento del modelo realizado se aproxima a los datos de prueba, tanto para la predicción a 1 y 10 pasos.



**Figura 5.9: Predicción a un paso del modelo lineal para la variable nivel de agua del domo. (a) Datos de entrenamiento, (b) Datos de test, (c) Datos de validación.**



**Figura 5.10: Predicción a diez pasos del modelo lineal para la variable nivel de agua del domo. (a) Datos de entrenamiento, (b) Datos de test, (c) Datos de validación.**

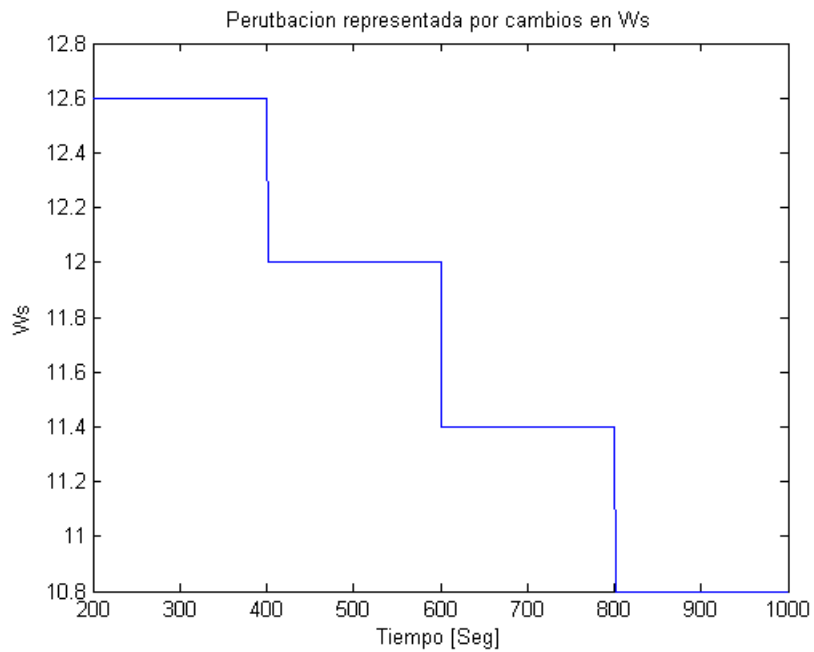
La Tabla 5.3 muestra el error RMS para los distintos grupos de datos de L para una predicción a 1 y 10 pasos del modelo lineal. Por lo tanto, a partir de la tabla se puede concluir que el modelo lineal logra recrear adecuadamente el comportamiento de la variable nivel de agua del domo (L)

<b>Errores de predicción de L</b>		
<b>Datos</b>	<b>RMS 1 paso</b>	<b>RMS 10 pasos</b>
<b>Entrenamiento</b>	0.00053008	0.49581
<b>Test</b>	0.000553	0.57727
<b>Validación</b>	0.00052266	0.53461

**Tabla 5.3: Error RMS del modelo lineal de la variable nivel de agua, para predicciones a 1 y 10 pasos.**

### **5.2.2 Aplicación de control supervisor basado en modelos lineales.**

El control supervisor basado en los modelos lineales identificados, fue sometido a una perturbación constituida por variaciones en el flujo de vapor sobrecalentado ( $W_s$ ), de manera de simular cambios en la potencia suministrada por la turbina a vapor. Esta perturbación presenta oscilaciones entre 12.6 y 10.8 [Kg/Seg] para la variable  $W_s$ , la cual se aplicara por 1000 [Seg], pero sólo se considerarán para el análisis los resultados a partir de los 200 [Seg] de operación con objeto de desligarse de las condiciones iniciales. La perturbación utilizada se muestra en la Figura 5.11.



**Figura 5.11: Perturbación aplicada al control supervisor lineal.**

A continuación, se muestran los resultados obtenidos para la estrategia de control PI con referencias estáticas óptimas sometida a la perturbación mostrada anteriormente, cuyo desarrollo analítico se muestra en el anexo B, esta estrategia tiene por objetivo servir de base de comparación a los resultados obtenidos por la estrategia de control propuesta. En la Figura 5.12 se muestran los resultados del control PI.

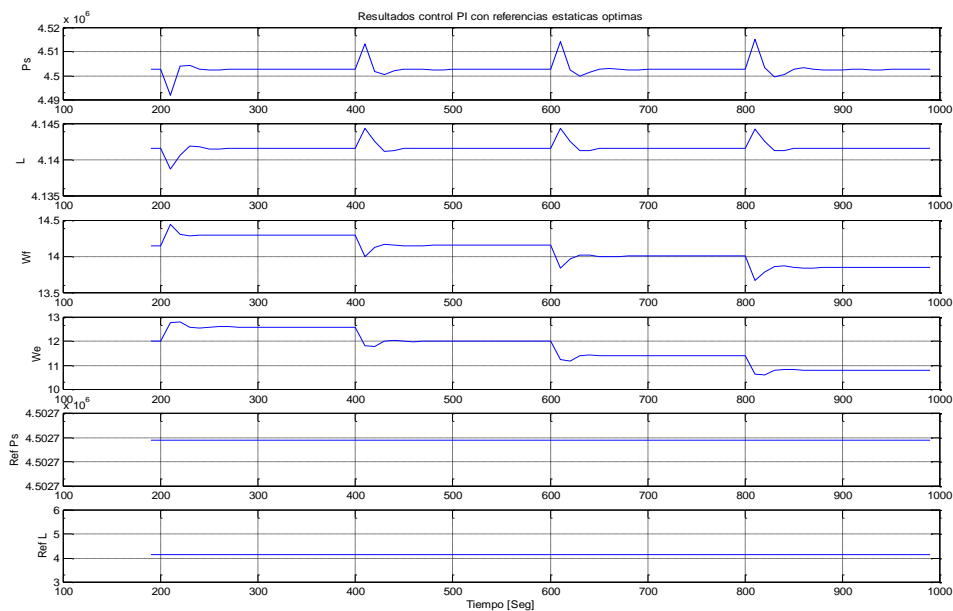


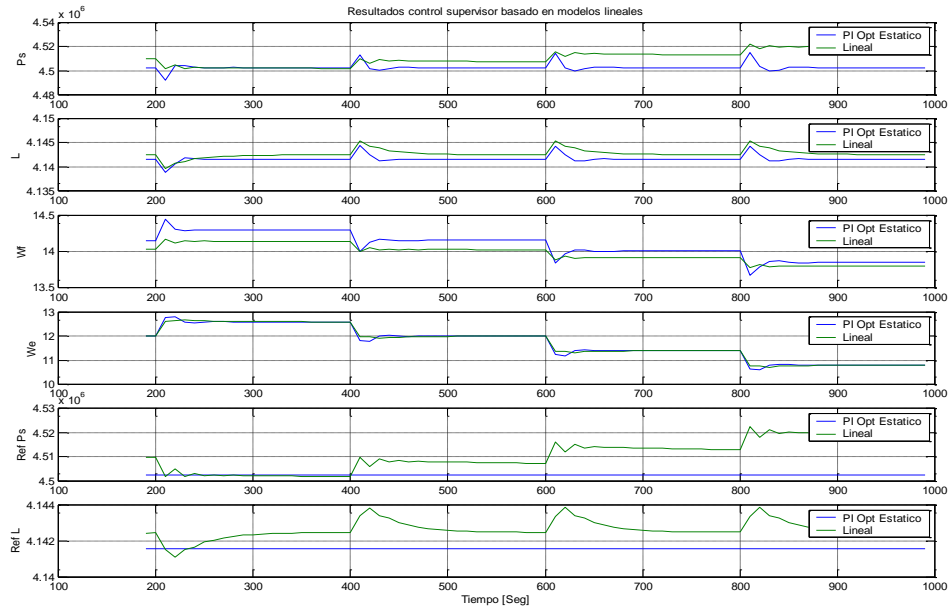
Figura 5.12: Resultados control PI con referencias estáticas óptimas.

La Tabla 5.4 muestra los valores de los distintos componentes de la función objetivo para la estrategia de control PI con referencias estáticas óptimas.

<b>Resultados Control PI con referencias estáticas óptimas.</b>		<b>Control PI óptimo</b>
$J_{CR}$	$\lambda_{CR_{P_s}} \cdot \sum_{i=1}^N (\hat{P}_s(t+i) - P_s^*)^2$	2,165553356638E+17
	$\lambda_{CR_L} \cdot \sum_{i=1}^N (\hat{L}(t+i) - L^*)^2$	2,047649254691E+33
	$\lambda_{CR_{P_s}} \cdot \lambda_{W_f}^1 \sum_{i=1}^N \Delta W_f(t+i-1)^2 + \lambda_{CR_L} \cdot \lambda_{W_f}^2 \sum_{i=1}^N \Delta W_f(t+i-1)^2$	5,572532693220E+19
	$\lambda_{CR_{P_s}} \cdot \lambda_{W_e}^1 \sum_{i=1}^N \Delta W_e(t+i-1)^2 + \lambda_{CR_L} \cdot \lambda_{W_e}^2 \sum_{i=1}^N \Delta W_e(t+i-1)^2$	2,861086885204E+14
$J_{CV}$	$\sum_{i=1}^N C_{W_f} \cdot W_f(t+i-1)$	1,397788851423E+19
	$\sum_{i=1}^N C_{W_e} \cdot W_e(t+i-1)$	1,171139647844E+17
<b>J<sub>CR</sub></b>		2,047649252691E+33
<b>J<sub>CV</sub></b>		1,409500247901E+19
<b>J</b>		2,047649252691E+33

Tabla 5.4: Resultados del control PI con referencias estáticas óptimas.

A partir de los modelos lineales desarrollados anteriormente, se presenta en la Figura 5.13 los resultados del control supervisor basado en los modelos lineales para las variables presión de vapor sobrecalentado y nivel de agua del domo.



**Figura 5.13: Resultados control supervisor lineal.**

La Tabla 5.5 muestra los valores de los objetivos regulatorios y económicos para la estrategia de control supervisor lineal, en comparación a los resultados obtenidos del PI con referencias estáticas óptimas.

<b>Resultados Control Supervisor Lineal</b>			
		<b>Control Supervisor Lineal</b>	<b>Control PI óptimo</b>
$J_{CR}$	$\lambda_{CR_{Ps}} \cdot \sum_{i=1}^N (\bar{P}_s(t+i) - P_s^*)^2$	2,478690753513E+15	2,165553356638E+17
	$\lambda_{CR_L} \cdot \sum_{i=1}^N (\bar{L}(t+i) - L^*)^2$	2,047649251673E+33	2,047649254691E+33
	$\lambda_{CR_{Ps}} \cdot \lambda_{W_f}^1 \sum_{i=1}^N \Delta W_f(t+i-1)^2 + \lambda_{CR_L} \cdot \lambda_{W_f}^2 \sum_{i=1}^N \Delta W_f(t+i-1)^2$	1,017359774971E+19	5,572532693220E+19
	$\lambda \lambda_{CR_{Ps}} \cdot \lambda_{W_e}^1 \sum_{i=1}^N \Delta W_e(t+i-1)^2 + \lambda_{CR_L} \cdot \lambda_{W_e}^2 \sum_{i=1}^N \Delta W_e(t+i-1)^2$	1,813884762803E+14	2,861086885204E+14
$J_{CV}$	$\sum_{i=1}^N C_{W_f} \cdot W_f(t+i-1)$	1,394394081264E+19	1,397788851423E+19
	$\sum_{i=1}^N C_{W_e} \cdot W_e(t+i-1)$	1,169130320449E+17	1,171139647844E+17
<b>JCR</b>		2,047649251673E+33	2,047649254691E+33
<b>JCV</b>		1,406085384468E+19	1,409500247901E+19
<b>J</b>		2,047649251673E+33	2,047649254691E+33

**Tabla 5.5: Resultados para el control supervisor lineal.**

De la tabla 5.5, se observa que los resultados del control supervisor lineal son muy semejantes a los obtenidos por el control PI con referencia óptima, pero con una leve reducción de la componente económica de la función objetivo.

### **5.3 Controlador supervisor basado en modelos neuronales.**

Uno de los principales componentes del control supervisor neuronal está constituido por la modelación del proceso en estudio, a través de redes neuronales (anexo A). A continuación, se aplica la metodología de identificación propuesta en el Capítulo 2, con objeto de realizar la modelación neuronal del proceso de la caldera.

#### **5.3.1 Modelación neuronal de la caldera.**

La modelación neuronal para las variables presión de vapor sobrecalentado ( $P_s$ ) y nivel de agua del domo ( $L$ ), se realizó sobre los mismos 3 conjuntos utilizados en la modelación lineal para entrenamiento, test y validación (mostrados en la sección 5.2.1).

### 5.3.1.1 Modelación neuronal para la variable presión de vapor sobrecalentado (Ps).

La modelación neuronal de la variable presión de vapor sobrecalentado se compone de dos etapas: determinación del modelo neuronal y linealización. A continuación se describen ambas etapas.

#### 5.3.1.1.1 Modelo neuronal de la variable presión de vapor sobrecalentado (Ps).

La modelación de la variable presión de vapor sobrecalentado (Ps), se realizó con una arquitectura de red neuronal del tipo perceptrón multicapa con una capa oculta con función de activación tangente hiperbólica y una capa de salida lineal, y con una estructura del tipo NARX constituida por los regresores de las variaciones de las variables Ps, Wf, We. Luego, la expresión analítica de la red neuronal propuesta para la variable Ps se muestra en la Ecuación 5.15.

$$\Delta P_S(t) = f \left( \underbrace{\Delta P_S(t-1), \dots, P_S(t-N_{a_1}), \Delta W_f(t-1), \dots, \Delta W_f(t-N_{b_{11}}), \Delta W_e(t-1), \dots, \Delta W_e(t-N_{b_{21}})}_x \right)$$

$$\Delta P_S(t) = \sum_{i=1}^{N_N} W_i^2 \cdot \left( \text{Tanh} \left( \sum_{j=1}^{N_f} W_{ji}^1 \cdot X_j + B_i^1 \right) \right) + B^2$$

**Ecuación 5.15**

Donde,  $N_N$  y  $N_f$  corresponden al número de neuronas de la capa oculta y al número de entradas a la red neuronal, respectivamente,  $N_{a_1}$  corresponde al número de regresores para la variable  $\Delta P_S$ ,  $N_{b_{11}}$  corresponde al número de regresores para la variable  $\Delta W_f$ ,  $N_{b_{21}}$  corresponde al número de regresores para la variable  $\Delta W_e$ , y  $f$  representa la red neuronal.

La selección del número de regresores óptimos para el modelo neuronal de la variable Ps se realizó mediante análisis de sensibilidad, para lo cual se entrenó una red con la arquitectura elegida con entradas constituidas por 5 regresores para la variable  $\Delta P_S$ , 5 regresores para  $\Delta W_f$ , y 5 regresores para la variable  $\Delta W_e$ . A la red entrenada, se calculó su derivada con respecto a las entradas sobre el grupo de datos de entrenamiento. La expresión analítica de la derivada de la red neuronal para Ps se muestra en la Ecuación 5.16.



$$\frac{\partial \Delta P_s(t)}{\partial X_j} = \frac{\partial f}{\partial X_j} = \sum_{i=1}^{N_N} W_i^2 \cdot \left( 1 - \left( \text{Tanh} \left( \sum_{j=1}^{N_j} W_{ji}^1 \cdot X_j + B_i^1 \right) \right)^2 \right) \cdot W_{ji}^1$$

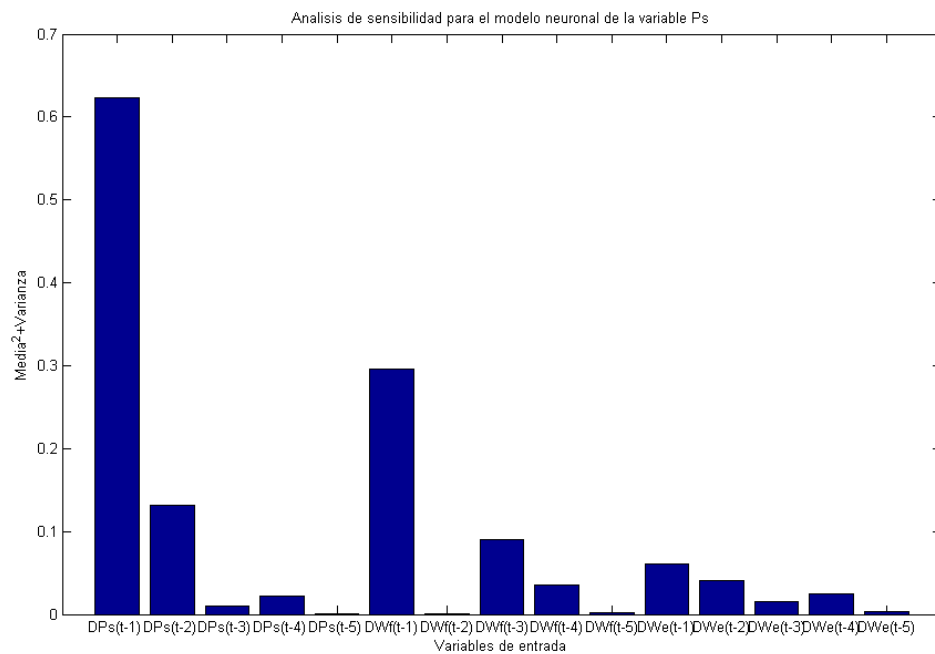
**Ecuación 5.16**

La comparación de los valores de la derivada para las distintas entradas se realizó mediante el valor medio de la derivada al cuadrado más el valor de la varianza del valor de la derivada, dicho índice se muestra en la Ecuación 5.17.

$$Sens = \left( \text{Media} \left( \frac{\partial \Delta P_s}{\partial X_j} \right) \right)^2 + \left( \text{Var} \left( \frac{\partial \Delta P_s}{\partial X_j} \right) \right)$$

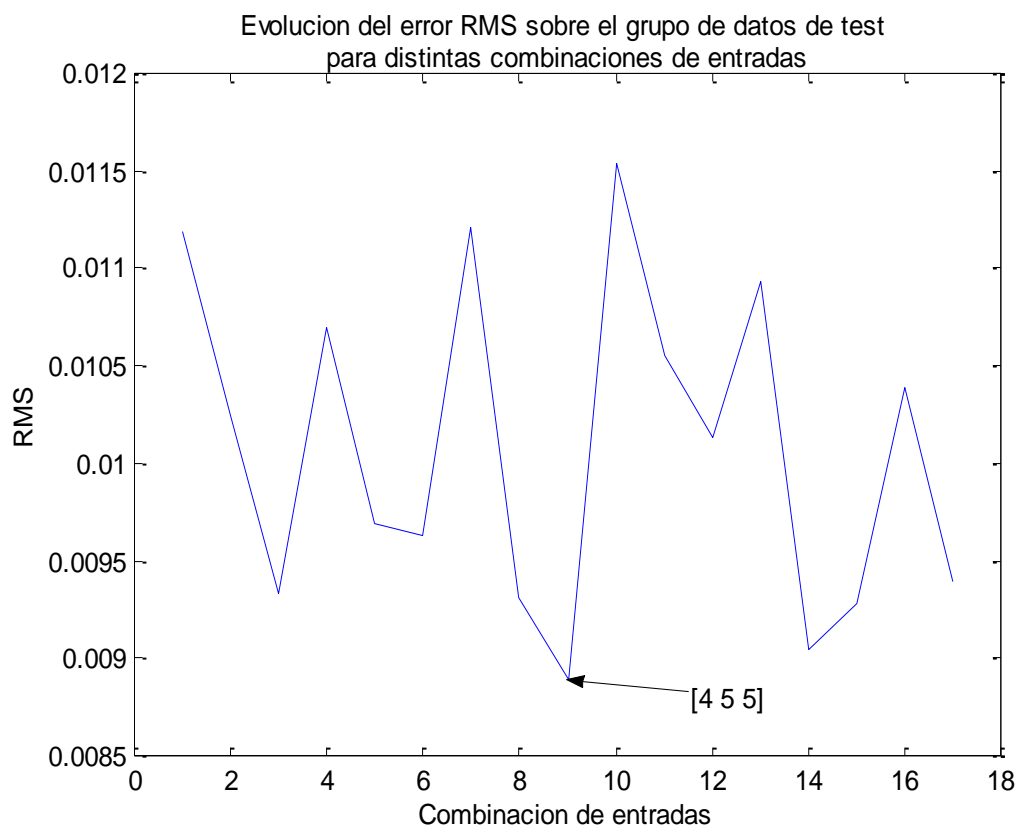
**Ecuación 5.17**

Luego, los resultados del análisis de sensibilidad para la red neuronal de  $P_s$  se muestran en el anexo E.1. La Figura 5.14 muestra una grafica de dichos resultados.



**Figura 5.14: Análisis de sensibilidad para la variable variación de la presión de vapor sobrecalentado.**

Luego, el análisis de sensibilidad entregó que el 4° y 5° regresor de  $\Delta P_s$  tienen un aporte bajo a la modelación de la variable  $P_s$ , al igual que el 3°, 4° y 5° regresor de  $\Delta W_f$ , y el 3°, 4° y 5° regresor de  $\Delta W_e$ . Luego, para determinar la estructura final óptima se probaron redes neuronales con distintas combinaciones de las entradas con índices de sensibilidad bajo, eligiendo aquella combinación con menor RMS sobre el grupo de datos de test, estos resultados se muestran en el anexo E.2. A continuación, se presenta en la Figura 5.15 una gráfica resumen que muestra la evolución del error RMS sobre el grupo de test para distintas combinaciones de entrada.



**Figura 5.15: Evolución del error RMS sobre distintas combinaciones de entradas para la modelación de la variable variación de la presión de vapor sobrecalentado.**

El gráfico anterior muestra que la combinación óptima de entradas corresponde a 4 regresores para  $\Delta P_s$ , 5 regresores para  $\Delta W_f$ , y 5 regresores para  $\Delta W_e$ . Dada la estructura de entradas anteriores, se procedió a entrenar una red neuronal con optimización estructural y paramétrica. En el anexo E.3 se muestran dichas optimizaciones a través de la evolución del error RMS sobre

el grupo de datos de test en función del número de neuronas. En la Figura 5.16 se presenta una gráfica resumen de la optimización paramétrica y estructural.

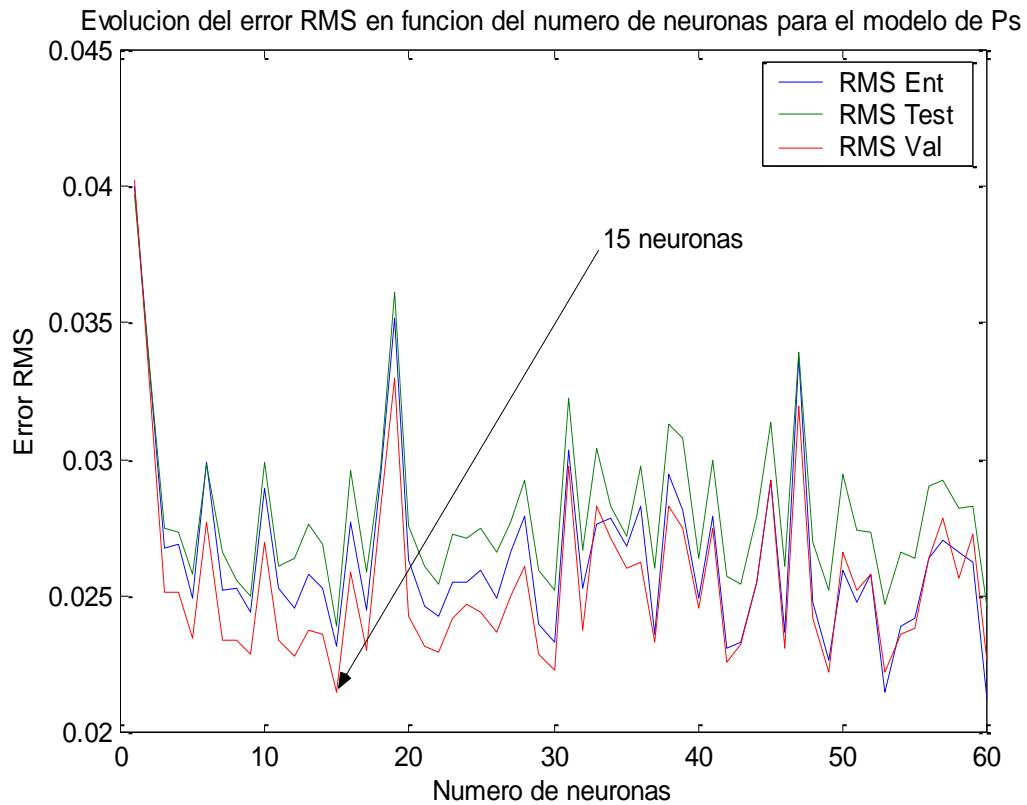
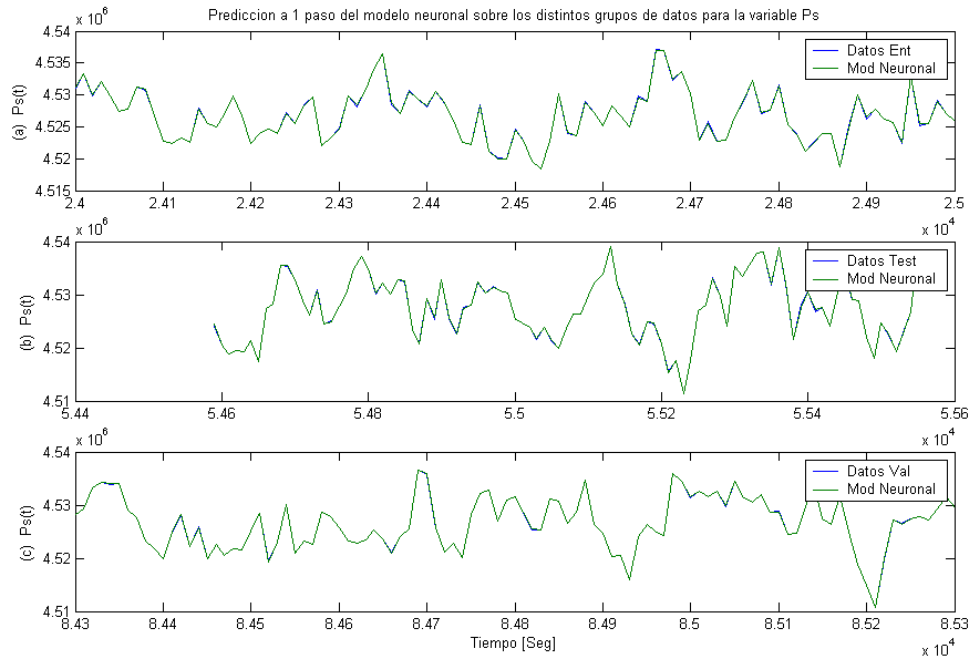
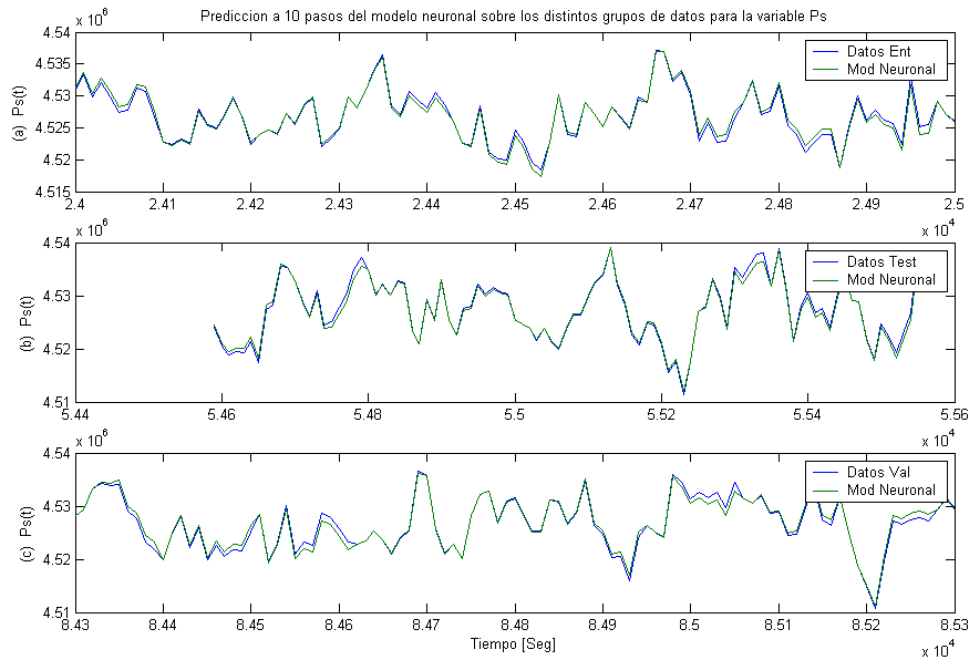


Figura 5.16: Evolución del error RMS en función del número de neuronas para el modelo de  $P_s$ .

Luego, los resultados del modelo neuronal para la variable presión de vapor sobrecalentado ( $P_s$ ) sobre los 3 conjuntos de datos para predicciones a 1 y 10 pasos, se muestran en las Figuras 5.17 y 5.18. Se observa que el comportamiento de la red neuronal logra asimilar de manera adecuada las no linealidades de la variable presión de vapor sobrecalentado, en relación a los datos obtenidos de la caldera.



**Figura 5.17: Predicción a un paso del modelo neuronal para la variable presión de vapor. (a) Datos de entrenamiento, (b) Datos de test, (c) Datos de validación.**



**Figura 5.18: Predicción a diez pasos del modelo neuronal para la variable presión de vapor sobrecalentado. (a) Datos de entrenamiento, (b) Datos de test, (c) Datos de validación.**

La Tabla 5.6 muestra el error RMS del modelo neuronal para la variable presión de vapor sobrecalentado, con predicciones a 1 y 10 pasos. Se puede observar, a partir de estos resultados

que la red neuronal presenta mejor comportamiento que el modelo lineal de la variable  $P_s$ , tanto para la predicción a 1 y 10 pasos.

<b>Errores de predicción de <math>P_s</math></b>		
<b>Datos</b>	<b>RMS 1 paso</b>	<b>RMS 10 pasos</b>
<b>Entrenamiento</b>	96.415	689.07
<b>Test</b>	102.62	690.99
<b>Validación</b>	89.861	675.3

**Tabla 5.6 Error RMS del modelo neuronal de la variable presión de vapor sobrecalentado, para predicciones a 1 y 10 pasos.**

### 5.3.1.1.2 Linealización del modelo neuronal para la variable presión de vapor sobrecalentado ( $P_s$ ).

La linealización del modelo neuronal para la variable presión de vapor sobrecalentado se realizó mediante una expansión de Taylor de primer orden, cuya expresión matemática se muestra en la Ecuación 5.18.

$$\Delta P_s(t) = f(X_0) + \sum_{j=1}^{N_I} \left( \frac{\partial f(X_1, \dots, X_j, \dots, X_{N_I})}{\partial X_j} \Bigg|_{x_0} \right) \cdot (X_j - X_{j_0})$$

**Ecuación 5.18**

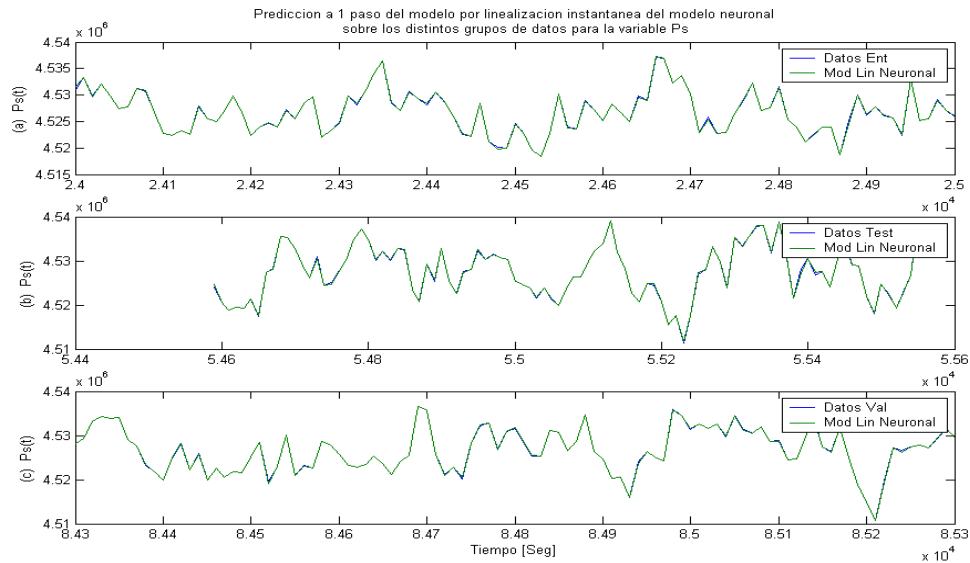
Donde  $f$  representa la expresión analítica del modelo neuronal,  $X_j$  la entrada  $j$  del modelo neuronal,  $X_{j_0}$  corresponde al valor de  $X_j$  en el instante  $t$ ,  $N_I$  el número de entradas del modelo neuronal, que para el caso de  $P_s$  corresponden a 14 entradas. Luego, la expresión analítica de la derivada de la red neuronal corresponde a:

$$\frac{\partial f(X_1, \dots, X_j, \dots, X_{N_I})}{\partial X_j} = \sum_{i=1}^{N_N} W_i^2 \cdot \left( 1 - \left( \tanh \left( \sum_{j=1}^{N_I} W_{ji}^1 \cdot X_j + B_i^1 \right) \right)^2 \right) \cdot W_{ji}^1$$

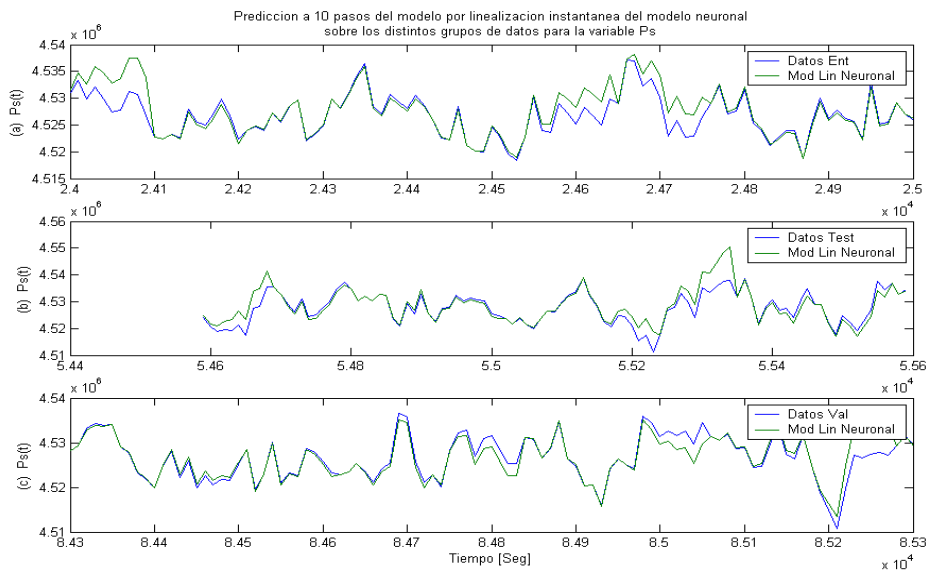
**Ecuación 5.19**

En las Figuras 5.19 y 5.20, se presenta la predicción a 1 y 10 pasos de la linealización del modelo neuronal de  $P_s$  para los distintos grupos de datos. Se observa que al igual que en la red neuronal,

los modelos por linealización logran reproducir adecuadamente el comportamiento de las no linealidades de la variable presión de vapor sobrecalentado ( $P_s$ ).



**Figura 5.19: Predicción a un paso por linealización instantánea del modelo neuronal para la variable presión de vapor sobrecalentado. (a) Datos de entrenamiento, (b) Datos de test, (c) Datos de validación.**



**Figura 5.20: Predicción a diez pasos por linealización instantánea del modelo neuronal para la variable presión de vapor sobrecalentado. (a) Datos de entrenamiento, (b) Datos de test, (c) Datos de validación.**

En la Tabla 5.7, se muestra el error RMS para las predicciones a 1 y 10 pasos por linealización instantánea del modelo neuronal de  $P_s$  sobre los distintos conjuntos de datos. Estos resultados muestran que el modelo por linealización instantánea presenta muchos mejores resultados que el

modelo lineal de la variable  $P_s$ , sin embargo la capacidad de estos modelos no alcanza a superar la capacidad de las redes neuronales de modelar las no linealidades presentes en la caldera.

<b>Errores de predicción de <math>P_s</math></b>		
<b>Datos</b>	<b>RMS 1 paso</b>	<b>RMS 10 pasos</b>
<b>Entrenamiento</b>	151	1784
<b>Test</b>	169.16	1701.6
<b>Validación</b>	159.47	1863.8

**Tabla 5.7: Error RMS de la linealización instantánea del modelo neuronal de la variable presión de vapor sobrecalentado, para predicciones a 1 y 10 pasos.**

### 5.3.1.2 Modelación neuronal para la variable nivel de agua del domo (L).

A continuación, se presentan las etapas de identificación para un modelo neuronal para la variable nivel de agua del domo (L), y su consiguiente linealización.

#### 5.3.1.2.1 Modelo neuronal de la variable nivel de agua del domo (L).

Similarmente a la arquitectura elegida para el modelo  $P_s$ , la arquitectura para la variable L corresponde a un perceptrón multicapa con una capa oculta con función de activación tangente hiperbólica, y una capa de salida lineal. La expresión analítica de la red neuronal propuesta para la variable L se muestra en la Ecuación 5.20.

$$\Delta L(t) = f \left( \underbrace{\Delta L(t-1), \dots, L(t-N_{a_2}), \Delta W_f(t-1), \dots, \Delta W_f(t-N_{b_{12}}), \Delta W_e(t-1), \dots, \Delta W_e(t-N_{b_{22}})}_X \right)$$

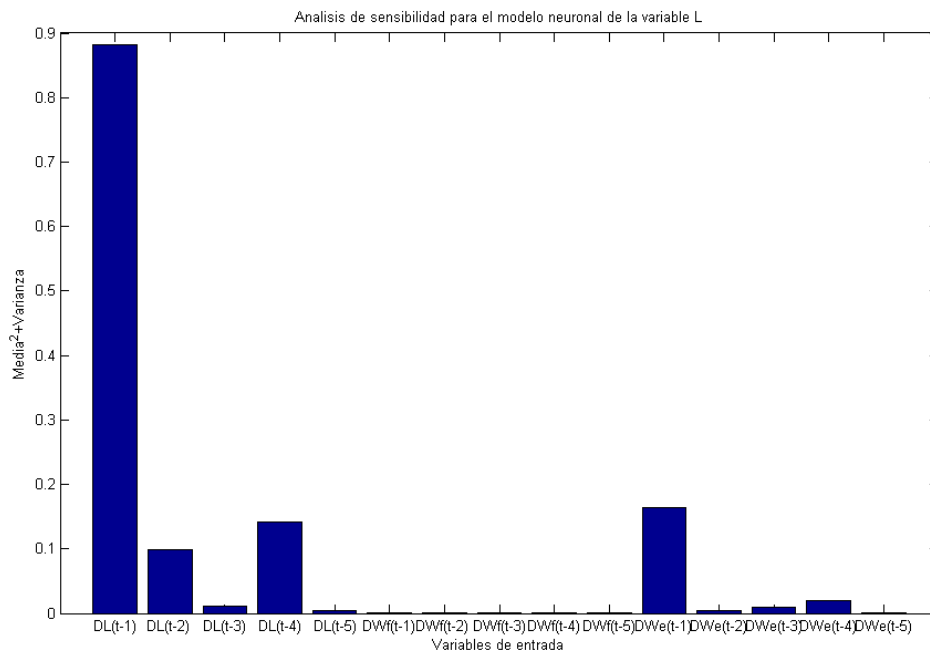
$$\Delta L(t) = \sum_{i=1}^{N_N} W_i^2 \cdot \left( \text{Tanh} \left( \sum_{j=1}^{N_j} W_{ji}^1 \cdot X_j + B_i^1 \right) \right) + B^2$$

**Ecuación 5.20**

Donde,  $N_N$  y  $N_j$  corresponden al número de neuronas de la capa oculta y al número de entradas a la red neuronal, respectivamente,  $N_{a_2}$  corresponde al número de regresores para la variable  $\Delta L$ ,

$N_{b_{12}}$  corresponde al número de regresores para la variable  $\Delta W_f$ ,  $N_{b_{22}}$  corresponde al número de regresores para la variable  $\Delta W_e$ .

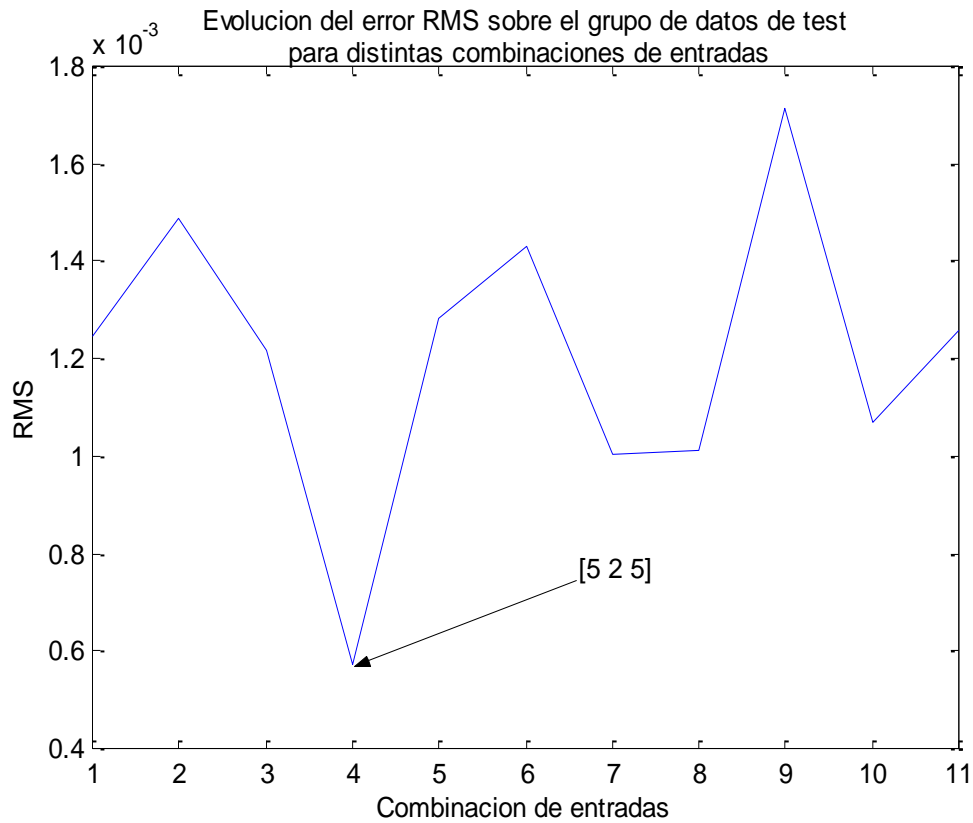
La elección de las entradas relevantes para el presente modelo se realizó mediante el análisis de sensibilidad, donde se consideraron 5 regresores para la variable  $\Delta L$ , 5 regresores para la variable  $\Delta W_f$ , y 5 regresores para  $\Delta W_e$ . Los resultados del análisis de sensibilidad se encuentran en el anexo E.1, a continuación en la Figura 5.21 se muestra un gráfico resumen de los resultados del análisis de sensibilidad para la modelación de la variable L.



**Figura 5.21: Análisis de sensibilidad para la variable variación del nivel de agua.**

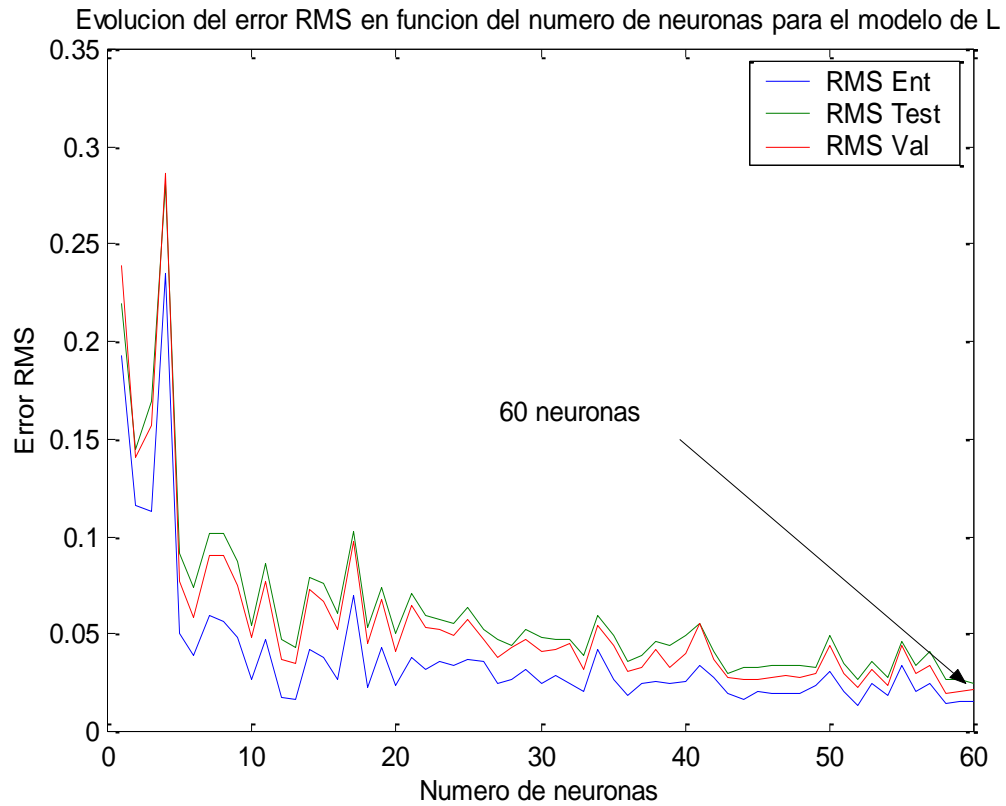
Los resultados del análisis de sensibilidad arrojaron que 5 regresores para  $\Delta L$  son relevantes en la modelación del nivel de agua, que el 2º, 3º, 4º y 5º regresores de  $\Delta W_f$  no aportan a la modelación, al igual que el 2º, 3º, 4º y 5º regresores de  $\Delta W_e$ . Luego, se realizaron modelos neuronales que consideran estas entradas, eligiéndose aquella combinación que presente el menor error RMS sobre el grupo de datos de test. En la Figura 5.22, se muestra la evolución del error RMS sobre el grupo de test para distintas combinaciones de entradas, el detalle de las combinaciones de entradas se encuentra en el anexo E.2.





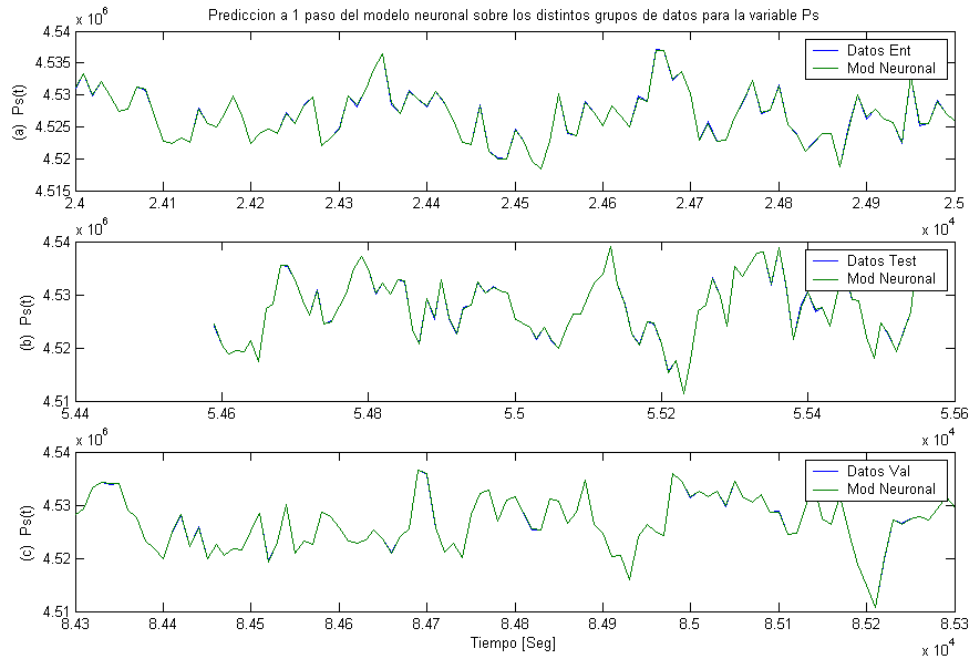
**Figura 5.22: Evolución del error RMS sobre distintas combinaciones de entradas para la modelación de la variable variación del nivel de agua.**

Luego, basado en la Figura 5.22 se obtuvo que la combinación óptima de entradas considera 5 regresores para  $\Delta L$ , 2 regresores para  $\Delta W_f$  y 5 regresores para  $\Delta W_e$ . A continuación, se entrena una red neuronal con dichas entradas donde se realizó optimización paramétrica y estructural, la cual se encuentra detallada en el anexo E.3. A continuación la Figura 5.23 muestra un resumen de los resultados de la optimización paramétrica y estructural.

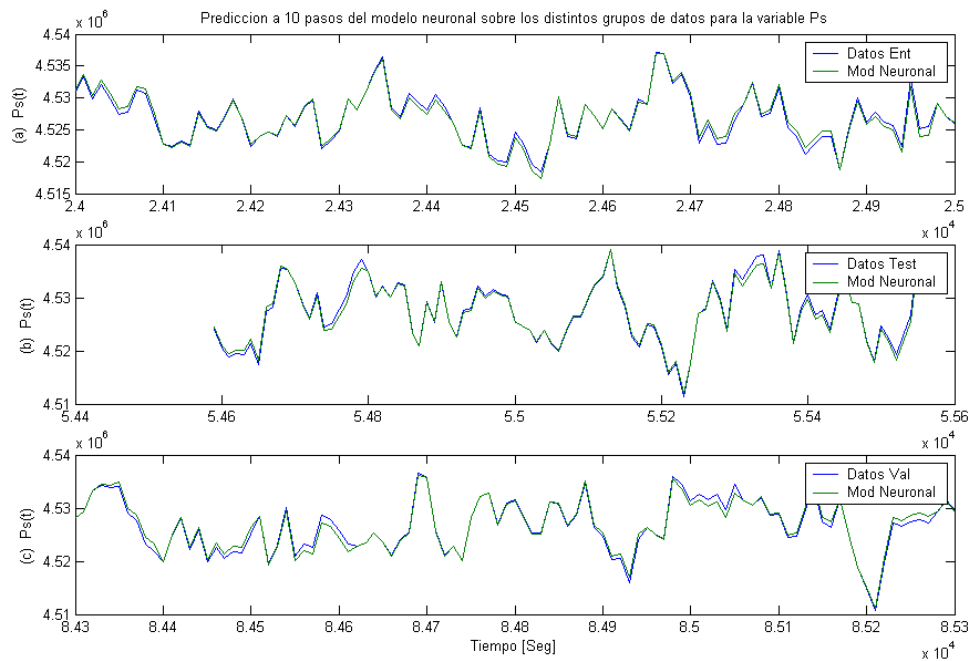


**Figura 5.23: Evolución del error RMS en función del número de neuronas para el modelo de L.**

Luego, los resultados del modelo neuronal para la variable nivel de agua del domo (L) sobre los 3 conjuntos de datos con predicciones a 1 y 10 pasos, se muestran en las Figuras 5.24 y 5.25. Se aprecia que el comportamiento de la red neuronal para la variable L se adecua al comportamiento de los datos obtenidos del simulador.



**Figura 5.24: Predicción a un paso del modelo neuronal para la variable nivel de agua del domo. (a) Datos de entrenamiento, (b) Datos de test, (c) Datos de validación.**



**Figura 5.25: Predicción a diez pasos del modelo neuronal para la variable nivel de agua del domo. (a) Datos de entrenamiento, (b) Datos de test, (c) Datos de validación.**

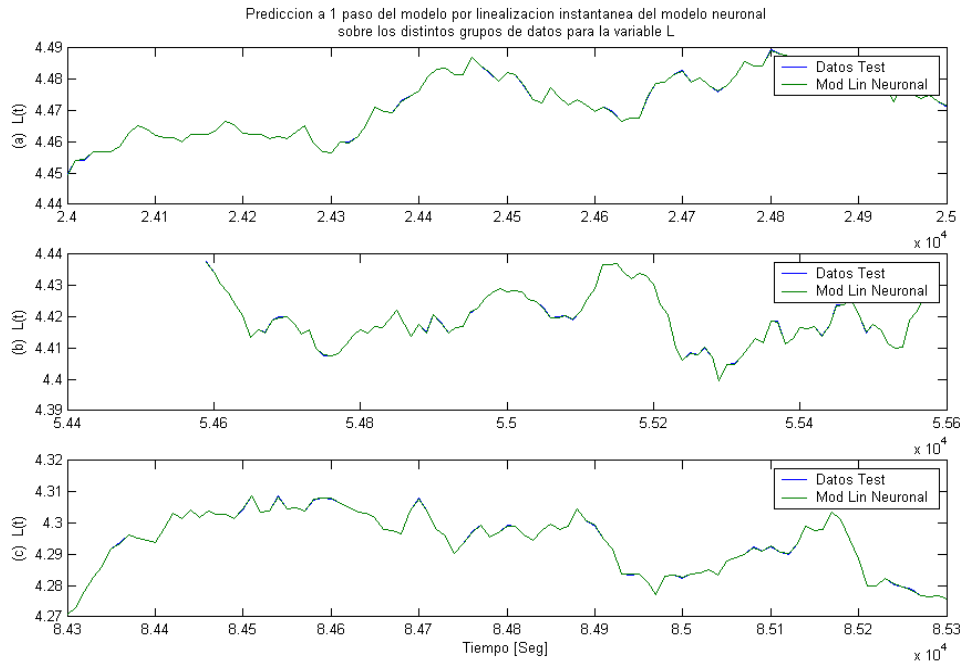
La Tabla 5.8 muestra el error RMS del modelo neuronal para la variable nivel de agua del domo para predicciones a 1 y 10 pasos. Esta tabla permite apreciar que la red neuronal para la variable L, al igual que en el caso de la variable Ps presenta una mejor modelación del proceso que el respectivo modelo lineal.

<b>Errores de predicción de L</b>		
<b>Datos</b>	<b>RMS 1 paso</b>	<b>RMS 10 pasos</b>
<b>Entrenamiento</b>	0.00033637	0.19299
<b>Test</b>	0.00022689	0.11288
<b>Validación</b>	0.00029038	0.15357

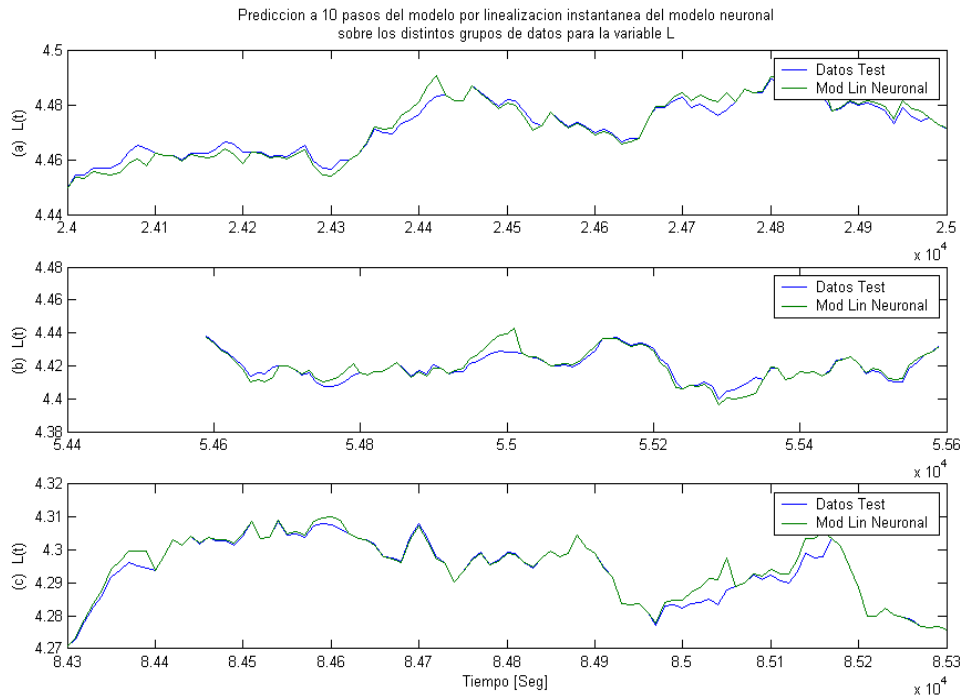
**Tabla 5.8: Error RMS del modelo neuronal de la variable nivel de agua del domo, para predicciones a 1 y 10 pasos.**

#### ***5.3.1.2.2 Linealización del modelo neuronal de la variable nivel de agua del domo (L).***

La linealización del modelo neuronal para la variable nivel de agua del domo se realizó por una expansión de Taylor de primer orden. Luego, los resultados de esta metodología para una predicción de 1 y 10 pasos para los distintos conjuntos de datos, se muestran en las Figuras 5.26 y 5.27. Se aprecia que la linealización de la red neuronal para L logra modelar adecuadamente el comportamiento del proceso real.



**Figura 5.26: Predicción a un paso por linealización instantánea del modelo neuronal para la variable nivel de agua del domo. (a) Datos de entrenamiento, (b) Datos de test, (c) Datos de validación.**



**Figura 5.27: Predicción a diez pasos por linealización instantánea del modelo neuronal para la variable nivel de agua del domo. (a) Datos de entrenamiento, (b) Datos de test, (c) Datos de validación.**

La Tabla 5.9 muestra el error RMS de la linealización del modelo neuronal para la variable nivel de agua del domo para predicciones a 1 y 10 pasos. Al igual que en el caso de la variable  $P_s$ , se puede observar que la linealización de la red neuronal de L arroja mejores predicciones a 1 y 10 pasos que el respectivo modelo lineal, sin embargo estos resultados no logran superar los resultados de la red neuronal de L.

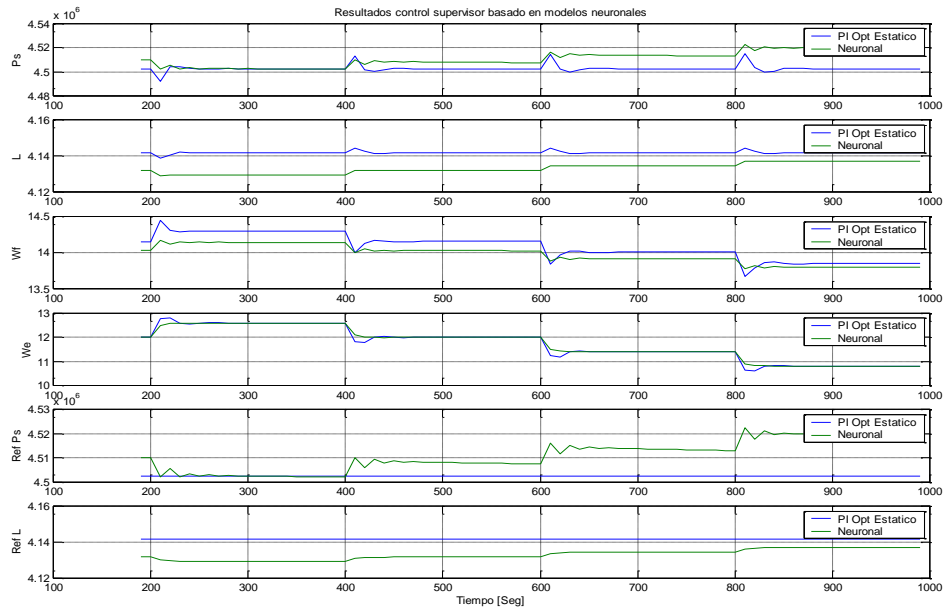
<b>Errores de predicción de L</b>		
<b>Datos</b>	<b>RMS 1 paso</b>	<b>RMS 10 pasos</b>
<b>Entrenamiento</b>	0.00043078	0.30225058
<b>Test</b>	0.0003895	0.21577217
<b>Validación</b>	0.0004193	0.27252988

**Tabla 5.9: Error RMS de la linealización instantánea del modelo neuronal de la variable nivel de agua del domo para predicciones a 1 y 10 pasos.**

### **5.3.2 Aplicación de control supervisor basado en linealización instantánea de modelos neuronales.**

La aplicación del control supervisor se realizó sobre el simulador de la caldera de una central de ciclo combinado sometido a una perturbación en el flujo de vapor sobrecalentado ( $W_s$ ), de iguales características que la aplicada al control PI con referencia estática óptima y control supervisor lineal, de manera de hacer comparable los resultados obtenidos.

En la Figura 5.28, se muestran los resultados del control supervisor por linealización instantánea del modelo neuronal.



**Figura 5.28: Resultados control supervisor por linealización instantánea del modelo neuronal.**

La Tabla 5.10 muestra los componentes de la función objetivo evaluados con los datos obtenidos del control supervisor neuronal, en comparación con los resultados de un control PI con referencia estática óptimo. Por lo tanto, se aprecia que el control supervisor basado en la linealización de las redes neuronales arroja resultados levemente mejores desde el punto de vista regulatorio y económico, que el control PI con referencia óptima y el control supervisor con modelos lineales

<b>Resultados Control Supervisor Neuronal</b>			
		<b>Control Supervisor Neuronal</b>	<b>Control PI óptimo</b>
$J_{CR}$	$\lambda_{CR_{P_s}} \cdot \sum_{i=1}^N (\hat{P}_s(t+i) - P_s^*)^2$	2,416033575297E+15	2,165553356638E+17
	$\lambda_{CR_L} \cdot \sum_{i=1}^N (\hat{L}(t+i) - L^*)^2$	2,047649250593E+33	2,047649254691E+33
	$\lambda_{CR_{P_s}} \cdot \lambda_{w_f}^1 \sum_{i=1}^N \Delta W_f(t+i-1)^2 + \lambda_{CR_L} \cdot \lambda_{w_f}^2 \sum_{i=1}^N \Delta W_f(t+i-1)^2$	1,032005984810E+19	5,572532693220E+19
	$\lambda_{CR_{P_s}} \cdot \lambda_{w_e}^1 \sum_{i=1}^N \Delta W_e(t+i-1)^2 + \lambda_{CR_L} \cdot \lambda_{w_e}^2 \sum_{i=1}^N \Delta W_e(t+i-1)^2$	1,135485462425E+14	2,861086885204E+14
$J_{CV}$	$\sum_{i=1}^N C_{w_f} \cdot W_f(t+i-1)$	1,393390902333E+19	1,397788851423E+19
	$\sum_{i=1}^N C_{w_e} \cdot W_e(t+i-1)$	1,161089766811E+17	1,171139647844E+17
<b>J<sub>CR</sub></b>		2,047649250593E+33	2,047649252741E+33
<b>J<sub>CV</sub></b>		1,405001800001E+19	1,413595198694E+19
<b>J</b>		2,047649250593E+33	2,047649252741E+33

**Tabla 5.10: Resultados para el control supervisor por linealización instantánea del modelo neuronal.**

#### **5.4 Análisis de los resultados.**

A continuación, se muestra un índice de eficiencia definido en la Ecuación 5.21, que permite determinar el ahorro que plantean las nuevas estrategias de control desarrolladas en comparación a la estrategia de control PI con referencia estática óptimo.

$$\eta_{J_{CR}} = \left( 100 - \frac{J_{CR} \text{ estrategia de control propuesta}}{J_{CR} \text{ estrategia de control PI óptimo}} \times 100 \right) \%$$

$$\eta_{J_{CV}} = \left( 100 - \frac{J_{CV} \text{ estrategia de control propuesta}}{J_{CV} \text{ estrategia de control PI óptimo}} \times 100 \right) \%$$

**Ecuación 5.21**

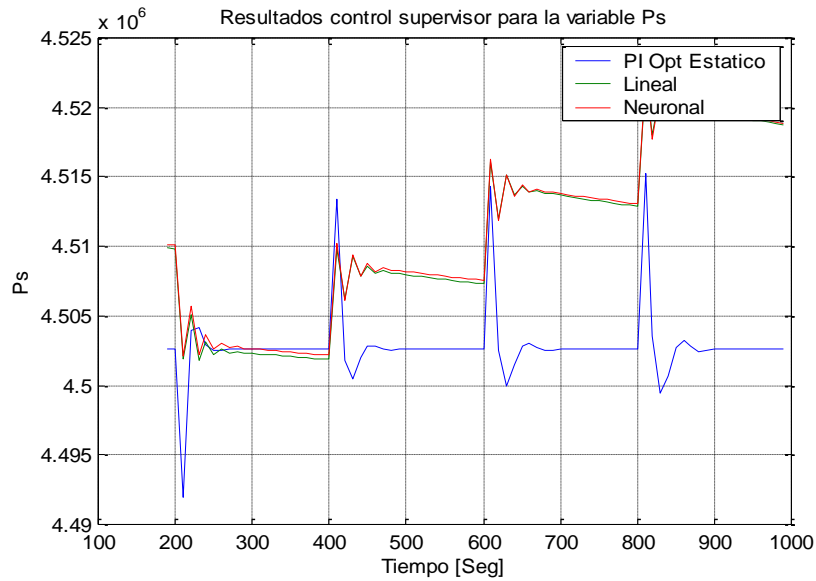
La Tabla 5.11 muestra un resumen de los valores de la función objetivo ( $J$ ), y de sus componentes regulatorios ( $J_{CR}$ ) y económicos ( $J_{CV}$ ), para las distintas estrategias de control propuestas, así como el índice de eficiencia definido en la Ecuación 5.21.



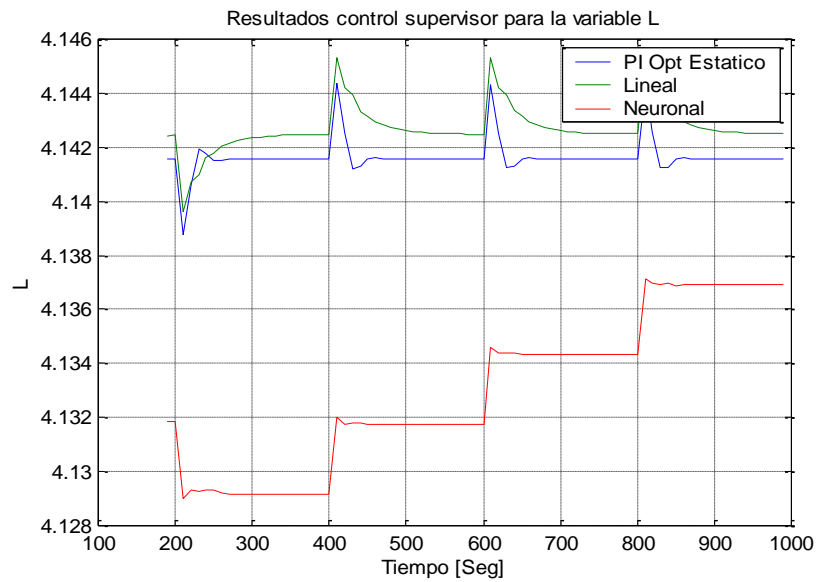
<b>Índices de eficiencia.</b>					
	$J_{CR}$	$\eta_{J_{CR}}$	$J_{CV}$	$\eta_{J_{CV}}$	$J$
<b>Control PI óptimo</b>	2,047649254691E+33	-----	1,409500247901E+19	-----	2,047649254691E+33
<b>Control supervisor lineal</b>	2,047649251673E+33	0,000000147%	1,406085384468E+19	0,242274766%	2,047649251673E+33
<b>Control supervisor por linealización instantánea</b>	2,047649250593E+33	0,000000200%	1,405001800001E+19	0,319151977%	2,047649250593E+33

**Tabla 5.11: Valores para la función objetivo de las distintas estrategias de control.**

Los resultados anteriores permiten apreciar que las estrategias de control supervisor plantean un valor similar para la componente regulatoria de la función objetivo, que el respectivo valor generado por el control PI con referencia estática óptima. Esto se debe a que a pesar de tener el control supervisor una componente económica, las características de la función objetivo utilizada permiten que no se desprecie el aspecto regulatorio, logrando de este modo estándares similares a los obtenidos por las estrategias de PI que sólo incorporan criterios regulatorios. Continuando con el análisis de la componente regulatoria ( $J_{CR}$ ), se puede apreciar en las Figuras 5.29 y 5.30, que en general los valores de las variables controladas están muy próximos a los valores de referencia externa deseados, que corresponden a  $4.5251 \times 10^6$  para la variable  $P_s$  y 4.1425 para la variable  $L$ . Este hecho hace que los términos asociados al seguimiento de referencia sean muy similares entre las distintas estrategias, lo que se traduce en que los valores de la componente regulatoria sea prácticamente igual entre las distintas estrategias presentadas, no constituyendo una significativa ventaja del control supervisor frente a la situación tradicional.



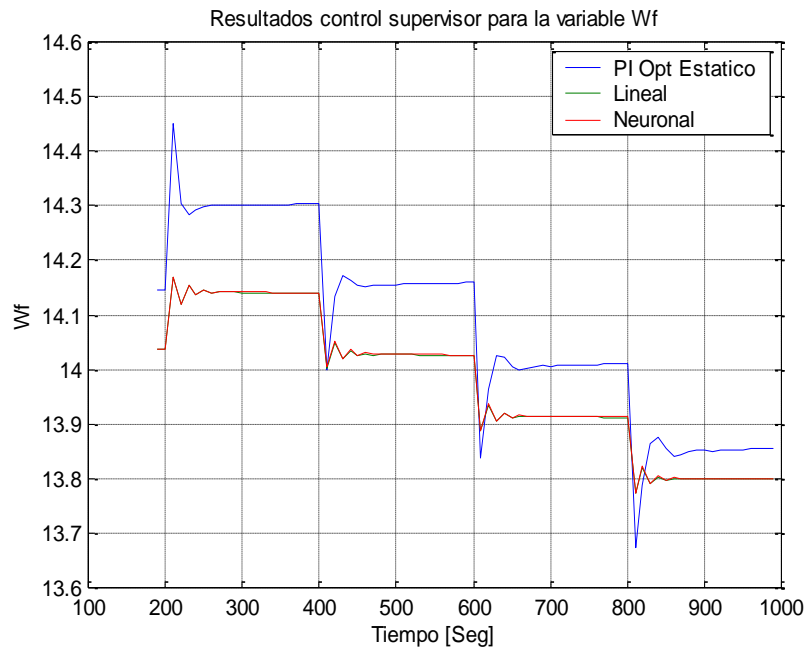
**Figura 5.29: Comparación de las estrategias de control desarrolladas para la variable Ps.**



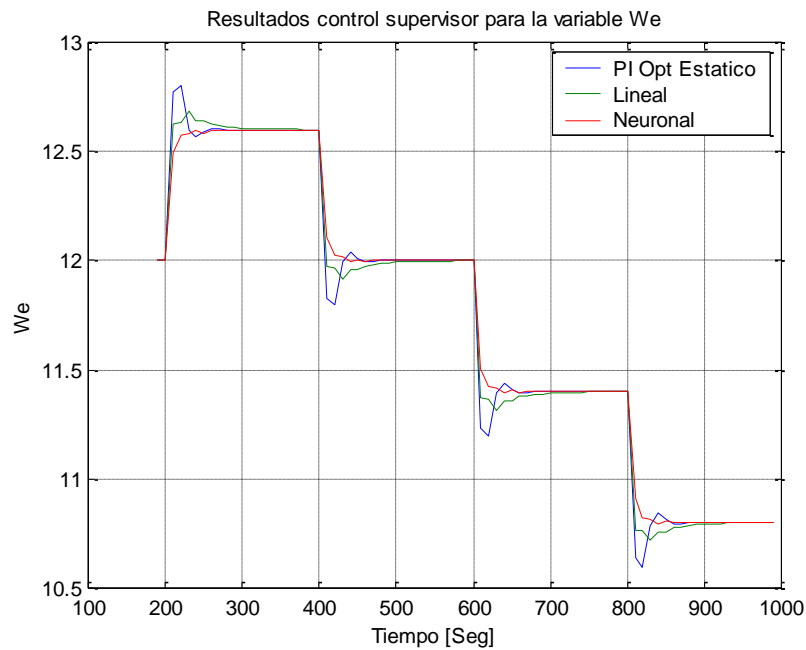
**Figura 5.30: Comparación de las estrategias de control desarrolladas para la variable L**

Desde el punto de vista de la componente económica de la función objetivo, se puede apreciar en la Tabla 5.11 las reales ventajas de la incorporación de un control supervisor, puesto que dichas estrategias plantean ahorros entre un 0.24 y 0.31% en los costos variables asociados al funcionamiento de la caldera de ciclo combinado en comparación al funcionamiento de la misma planta con un control PI con referencia estática óptima. Este hecho se puede apreciar en las Figuras 5.31 y 5.32, donde las estrategias de control supervisor presentan menores oscilaciones

que la estrategia de PI con referencia estática óptima, lo cual hace que el tipo de estrategia de control supervisor presente menores costos que la estrategia PI.



**Figura 5.31:** Comparación de las estrategias de control desarrolladas para la variable  $W_f$ .



**Figura 5.32:** Comparación de las estrategias de control desarrolladas para la variable  $W_e$ .

Por último, se hace necesario notar que los resultados del control supervisor por linealización instantánea de los modelos neuronales presentan una leve mejora en comparación a los resultados

obtenidos por el control supervisor basado en modelos lineales. Esto muestra el hecho de que incorporar la técnica de linealización instantánea en reemplazo de los modelos neuronales genera resultados peores que los esperados por una estrategia de control basada exclusivamente en modelos neuronales, pues el proceso en estudio es altamente no lineal, y por ende cuando se intenta predecir con un modelo lineal que se actualiza a cada instante se van cometiendo errores cada vez mayores en las predicciones más lejanas de manera de obtener los resultados anteriormente enunciados.

### ***5.5 Evaluación económica de los resultados.***

A continuación, se plantea la aplicación de los resultados obtenidos a la central de ciclo combinado Nueva Renca, esta central es la primera en Chile en generar electricidad a partir de gas natural con una alta eficiencia, bajo costo y mínimo impacto ambiental. Posee una potencia instalada de 370 [MW], la turbina de vapor genera 170 [MW] y la turbina de gas genera 200 [MW], la combinación de ambas turbinas alcanza una eficiencia máxima de 54.4%. La planta esta ubicada en Santiago, lo que permite alimentar directamente el anillo de distribución sin la necesidad de recurrir al Sistema Interconectado Central, esta situación permite incrementar el nivel de seguridad y servicio dentro de la Región Metropolitana.

La central Nueva Renca durante el año 2002 produjo un promedio de 5421 [MWh] diarios (Información obtenida de la Comisión Nacional de Energía (CNE)), con un precio nudo promedio de 33,27 [Mills /KWh], con un costo asociado a combustible de 11,18 [Mills/KWh]. Basado en estos datos se tiene que el costo promedio diario de producción corresponde a 60.606.780 [Mills] con una ganancia de 180.356.670 [Mills], lo que arroja una utilidad de 119.749.890 [Mills], luego la reducción de los costos producida por una estrategia de control supervisor se muestra en la Tabla 5.12.

	Reducción Costos	Costos estrategia de control PI [Mills]	Costos estrategia de control supervisor [Mills]	Utilidad estrategia de control PI [Mills]	Utilidad estrategia de control supervisor [Mills]	Incremento de utilidades por estrategia de control supervisor
Control supervisor basado en modelos lineales	0,24%	60.606.780	60.461.324	119.749.890	119.895.346	<b>0,12%</b>
Control supervisor basado en linealización instantánea de la red neuronal	0,31%	60.606.780	60.418.899	119.749.890	119.937.771	<b>0,16%</b>

**Tabla 5.12: Evaluación económica de la estrategia de control propuesta.**

La Tabla 5.12 muestra que la estrategia de control supervisor basado en modelos lineales logra un incremento de la utilidad de la central Nueva Renca de un 0.12 %, en comparación a una estrategia de control PI, lo cual se traduce en un considerable aumento debido a la magnitud de los montos involucrados. De igual modo, se tiene que el control supervisor basado en linealización instantánea de la red neuronal logra un incremento del 0.16 % de la utilidad, lo cual hace que este tipo de estrategias se una alternativa viable para alcanzar mejores estándares de desempeño.

## 6. Conclusión y discusión.

En el presente trabajo, se diseñó una estrategia de control supervisor basada tanto en modelos lineales como en modelos neuronales, que considera criterios regulatorios como económicos. Esta técnica de control fue aplicada a la caldera de una planta térmica de ciclo combinado

Los resultados del trabajo permitieron, en primer lugar, obtener modelos neuronales para las variables de la caldera: presión de vapor sobrecalentado ( $P_s$ ) y nivel de agua del domo ( $L$ ), obteniéndose una mejor aproximación de las no linealidades. Específicamente, los modelos neuronales superaron en un 30 y 60% las predicciones a uno y diez pasos, respectivamente, con respecto a los resultados obtenidos por los modelos lineales. Esto se debe principalmente a la metodología de identificación sistemática aplicada a la modelación neuronal, donde se incorporaron optimizaciones de carácter estructural y paramétrico, y un análisis de sensibilidad para la determinación de las variables de entrada relevantes.

Por su parte, en general, las estrategias de control supervisor plantean una alternativa válida a las estrategias de control utilizadas convencionalmente, producto de que incorporan mejoras tanto desde el punto de vista regulatorio como económico. Específicamente, se consiguieron ahorros en los costos operacionales del orden del 0.3%, lo que para las centrales térmicas de ciclo combinado, donde los costos son extremadamente altos, resulta un ahorro considerable en el monto del dinero. En particular, el control supervisor lineal para la caldera reduce un 0.24% los costos, mientras que el control supervisor por linealización instantánea del modelo neuronal reduce los costos en un 0.31%.

De esta manera, se puede observar que la estrategia de control supervisor basada en modelos lineales presenta un comportamiento similar al obtenido por linealización instantánea, esto se puede explicar debido a las características altamente no lineales del proceso en estudio, lo que provoca que la linealización instantánea no logre aprovechar de manera cabal las capacidades de modelación de las redes neuronales. Esto permite preveer que para etapas posteriores sería conveniente desarrollar una estrategia de control supervisor basada, exclusivamente, en predicciones neuronales puras (sin linealización de la red neuronal), con objeto de mejorar aún más los resultados entregados.

Se verifico el hecho que las estrategias de control supervisor corresponden a una alternativa económicamente viable para implementar en las plantas de ciclo combinado de nuestro país, producto que el análisis económico realizado sobre la central Nueva Renca arrojo incrementos en la utilidad neta que oscilan entre los 0.12 % y 0.16 % sobre la situación con un sistema de control PI, al incremento en las utilidades se suma el bajo costo de inversión que incorpora una estrategia de control de este tipo.

## Referencias.

- Bemporad, A., Casavola, Mosca, E. (1997) Nonlinear control of constrained linear systems via predictive reference management. IEEE transactions on automatic control, Vol. 42, N°3, pp. 340-349.
- Cipriano, A., Muñoz, C., Quezada. (1995). Economic optimal control of grinding-flotation plants. Proceedings of the third international conference COPPER'95, November 26-29, Santiago, Chile, pp. 99-111.
- Demuth, H., Beale, M.. Neural network toolbox user's guide. Mathworks, 2003.
- Muñoz. (1996). Aplicación de técnicas de redes neuronales artificiales al diagnostico de procesos industriales. Tesis doctoral Universidad Pontificia Comillas Madrid.
- Norgaard, M., Ravn, O., Poulsenn, N., Hansen, N. (2000). Neural networks for modelling and control of dynamic systems, 2<sup>nd</sup> edition. Sprienger – Verlag, London..
- Norgaard, M. (1996). System identification and control with neural networks. 3<sup>rd</sup> edition. Sprienger – Verlag, London.
- Norgaard M. (2000) Neural network based system identification toolbox. Department of automation, technical university of denmark.
- Ogata, K. (1997). Modern control engineering. 3<sup>rd</sup> edition. Prentice-Hall, New Jersey.
- Ordys, Pike, Johnson, Kateb, Grimble. Modelling and simulation of power generation plants. Sprienger – Veralg, London 1994.
- Ordys, A., Pike, A., Johnson. Optimisation of set-point transition in combined cycle power plants using predictive control techniques. Industrial control centre, University of Strathclyde 1995.
- C. de Parda, A. Valentin. Set point optimization in multivariable constrained predictive control. Departament of systems engineering and automatic, university of Valladolid.
- Sáez, D., Cipriano, A., Andrzej, Ordys, A. (2002). Optmisation of industrial processes at supervisory level: Application to control of thermal power plants. 1<sup>st</sup> edition. Sprienger – Verlag, London.
- Saez, D., Cipriano, A.. Fuzzy and neural network models for a combined cycle power plant boiler. Departament of electrical engineering, Catholic University of Chile.



## **Anexo A: Fundamentos de redes neuronales.**

### ***A.1 Introducción.***

Las redes neuronales artificiales tienen sus raíces en el estudio del funcionamiento de las redes neuronales biológicas, luego debido a este hecho es que la definición más aceptada para las redes neuronales las considera como sistemas simples de procesamiento, llamados neuronas, que se conectan entre sí dentro de una red a través de un set de pesos (Sinápsis), y de éste modo logran imitar las capacidades de aprendizajes de sus símiles biológicos.

Los primeros avances en el campo de las redes neuronales se remontan a la segunda mitad del siglo XIX, donde se produjeron desarrollos en el campo de la neurología, a través de investigadores ilustres de esta época como son Jackson, Ramón y Cajal y Golgi entre otros. Pero no fue hasta 1943 cuando Warren McCulloch y Walter Pitts propusieron el clásico modelo de neurona en el que se basan las redes neuronales actuales. Seis años después, en 1949, en su libro *The Organization of Behavior*, Donald Hebb presenta su conocida regla de aprendizaje.

En 1957, Frank Rosenblatt presentó el Perceptron, una red neuronal con aprendizaje supervisado cuya regla de aprendizaje era una modificación de la propuesta por Hebb. El Perceptrón trabaja con patrones de entrada binarios, y su funcionamiento, por tratarse de una red supervisada, se realiza en dos fases: una primera en la que se presentan las entradas y la salidas deseadas; en esta fase la red aprende la salida que debe dar para cada entrada. El principal aporte del Perceptrón es que la adaptación de los pesos se realiza teniendo en cuenta el error entre la salida que da la red y la salida que se desea. En la fase siguiente, de operación, la red es capaz de responder adecuadamente cuando se le vuelven a presentar los patrones de entrada. Se crearon grandes expectativas sobre sus aplicaciones, que posteriormente se tornaron en gran decepción cuando en 1969 Minsky y Papert demostraron las grandes limitaciones de esta red.

En los años 60 se propusieron otros dos modelos, también supervisados, basados en el Perceptron de Rosenblatt denominados Adaline y Madaline. En estos, la adaptación de los pesos se realiza teniendo en cuenta el error, calculado como la diferencia entre la salida deseada y la dada por la red, al igual que en el Perceptrón. Sin embargo, la regla de aprendizaje empleada es distinta. Se define una función de error para cada neurona que da cuenta del error cometido para cada valor

posible de los pesos cuando se presenta una entrada a la neurona. Así, la regla de aprendizaje hace que la variación de los pesos se produzca en la dirección y sentido contrario del vector gradiente del error. A esta regla de aprendizaje se la denomina Delta.

La era moderna de las redes neuronales artificiales surge con la técnica de aprendizaje de propagación hacia atrás o *Back Propagation*. La estructura de las redes citadas anteriormente (Perceptron, Adaline y Madaline) consta de dos capas: una capa primera formada por unidades que dejan pasar la entrada y que no tienen aprendizaje, y una segunda capa formada por una o varias neuronas en el caso del Madaline. La contribución de Minsky y Papert fue la de demostrar que una red del tipo Perceptron no es capaz de aprender todas las posibles combinaciones entre entradas y salidas. La solución del problema consiste en añadir capas intermedias de neuronas, introduciendo de esta forma el problema de cómo enseñar a estas capas intermedias. Aquí es donde tiene importancia el algoritmo de propagación hacia atrás. En éste se compara la salida real con la salida deseada. La diferencia entre ambas constituye un error que se propaga hacia atrás desde la capa de salida hasta la de entrada permitiendo así la adaptación de los pesos de las neuronas intermedias mediante una regla de aprendizaje Delta. Sin embargo, también tiene sus limitaciones.

Posteriormente se han desarrollado otros modelos que permiten un aprendizaje no supervisado como el mapa auto-organizativo de Kohonen, los basados en la Teoría de Resonancia Adaptativa (ART) de Grossberg y Carpenter, o los modelos de control motor de Bullock, Gaudiano y Grossberg, entre otros.

## A.2 Modelo de una neurona.

La neurona constituye la unidad de procesamiento básica de una red neuronal sobre un número de entradas, las que son ponderadas por un set de pesos asociados, y su resultado es usado como argumento de una función univaluada, conocida como función de activación. El esquema de una red neuronal se muestra en la Figura A.1.

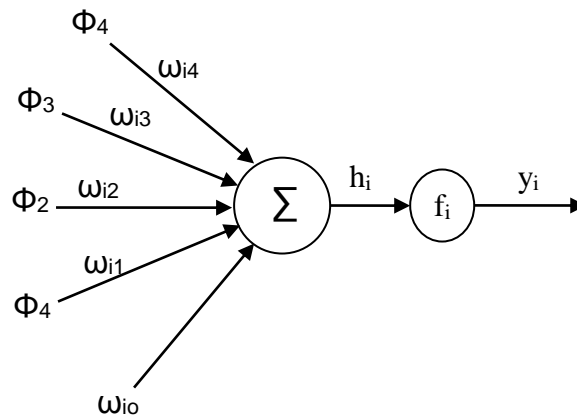
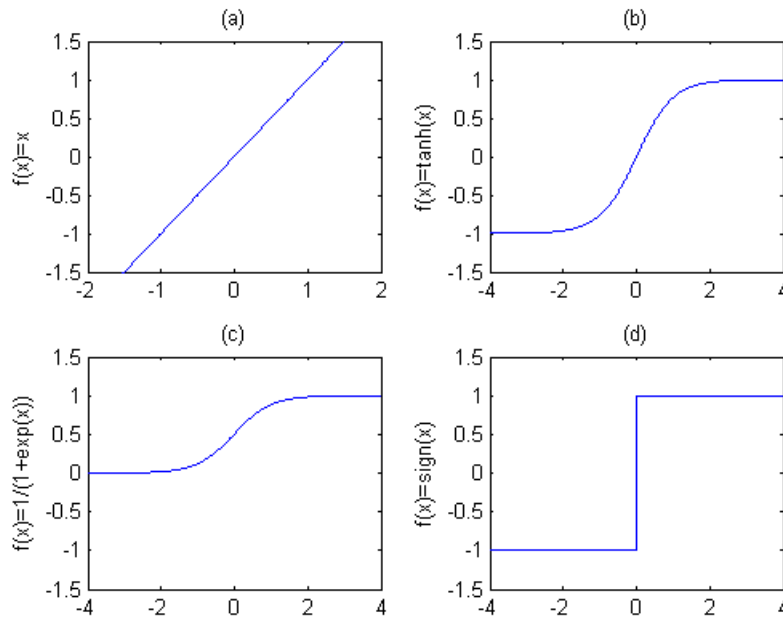


Figura A.1: Esquema de una red neuronal.

Luego, la salida de la red neuronal mostrada en la Figura A.1 corresponde a  $y_i = f_i(h_i) = f_i\left(\sum_{j=1}^n \omega_{ij} + \omega_{i0}\right)$ , donde el índice  $i$  se asocia a la neurona y el restante índice se asocia a la entrada correspondiente.

La entrada de una unidad puede estar constituida por la salida de otra unidad o por una entrada externa. El desplazamiento  $\omega_{i0}$  es llamado bias o desfase, y puede ser interpretado como un peso aplicado a una entrada constante de valor unitario. Por lo general, la función  $f_i$  corresponde a una función monótonica pero en rigor puede ser de cualquier tipo. Algunas funciones de activación utilizadas normalmente se muestran en la Figura A.2.



**Figura A.2: Funciones de activación utilizadas por las redes neuronales.**

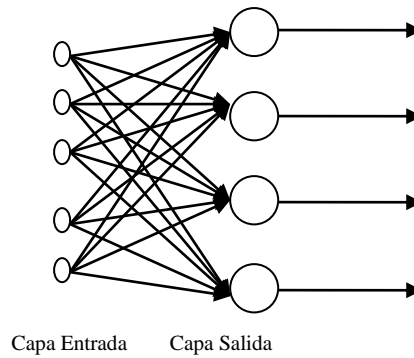
**La figura (a) función lineal, la figura (b) función hiperbólica,**

**La figura (c) función exponencial, la figura (d) función escalón.**

### ***A.3 Arquitectura de redes neuronales.***

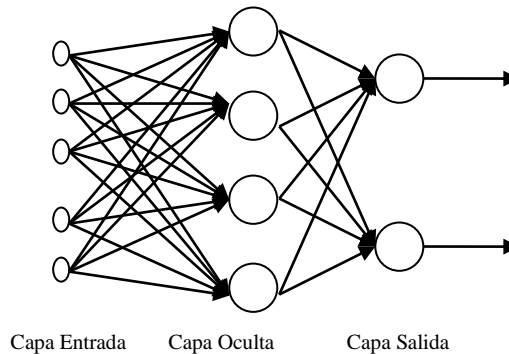
La arquitectura de una red neuronal se entiende como las distintas configuraciones que se pueden adoptar entre las unidades básicas, neuronas, y el tipo de entradas a la red neuronal, en este sentido se proponen 3 tipos de arquitecturas básicas: redes de una capa, redes multicapa, redes recurrentes.

A) *Redes de una capa*: La forma más básica de este tipo de red esta constituida por una capa de entrada conformada por nodos que proveen de las fuentes que son proyectadas a la red, y que dan lugar a las salidas de esta estructura. Un esquema de esta arquitectura se muestra en la Figura A.3.



**Figura A.3: Esquema de una red neuronal de una capa.**

B) *Redes Multicapa*: Las redes multicapa tienen una capa de entrada, una o varias capas ocultas y una capa de salida. Esta estructura está compuesta por neuronas que se encuentran conectadas a las neuronas de la capa anterior, donde el número de neuronas de la capa de entrada da lugar a la base de mapeo, y el número de neuronas de la capa de salida da lugar a la dimensión del espacio de salida. Esta estructura se muestra en la Figura A.4.

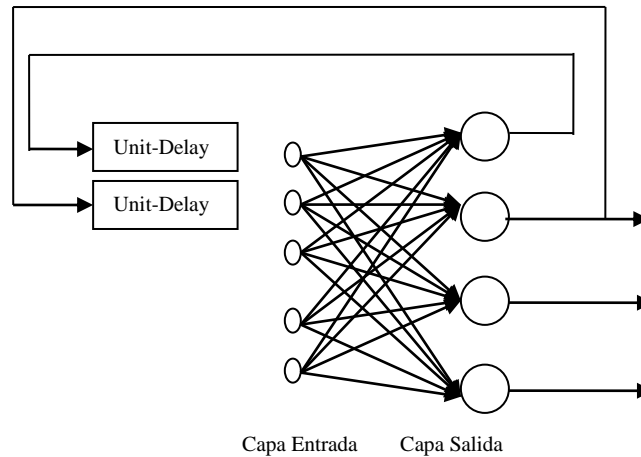


**Figura A.4: Esquema de una red neuronal multicapa.**

En Cybenko (1989) se muestra que cualquier función continua puede ser aproximada con un grado de exactitud deseado por una red multicapa, constituida por una capa oculta cuyas neuronas presentan una función de activación sigmoide, y la capa de salida presenta una función de activación lineal.

C) *Redes Recurrentes*: Una red recurrente tiene al menos una realimentación que la distingue de las demás estructuras. La red recurrente puede consistir de una sola capa o múltiples capas de neuronas, y cada neurona puede alimentar su salida a todas las neuronas de las capas anteriores. La presencia de estas realimentaciones origina variaciones en la capacidad de

aprendizaje de la red neuronal, más aún debido a los desfases originados en la realimentación la red exhibe un comportamiento dinámico no lineal. La Figura A.5 muestra un esquema de este tipo de redes.



**Figura A.5: Esquema de una red neuronal recurrente.**

#### ***A.4 Aprendizaje para redes neuronales.***

Las redes neuronales aprenden de ejemplos que se les presentan, en forma de pares de entrada-salida de un proceso. Es decir, las redes neuronales realizan el mapeo ( $f^*$ ) de un espacio de entrada ( $u$ ) hacia un espacio de salida ( $y$ ), de manera de imitar el comportamiento de una función  $f$ .

$$\begin{aligned}
 f : u \rightarrow y & \quad \text{Función real} \\
 f^* : u \rightarrow y & \quad \text{Aproximación mediante red neuronal}
 \end{aligned}$$

**Ecuación A.1**

Para realizar esta aproximación, se busca encontrar una función  $f^*(u)$  que minimice la distancia a  $f(u)$ , mediante la determinación de los pesos que ponderan las entradas de la función  $f^*$ , lo cual es equivalente a encontrar la función que presente el menor error.

$$\min_w \|f(u) - f^*(u, w)\|_2$$

**Ecuación A.2**

En la practica, la función  $f(u)$  no es conocida, luego la información sobre la función  $f(u)$  se encuentra resumida en un conjunto de datos ( $D$ ). Entonces la determinación de los pesos óptimos, se realiza minimizando el error sobre este conjunto discreto de datos.

$$e(D) = \sum_{k=1}^n |y_k - f^*(u_k, w)|$$

*luego,*

$$w^* = \arg \min_w (e(D))$$

**Ecuación A.3**

Luego, el proceso de entrenamiento de una red consiste en realizar la minimización de la función de error anterior, y luego dependiendo del método de optimización a utilizar es el nombre que recibe el entrenamiento.

## Anexo B: Cálculo de referencias estáticas óptimas.

La estrategia de control supervisor propuesta en el presente trabajo plantea criterios regulatorios y económicos, luego de manera de hacer comparable los resultados de este tipo de estrategias con los resultados de una estrategia de control convencional, como lo constituye un PI, se plantea que las referencias constantes utilizadas por la estrategia de control convencional sean el resultado de una optimización estática de la función objetivo utilizada por el control supervisor. A continuación, se desarrolla una propuesta de control óptimo basado en el PI encargado de controlar el funcionamiento de la caldera de una central de ciclo combinado.

Dada la función objetivo:

$$J = \sum_{i=1}^N C_{W_f} \cdot W_f(t+i-1) + \sum_{i=1}^N C_{W_e} \cdot W_e(t+i-1) + \eta \cdot \left( \lambda_{CR_{P_S}} \cdot \left( \sum_{i=1}^N (\hat{P}_S(t+i) - P_S^*)^2 + \lambda_{W_f}^1 \sum_{i=1}^N \Delta W_f(t+i-1)^2 + \lambda_{W_e}^1 \sum_{i=1}^N \Delta W_e(t+i-1)^2 \right) + \lambda_{CR_L} \cdot \left( \sum_{i=1}^N (\hat{L}(t+i) - L^*)^2 + \lambda_{W_f}^2 \sum_{i=1}^N \Delta W_f(t+i-1)^2 + \lambda_{W_e}^2 \sum_{i=1}^N \Delta W_e(t+i-1)^2 \right) \right)$$

**Ecuación B.1**

Se puede expresar por:

$$J = \lambda_1 \cdot \sum_{i=1}^N (p_s(t+i) - P_S^*)^2 + \lambda_2 \cdot \sum_{i=1}^N (L(t+i) - L^*)^2 + \lambda_3 \cdot \sum_{i=1}^N \Delta W_f^2(t+i-1) + \lambda_4 \cdot \sum_{i=1}^N \Delta W_e^2(t+i-1) + \sum_{i=1}^N C_{W_f} \cdot W_f(t+i-1) + \sum_{i=1}^N C_{W_e} \cdot W_e(t+i-1)$$

**Ecuación B.2**

Donde,  $\lambda_1 = \eta \cdot \lambda_{CR_{P_S}}$ ,  $\lambda_2 = \eta \cdot \lambda_{CR_L}$ ,  $\lambda_3 = \eta \cdot \lambda_{CR_{P_S}} \cdot \lambda_{W_f}^1 + \eta \cdot \lambda_{CR_L} \cdot \lambda_{W_f}^2$ , y  $\lambda_4 = \eta \cdot \lambda_{CR_{P_S}} \cdot \lambda_{W_e}^1 + \eta \cdot \lambda_{CR_L} \cdot \lambda_{W_e}^2$ .



Luego, debido a que en régimen estacionario se tiene que:

$$\begin{aligned}
 P_s(t+i) &= P_s & \forall i \\
 L(t+i) &= L & \forall i \\
 W_f(t+i) &= W_f & \forall i \Rightarrow \Delta W_f(t+i) = 0 \quad \forall i \\
 W_e(t+i) &= W_e & \forall i \Rightarrow \Delta W_e(t+i) = 0 \quad \forall i
 \end{aligned}$$

**Ecuación B.3**

La función objetivo a optimizar se simplifica a:

$$J = \lambda_1 \cdot (P_s - P_s^*)^2 + \lambda_2 \cdot (L - L^*)^2 + C_{W_f} \cdot W_f + C_{W_e} \cdot W_e$$

**Ecuación B.4**

Además, en régimen permanente se cumple que el controlador PI:

$$\begin{aligned}
 P_s &= P_s^{\text{Ref}} \\
 L &= L^{\text{Ref}}
 \end{aligned}$$

**Ecuación B.5**

Luego, el modelo estático de la caldera establece que:

$$\begin{aligned}
 P_s &= K_{P_{S1}} \cdot W_f + K_{P_{S2}} \cdot W_e \Rightarrow W_f = \frac{K_{L_2} \cdot P_s}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}} - \frac{K_{P_{S2}} \cdot L}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}} \\
 L &= K_{L_1} \cdot W_f + K_{L_2} \cdot W_e \Rightarrow W_e = \frac{K_{P_{S1}} \cdot L}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}} - \frac{K_{L_1} \cdot P_s}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}}
 \end{aligned}$$

**Ecuación B.6**

Reemplazado, se tiene la siguiente función objetivo:

$$\begin{aligned}
 J &= \lambda_1 \cdot (P_s^{\text{Ref}} - P_s^*)^2 + \lambda_2 \cdot (L^{\text{Ref}} - L^*)^2 + \\
 &C_{W_f} \cdot \left( \frac{K_{L_2} \cdot P_s^{\text{Ref}}}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}} - \frac{K_{P_{S2}} \cdot L^{\text{Ref}}}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}} \right) + C_{W_e} \cdot \left( \frac{K_{P_{S1}} \cdot L^{\text{Ref}}}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}} - \frac{K_{L_1} \cdot P_s^{\text{Ref}}}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}} \right)
 \end{aligned}$$

**Ecuación B.7**

Estableciendo condiciones de primer orden sobre la función objetivo:

$$\frac{\partial J}{\partial P_S^{Ref}} = 2 \cdot \lambda_1 \cdot (P_S^{Ref} - P_S^*) + C_{W_f} \cdot \left( \frac{K_{L_2}}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}} \right) - C_{W_e} \cdot \left( \frac{K_{L_1}}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}} \right) = 0$$

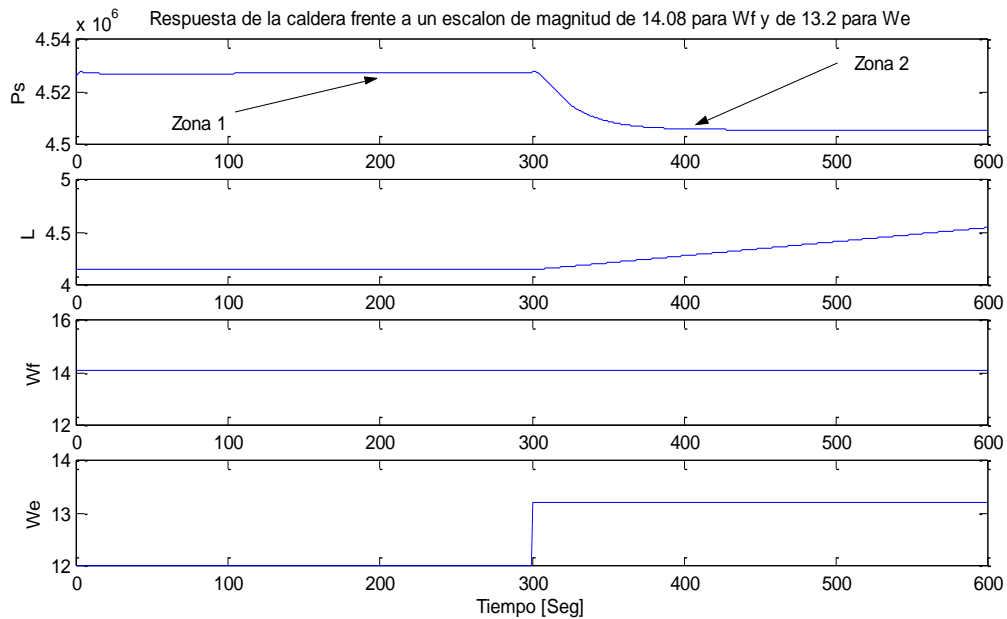
$$\Rightarrow P_S^{Ref} = P_S^* - \frac{C_{W_f}}{2 \cdot \lambda_1} \cdot \left( \frac{K_{L_2}}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}} \right) + \frac{C_{W_e}}{2 \cdot \lambda_1} \cdot \left( \frac{K_{L_1}}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}} \right)$$

$$\frac{\partial J}{\partial L^{Ref}} = 2 \cdot \lambda_2 \cdot (L^{Ref} - L^*) - C_{W_f} \cdot \left( \frac{K_{P_{S2}}}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}} \right) + C_{W_e} \cdot \left( \frac{K_{P_{S1}}}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}} \right) = 0$$

$$\Rightarrow L^{Ref} = L^* + \frac{C_{W_f}}{2 \cdot \lambda_2} \cdot \left( \frac{K_{P_{S2}}}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}} \right) - \frac{C_{W_e}}{2 \cdot \lambda_2} \cdot \left( \frac{K_{P_{S1}}}{K_{P_{S1}} \cdot K_{L_2} - K_{L_1} \cdot K_{P_{S2}}} \right)$$

**Ecuación B.8**

Luego, para la determinación de las constantes estáticas del sistema necesarias para determinar las referencias óptimas estáticas, se procedió a excitar la planta con escalones de distintas magnitudes. En la Figura B.1, se muestra la excitación en el flujo de agua ( $w_e$ ) para la determinación de las constantes estáticas del modelo para  $P_S$ .



**Figura B.1: Excitación del simulador de la caldera frente a un escalón en el flujo de agua del 10%.**

del grafico anterior se tiene que en la zona 1 se verifica que:

$$P_s = K_{P_{S_1}} \cdot W_f + K_{P_{S_2}} \cdot W_e$$

$$4.5269 \cdot 10^6 = K_{P_{S_1}} \cdot 14.08 + K_{P_{S_2}} \cdot 12$$

**Ecuación B.9**

y en la zona 2 se verifica:

$$P_s = K_{P_{S_1}} \cdot W_f + K_{P_{S_2}} \cdot W_e$$

$$4.5055 \cdot 10^6 = K_{P_{S_1}} \cdot 14.08 + K_{P_{S_2}} \cdot 13.2$$

**Ecuación B.10**

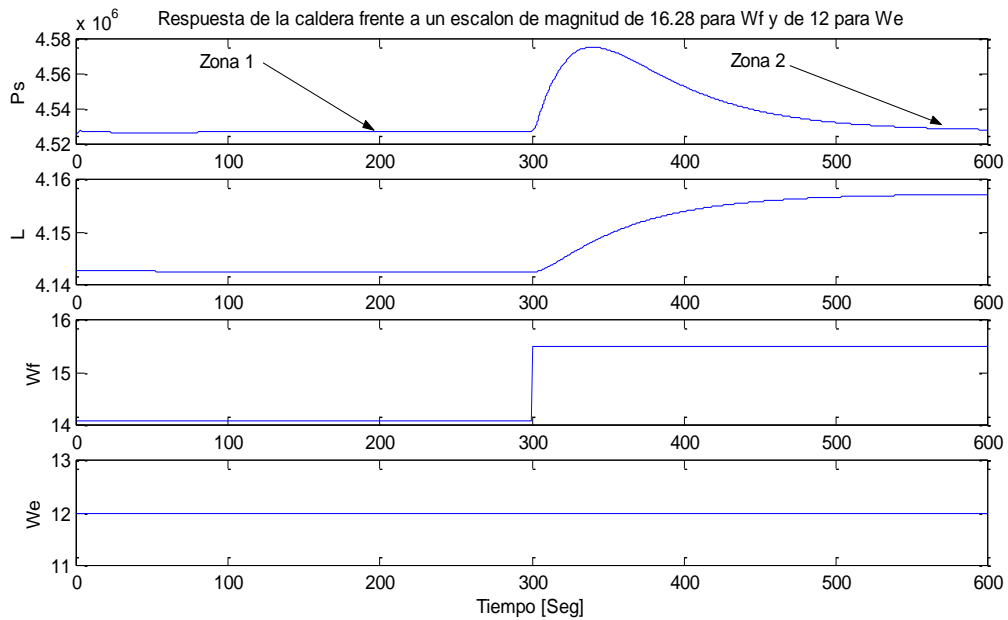
Luego, despejando el sistema de ecuaciones se tiene que:

$$K_{P_{S_1}} = 3.385 \cdot 10^5$$

$$K_{P_{S_2}} = -1.78 \cdot 10^4$$

**Ecuación B.11**

Al igual que  $P_s$ , se procedió a excitar el sistema para la determinación de las constantes estáticas para  $L$ . En la Figura B.2 se muestra la excitación aplicada a la variable flujo de combustible ( $w_f$ ).



**Figura B.2:** Excitación del simulador de la caldera frente a un escalón en el flujo de combustible del 10%.

del grafico anterior se tiene que en la zona 1 se verifica que:

$$L = K_{L_1} \cdot W_f + K_{L_2} \cdot W_e$$
$$4.1424 = K_{L_1} \cdot 14.08 + K_{L_2} \cdot 12$$

**Ecuación B.12**

y en la zona 2 se verifica:

$$L = K_{L_1} \cdot W_f + K_{L_2} \cdot W_e$$
$$4.1566 = K_{L_1} \cdot 15.488 + K_{L_2} \cdot 12$$

**Ecuación B.13**

Luego, despejando el sistema de ecuaciones anterior se tiene que:

$$K_{L_1} = 1.008 \cdot 10^{-2}$$
$$K_{L_2} = 0.333$$

**Ecuación B.14**

Reemplazado los valores de las constantes estáticas y los valores de la función objetivo, se obtienen los siguientes valores para las referencias de las variables  $P_s$  y  $L$ .

$$P_s^{ref} = 4.3777 \cdot 10^6$$
$$L^{ref} = 4.1416$$

**Ecuación B.15**

# Anexo C: Programas utilizados en el desarrollo de las estrategias de control.

## C.1 Programa de control supervisor.

```
function XOpt=SupLineal (y1,y2,u1,u2,r1t1,r2t1,N)

% y1(1,1): variable Ps (t), entregado externamente
% y1(2,1): 1° regresor de la variable Ps(t), entregado externamente
% y1(3,1): 2° regresor de la variable Ps (t), entregado externamente
% y1(4,1): 3° regresor de la variable Ps (t), entregado externamente
% y1(5,1): 4° regresor de la variable Ps (t), entregado externamente
% y1(6,1): 5° regresor de la variable Ps (t), entregado externamente

% y2(1,1): variable L(t), entregado externamente
% y2(2,1): 1° regresor de la variable L(t), entregado externamente
% y2(3,1): 2° regresor de la variable L(t), entregado externamente
% y2(4,1): 3° regresor de la variable L(t), entregado externamente
% y2(5,1): 4° regresor de la variable L(t), entregado externamente
% y2(6,1): 5° regresor de la variable L(t), entregado externamente

% u1(1,1): 1° regresor de la variable Wf(t), entregado externamente
% u1(2,1): 2° regresor de la variable Wf(t), entregado externamente
% u1(3,1): 3° regresor de la variable Wf(t), entregado externamente
% u1(4,1): 4° regresor de la variable Wf(t), entregado externamente
% u1(5,1): 5° regresor de la variable Wf(t), entregado externamente

% u2(1,1): 1° regresor de la variable We(t), entregado externamente
% u2(2,1): 2° regresor de la variable We(t), entregado externamente
% u2(3,1): 3° regresor de la variable We(t), entregado externamente
% u2(4,1): 4° regresor de la variable We(t), entregado externamente
% u2(5,1): 5° regresor de la variable We(t), entregado externamente

% r1t1: 1° regresor de la variable ref Ps(t), entregado externamente

% r2t1: 1° regresor de la variable ref L(t), entregado externamente

% N: horizonte de prediccion
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Parametros 1:

% Lambda1(CrPs) peso asociado a la variable de optimizacion Ps-ref Ps
Lambda1=1e-9;
% Lambda2 (%CrL) peso asociado a la variable de optimizacion L - ref L
Lambda2=1e4;
% Lambda3 peso asociado a la variable de optimizacion Wf^2
Lambda3=0;
% Lambda4 peso asociado a la variable de optimizacion We^2
Lambda4=0;
% Lambda5 peso asociado a la variable de optimizacion Wf
Lambda5=1;
% Lambda6 peso asociado a la variable de optimizacion We
Lambda6=1;
% Lambda7 (CrPs*Lambda Wf) peso asociado a la variable de optimizacion Delta
Wf
Lambda7=1e6;
```

```

% Lambda8 (CrL*Lambda We)peso asociado a la variable de optimizacion Delta u2
Lambda8=1e0;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Parametros 2:

% Costo asociado a la variable Wf
C1=100;
% Costo asociado a la variable We
C2=1;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Parametros 3:

% r1 referencia estatica para los objetivos de control de la variable Ps
r1=4.5251e6;
% r2 referencia estatica para los objetivos de control de la variable L
r2=4.1425;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Parametros 4: Las matrices B1 y B2 tienen su primer valor 0 porque los
% modelos no ocurren en el mismo periodo de la excitacion

% A1 matriz con valores del modelo ARIX de la variable Ps para la variable
Delta Ps
A1=[1;-1.4105;0.37546;0.089965;-0.0061881;0.0030862];
% B11 matriz con valores del modelo ARIX de la variable Ps para la variable
Delta Wf
B11=[0;14430;-9239.6;-4125.3;-741.32;-293.45];
% B21 matriz con valores del modelo ARIX de la variable Ps para la variable
Delta We
B21=[0;-3118.2;-605.26;2390.9;475.83;0];

% transformación de los modelos ARIX en ARX para Ps
Ar1=[A1(1,1);(-A1(1,1)+A1(2,1));-A1(2,1)+A1(3,1);-A1(3,1)+A1(4,1);-
A1(4,1)+A1(5,1);-A1(5,1)+A1(6,1);-A1(6,1)];
Br11=[0;B11(1,1)-B11(2,1);B11(2,1)-B11(3,1);B11(3,1)-B11(4,1);B11(4,1)-
B11(5,1);B11(5,1)-B11(6,1);B11(6,1)];
Br21=[0;B21(1,1)-B21(2,1);B21(2,1)-B21(3,1);B21(3,1)-B21(4,1);B21(4,1)-
B21(5,1);B21(5,1)-B21(6,1);B21(6,1)];

% A2 matriz con valores del modelo ARIX de la variable L para la variable
Delta L
A2=[1;-1.2803;0.28071;0;0;0];
% B12 matriz con valores del modelo ARIX de la variable L para la variable
Delta Wf
B12=[0;0.00050917;0.00044219;0;0;0];
% B22 matriz con valores del modelo ARIX de la variable L para la variable
Delta We
B22=[0;0.010099;-0.0017669;-0.00024011;-2.924e-005;-7.6277e-006];

% transformación de los modelos ARIX en ARX para L
Ar2=[A2(1,1);(-A2(1,1)+A2(2,1));-A2(2,1)+A2(3,1);-A2(3,1)+A2(4,1);-
A2(4,1)+A2(5,1);-A2(5,1)+A2(6,1);-A2(6,1)];
Br12=[0;B12(1,1)-B12(2,1);B12(2,1)-B12(3,1);B12(3,1)-B12(4,1);B12(4,1)-
B12(5,1);B12(5,1)-B12(6,1);B12(6,1)];
Br22=[0;B22(1,1)-B22(2,1);B22(2,1)-B22(3,1);B22(3,1)-B22(4,1);B22(4,1)-
B22(5,1);B22(5,1)-B22(6,1);B22(6,1)];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Parametros 5: PI
% Nota: El Controlador PI 1 controla la variable Wf en funcion de Ps y
% ref Ps(t)

```

```

% Nota: El Controlador PI 2 controla la variable We en funcion de L y
% ref L(t)

% Periodo de muestreo del controlador
Ts=10;

% Ganancia Proporcional del PI 1
Kp1=1.5e-5;
% Ganancia Integral del PI 1
Kil=1e-6;
% Parametros de la discretizacion de tustin para el PI 1
Alpha1=(Ts*Kil)/2+Kp1;
Beta1=(Ts*Kil)/2-Kp1;

% Ganancia Proporcional del PI 2
Kp2=10*17.23;
% Ganancia Integral del PI 2
Ki2=1*17.23;

% Parametros de la discretizacion de tustin para el PI 2
Alpha2=(Ts*Ki2)/2+Kp2;
Beta2=(Ts*Ki2)/2-Kp2;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Variables de Optimizacion

% x(1)-x(6): Variable asociada a la variable Ps, entregados externamente
% |||Ps(t-5),Ps(t-4),...,Ps(t)|||

% x(7)-x(N+6): Variable asociada a la variable Ps
% |||Ps(t+1),Ps(t+2),...,Ps(t+N)|||

% x(N+7)-x(N+12): Variable asociada a la variable L, entregados externamente
% |||L(t-6),L(t-5),...,L(t)|||

% x(N+13)-x(2N+12): Variable asociada a la variable L
% |||L(t+1),L(t+4),...,L(t+N)|||

% x(2N+13)-x(2N+17): Variable asociada a la variable Wf, entregados
externamente
% |||Wf(t-5),Wf(t-4),...,Wf(t-1)|||

% x(2N+18)-x(3N+17): Variable asociada a la variable Wf
% |||Wf(t),Wf(t+1),...,Wf(t+N-1)|||

% x(3N+18)-x(3N+22): Variable asociada a la variable We, entregados
externamente
% |||We(t-6),We(t-5),...,We(t-1)|||

% x(3N+23)-x(4N+22): Variable asociada a la variable We
% |||We(t),We(t+1),...,We(t+N-1)|||

% x(4N+23)-x(5N+23): Variable asociada a la variable Ref Ps
% |||R1(t-1),R1(t),...,R1(t+N-1)|||

% x(5N+24)-x(6N+24): Variable asociada a la variable Ref L
% |||R2(t-1),R2(t),...,R2(t+N-1)|||

% x(6N+25)-x(7N+24): Variable asociada a la variable Delta Wf, entregados
externamente

```

```

% |||Delta Wf(t),Delta Wf(t+1),...,Delta Wf(t+N-1)|||
% x(7N+25)-x(8N+24): Variable asociada a la variable Delta We, entregados
externamente
% |||Delta We(t),Delta We(t+1),...,Delta We(t+N-1)|||
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Matriz H de |||min 0.5*x'*H*x + f'*x|||
H=zeros(8*N+24,8*N+24);
% Sumatoria de los terminos cuadraticos asociados a la variable Ps
H(7:N+6,7:N+6)=eye(N)*2*Lambda1;
% Sumatoria de los terminos cuadraticos asociados a la variable L
H(N+13:2*N+12,N+13:2*N+12)=eye(N)*2*Lambda2;
% Sumatoria de los terminos cuadraticos asociados a la variable Delta Wf
H(6*N+25:7*N+24,6*N+25:7*N+24)=eye(N)*2*Lambda7;
% Sumatoria de los terminos cuadraticos asociados a la variable Delta We
H(7*N+25:8*N+24,7*N+25:8*N+24)=eye(N)*2*Lambda8;
% Sumatoria de los terminos cuadraticos asociados a la variable Wf
H(2*N+18:3*N+17,2*N+18:3*N+17)=eye(N)*2*Lambda3;
% Sumatoria de los terminos cuadraticos asociados a la variable We
H(3*N+23:4*N+22,3*N+23:4*N+22)=eye(N)*2*Lambda4;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Matriz f
de |||min 0.5*x'*H*x + f'*x|||
f=zeros(8*N+24,1);
% Terminos asociados a los factores lineales de la expresion (Ps-ref Ps)^2,es
decir -2*Ps*ref Ps
f(7:N+6,1)=ones(N,1)*-2*r1*Lambda1;
% Terminos asociados a los factores lineales de la expresion (L-ref L)^2,es
decir -2*L*ref L
f(N+13:2*N+12,1)=ones(N,1)*-2*r2*Lambda2;
% Sumatoria de los terminos asociados a los costos de la variable Wf
f(2*N+18:3*N+17,1)=ones(N,1)*Lambda5*C1;
% Sumatoria de los terminos asociados a los costos de la variable We
f(3*N+23:4*N+22,1)=ones(N,1)*Lambda6*C2;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Restricciones de Igualdad
Aeq=zeros(6*N+24,8*N+24);
Beq=zeros(6*N+24,1);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%for
i=1:(N)
% Ps(t+i)
Aeq(i,i+6)=Ar1(1,1); % Ps(t+i)
Aeq(i,i+5)=Ar1(2,1); % Ps(t+i-1)
Aeq(i,i+4)=Ar1(3,1); % Ps(t+i-2)
Aeq(i,i+3)=Ar1(4,1); % Ps(t+i-3)
Aeq(i,i+2)=Ar1(5,1); % Ps(t+i-4)
Aeq(i,i+1)=Ar1(6,1); % Ps(t+i-5)
Aeq(i,i)=Ar1(7,1); % Ps(t+i-6)
Aeq(i,(i+2*N+17))=Br11(2,1); % Wf(t+i-1)
Aeq(i,(i+2*N+16))=Br11(3,1); % Wf(t+i-2)
Aeq(i,(i+2*N+15))=Br11(4,1); % Wf(t+i-3)
Aeq(i,(i+2*N+14))=Br11(5,1); % Wf(t+i-4)
Aeq(i,(i+2*N+13))=Br11(6,1); % Wf(t+i-5)
Aeq(i,(i+2*N+12))=Br11(7,1); % Wf(t+i-6)
Aeq(i,(i+3*N+22))=Br21(2,1); % We(t+i-1)
Aeq(i,(i+3*N+21))=Br21(3,1); % We(t+i-2)
Aeq(i,(i+3*N+20))=Br21(4,1); % We(t+i-3)
Aeq(i,(i+3*N+19))=Br21(5,1); % We(t+i-4)
Aeq(i,(i+3*N+18))=Br21(6,1); % We(t+i-5)

```



```

    Aeq(i, (i+3*N+17))=Br21(7,1); % We(t+i-6)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% L(t+i)
    Aeq(i+N, i+N+12)=Ar2(1,1); % L(t+i)
    Aeq(i+N, i+N+11)=Ar2(2,1); % L(t+i-1)
    Aeq(i+N, i+N+10)=Ar2(3,1); % L(t+i-2)
    Aeq(i+N, i+N+9)=Ar2(4,1); % L(t+i-3)
    Aeq(i+N, i+N+8)=Ar2(5,1); % L(t+i-4)
    Aeq(i+N, i+N+7)=Ar2(6,1); % L(t+i-5)
    Aeq(i+N, i+N+6)=Ar2(7,1); % L(t+i-6)
    Aeq(i+N, (i+2*N+17))=Br12(2,1); % Wf(t+i-1)
    Aeq(i+N, (i+2*N+16))=Br12(3,1); % Wf(t+i-2)
    Aeq(i+N, (i+2*N+15))=Br12(4,1); % Wf(t+i-3)
    Aeq(i+N, (i+2*N+14))=Br12(5,1); % Wf(t+i-4)
    Aeq(i+N, (i+2*N+13))=Br12(6,1); % Wf(t+i-5)
    Aeq(i+N, (i+2*N+12))=Br12(7,1); % Wf(t+i-6)
    Aeq(i+N, (i+3*N+22))=Br22(2,1); % We(t+i-1)
    Aeq(i+N, (i+3*N+21))=Br22(3,1); % We(t+i-2)
    Aeq(i+N, (i+3*N+20))=Br22(4,1); % We(t+i-3)
    Aeq(i+N, (i+3*N+19))=Br22(5,1); % We(t+i-4)
    Aeq(i+N, (i+3*N+18))=Br22(6,1); % We(t+i-5)
    Aeq(i+N, (i+3*N+17))=Br22(7,1); % We(t+i-6)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Wf(t+i)
    Aeq(i+2*N, (i+2*N+17))=1; % Wf(t+i)
    Aeq(i+2*N, (i+2*N+16))=-1; % Wf(t+i-1)
    Aeq(i+2*N, (i+4*N+23))=-Alpha1; % ref Ps(t+i)
    Aeq(i+2*N, (i+4*N+22))=-Beta1; % ref Ps(t+i-1)
    Aeq(i+2*N, (i+5))=Alpha1; % Ps(t+i)
    Aeq(i+2*N, (i+4))=Beta1; % Ps(t+i-1)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%We(t+i)
    Aeq(i+3*N, i+3*N+22)=1; % We(t+i)
    Aeq(i+3*N, i+3*N+21)=-1; % We(t+i-1)
    Aeq(i+3*N, (i+5*N+24))=-Alpha2; % ref L(t+i)
    Aeq(i+3*N, (i+5*N+23))=-Beta2; % ref L(t-1)
    Aeq(i+3*N, (i+N+11))=Alpha2; % Lt+i)
    Aeq(i+3*N, (i+N+10))=Beta2; % Lt+i-1)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Delta Wf(t+i)
    Aeq(i+4*N+24, (i+2*N+17))=-1; % Wf(t+i)
    Aeq(i+4*N+24, (i+2*N+16))=1; % Wf(t+i-1)
    Aeq(i+4*N+24, (i+6*N+24))=1; % Delta Wf(t+i)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Delta We(t+i)
    Aeq(i+5*N+24, (i+3*N+22))=-1; % We(t+i)
    Aeq(i+5*N+24, (i+3*N+21))=1; % We(t+i-1)
    Aeq(i+5*N+24, (i+7*N+24))=1; % Delta We(t+i)
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Notacion - Datos Externos: Ps: x(1)-x(6)
% Restriccion: Ps(i)=Dato
for i=(4*N+1):(4*N+6)
    Aeq(i, 4*N+7-i)=1;
    Beq(i,1)=y1(i-4*N,1);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Notacion - Datos Externos: L: x(N+7)-x(N+12)
% Restriccion: L(i)=Dato

```

```

for i=(4*N+7):(4*N+12)
Aeq(i,5*N+19-i)=1;
Beq(i,1)=y2(i-4*N-6,1);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Notacion - Datos Externos:   Wf: x(2N+13)-x(2N+17)
for i=(4*N+13):(4*N+17)
Aeq(i,6*N+30-i)=1;
Beq(i,1)=u1(i-4*N-12,1);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Notacion - Datos Externos:   We: x(3N+18)-x(3N+22)
% Restriccion: We(i)=Dato
for i=(4*N+18):(4*N+22)
Aeq(i,7*N+40-i)=1;
Beq(i,1)=u2(i-4*N-17,1);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Notacion - Datos Externos:   ref Ps: x(4N+23)
% Restriccion: ref Ps(i)=Dato
Aeq(4*N+23,4*N+23)=1;
Beq(4*N+23,1)=r1t1(1,1);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Notacion - Datos Externos:   ref L: x(5N+24)
% Restriccion: ref L(i)=Dato
Aeq(4*N+24,5*N+24)=1;
Beq(4*N+24,1)=r2t1(1,1);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Parametros Optimizacion:
A=[];
B=[];
CotaMin=[];
CotaMax=[];
x0=[ones(N+6,1)*r1;ones(N+6,1)*r2;ones(N+5,1)*14;ones(N+5,1)*12;ones(N+1,1)*r1
;ones(N+1,1)*r2;zeros(N,1);zeros(N,1)];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Optimizacion:
x=qp(H,f,Aeq,Beq,CotaMin,CotaMax,x0,6*N+24);
XOpt(1,1)=x(4*N+24); % r1(t)
XOpt(2,1)=x(5*N+25); % r2(t)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

## C.2 Programa para la identificación de sistemas mediante redes neuronales.

```

% carga los datos utilizados para el entrenamiento de las redes neuronales
load('D_M_10S_DRS.mat')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Formato de entradas para entrenamiento
[i,j]=size(DLMNRE);
INT=[DLMRE(:,2:j) DwfMRE(:,2:j) DweMRE(:,2:j)]';
INE=[DLMRT(:,2:j) DwfMRT(:,2:j) DweMRT(:,2:j)]';
INV=[DLMRV(:,2:j) DwfMRV(:,2:j) DweMRV(:,2:j)]';
OUTt=DLMRE(:,1)';
OUTe=DLMRT(:,1)';
OUTv=DLMRV(:,1)';
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Datos Entrenamiento
VV.P=INV;
TV.P=INT;
VV.T=OUTv;
TV.T=OUTt;
VV.Pi=[];
TV.Pi=[];
VV.Ai=[];
TV.Ai=[];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Extremos
DLMR=[DLMRE;DLMRV;DLMRT];
DwfMR=[DwfMRE;DwfMRV;DwfMRT];
DweMR=[DweMRE;DweMRV;DweMRT];
IN=[DLMR(:,2:j) DwfMR(:,2:j) DweMR(:,2:j)];
minimo=min(IN)';
maximo=max(IN)';
ext=[minimo maximo];
clear minimo maximo IN DLMR DwfMR DweMR i j
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Determinacion Red neuronal
ErrorMax=99999999;
ErrorMax_Npasos=99999999;
ErrorSensibilidad=99999999999999999999;
neur=60;
for i=1:neur
    display(i)

    Net=newff(ext,[i 1],{'tansig' 'purelin'},'traincgb'); % Genera una red
neural
    Net.trainParam.epochs=1000;
    Net.trainParam.show=1000;
    Net.trainParam.goal=1e-10;
    % Verifica tres entrenamientos para la red neuronal con el grupo de
    % entrenamiento
    Net= train(Net,INE,OUTe,[],[],VV,TV);
    % Realiza error a un paso
    OUTes=sim(Net,INE); % Simulacion de la red generada con datos de test
    OUTts=sim(Net,INT);
    OUTvs=sim(Net,INV);
    ErEnt=RME(OUTes',OUTe)';% Calacula el RMS sobre los datos de entrenamiento
con la red creada

```

```

ErTest=RME (OUTts',OUTt');
ErVal=RME (OUTvs',OUTv');
EvolErrorEnt (i,1)=ErEnt;
EvolErrorTest (i,1)=ErTest;
EvolErrorVal (i,1)=ErVal;
% Guarda la mejor salida a 1 paso
if ErrorMax>=ErTest
    ErrorOpt=ErTest; % Reasigna el error a la red que presente el menor
error
    ErrorEOpt=ErEnt;
    ErrorVOpt=ErVal;
    ErrorMax=ErTest;
    OUTtOpt=OUTts; % Salida simulada para la red
    OUTvOpt=OUTvs; % Salida simulada para la red
    OUTeOpt=OUTes; % Salida simulada para la red
    NetLOpt=Net; % Guarda la red con menor error RMS
    NeurLOpt=i; % Guarda el numero de neuronas de la red neuronal con
menor error RMS
end
end
clear all

```

### C.3 Programa para el análisis de sensibilidad de las redes neuronales.

```
% Parametros 1:

% carga los parámetros de una red neuronal global para Ps
load('Parametros_Red_DPs')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Parametros 2:

% carga los grupos de datos utilizados para el analisis de sensibilidad
load('Datos_Muestreados_10_Seg_Delta_Normalizados_Regresores')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for j=1:length(DwfMNR(:,1))
    x=[DpsMNR(j,2:6)';DwfMNR(j,2:6)';DweMNR(j,2:6)'];
    for i=1:length(W1(1,:))
        X(i,1)=W2.*W1(:,i)'+(ones(length(B1(:,1)),1)-tanh(W1*x+B1)).^2);
    end
    CoefDer(j,:)=X';
end
for i=1:length(CoefDer(1,:))
    SensibilidadMedia2(1,i)=mean(CoefDer(:,i))^2;
    SensibilidadVarainza(1,i)=var(CoefDer(:,i));
end
SensibilidadPs=SensibilidadMedia2+SensibilidadVarainza;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Parametros 3:

% carga los parámetros de una red neuronal global para Ps
load('Parametros_Red_DL')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for j=1:length(DwfMNR(:,1))
    x=[DLMNR(j,2:6)';DwfMNR(j,2:6)';DweMNR(j,2:6)'];
    for i=1:length(W1(1,:))
        X(i,1)=W2.*W1(:,i)'+(ones(length(B1(:,1)),1)-tanh(W1*x+B1)).^2);
    end
    CoefDer(j,:)=X';
end
for i=1:length(CoefDer(1,:))
    SensibilidadMedia2(1,i)=mean(CoefDer(:,i))^2;
    SensibilidadVarainza(1,i)=var(CoefDer(:,i));
end
SensibilidadL=SensibilidadMedia2+SensibilidadVarainza;
```

## Anexo D: Evaluación de la función de costo para los modelos lineales para distintas combinaciones de entrada.

Evolución de la función de costos par los modelos lineales							
Modelo P <sub>s</sub>				Modelo L			
Regresores variable P <sub>s</sub>	Regresores variable W <sub>f</sub>	Regresores variable W <sub>e</sub>	Índice de Akaike	Regresores variable L	Regresores variable W <sub>f</sub>	Regresores variable W <sub>e</sub>	Índice de Akaike
1	2	1	11.141	1	2	1	-18.753
1	1	2	10.188	1	1	2	-21.199
1	3	1	11.043	1	3	1	-18.754
1	1	3	10.19	1	1	3	-21.198
1	4	1	10.887	1	4	1	-18.753
1	1	4	10.185	1	1	4	-21.201
1	5	1	10.756	1	5	1	-18.754
1	1	5	10.181	1	1	5	-21.202
1	3	2	99.679	1	3	2	-22.387
1	2	3	10.018	1	2	3	-22.329
1	4	2	97.425	1	4	2	-22.384
1	2	4	10.018	1	2	4	-22.338
1	5	2	94.305	1	5	2	-22.413
1	2	5	10.019	1	2	5	-22.344
1	4	3	97.319	1	4	3	-22.397
1	3	4	9.964	1	3	4	-22.41
1	5	3	93.824	1	5	3	-22.426
1	3	5	99.609	1	3	5	-22.415
1	5	4	92.486	1	5	4	-22.438
1	4	5	96.359	1	4	5	-22.414
2	2	1	99.211	2	2	1	-22.299
2	1	2	96.302	2	1	2	-21.295
2	3	1	98.458	2	3	1	-22.312
2	1	3	96.203	2	1	3	-21.803
2	4	1	98.465	2	4	1	-22.312
2	1	4	95.946	2	1	4	-21.824
2	5	1	98.438	2	5	1	-22.338
2	1	5	9.578	2	1	5	-21.823
2	3	2	9.384	2	3	2	-22.422
2	2	3	88.357	2	2	3	-22.533
2	4	2	93.451	2	4	2	-22.419
2	2	4	87.675	2	2	4	-22.56
2	5	2	92.228	2	5	2	-22.45
2	2	5	86.787	2	2	5	-22.562
2	4	3	78.333	2	4	3	-22.448
2	3	4	78.969	2	3	4	-22.391
2	5	3	7.813	2	5	3	-22.487
2	3	5	78.766	2	3	5	-22.391
2	5	4	7.787	2	5	4	-22.402

Evolución de la función de costos par los modelos lineales							
Modelo P <sub>s</sub>				Modelo L			
Regresores variable P <sub>s</sub>	Regresores variable W <sub>f</sub>	Regresores variable W <sub>e</sub>	Índice de Akaike	Regresores variable L	Regresores variable W <sub>f</sub>	Regresores variable W <sub>e</sub>	Índice de Akaike
2	4	5	78.252	2	4	5	-22.361
3	2	1	96.432	3	2	1	-22.463
3	1	2	96.209	3	1	2	-21.864
3	3	1	96.093	3	3	1	-22.478
3	1	3	96.015	3	1	3	-21.859
3	4	1	96.075	3	4	1	-22.477
3	1	4	95.796	3	1	4	-21.931
3	5	1	9.519	3	5	1	-22.507
3	1	5	95.478	3	1	5	-21.925
3	3	2	93.875	3	3	2	-22.314
3	2	3	83.032	3	2	3	-22.56
3	4	2	93.451	3	4	2	-22.32
3	2	4	8.056	3	2	4	-22.531
3	5	2	92.227	3	5	2	-22.358
3	2	5	80.504	3	2	5	-22.529
3	4	3	78.794	3	4	3	-22.307
3	3	4	79.955	3	3	4	-22.187
3	5	3	78.547	3	5	3	-22.346
3	3	5	79.732	3	3	5	-22.157
3	5	4	76.496	3	5	4	-22.402
3	4	5	78.734	3	4	5	-22.142
4	2	1	95.764	4	2	1	-22.472
4	1	2	95.722	4	1	2	-21.872
4	3	1	94.373	4	3	1	-22.487
4	1	3	9.559	4	1	3	-21.917
4	4	1	89.744	4	4	1	-22.487
4	1	4	95.511	4	1	4	-21.917
4	5	1	88.689	4	5	1	-22.517
4	1	5	95.243	4	1	5	-21.893
4	3	2	93.473	4	3	2	-22.277
4	2	3	82.537	4	2	3	-22.522
4	4	2	89.281	4	4	2	-22.279
4	2	4	80.472	4	2	4	-22.527
4	5	2	88.023	4	5	2	-22.316
4	2	5	80.429	4	2	5	-22.524
4	4	3	78.799	4	4	3	-22.179
4	3	4	80.192	4	3	4	-22.153
4	5	3	78.542	4	5	3	-22.37
4	3	5	76.569	4	3	5	-22.192
4	5	4	76.509	4	5	4	-22.448
4	4	5	76.897	4	4	5	-22.417
5	2	1	95.759	5	2	1	-22.476
5	1	2	95.457	5	1	2	-21.872

Evolución de la función de costos por los modelos lineales							
Modelo P <sub>s</sub>				Modelo L			
Regresores variable P <sub>s</sub>	Regresores variable W <sub>f</sub>	Regresores variable W <sub>e</sub>	Índice de Akaike	Regresores variable L	Regresores variable W <sub>f</sub>	Regresores variable W <sub>e</sub>	Índice de Akaike
5	3	1	94.379	5	3	1	-22.49
5	1	3	95.317	5	1	3	-21.923
5	4	1	88.041	5	4	1	-22.49
5	1	4	95.185	5	1	4	-21.879
5	5	1	88.245	5	5	1	-22.522
5	1	5	95.056	5	1	5	-21.877
5	3	2	93.352	5	3	2	-22.275
5	2	3	82.533	5	2	3	-22.524
5	4	2	88.411	5	4	2	-22.276
5	2	4	80.499	5	2	4	-22.51
5	5	2	8.806	5	5	2	-22.314
5	2	5	80.444	5	2	5	-22.513
5	4	3	78.809	5	4	3	-22.165
5	3	4	80.489	5	3	4	-22.191
5	5	3	78.476	5	5	3	-22.456
5	3	5	76.793	5	3	5	-22.192
5	5	4	76.484	5	5	4	-22.426
5	4	5	76.937	5	4	5	-22.445
4	3	1	94.373	4	3	1	-22.487
4	1	3	9.559	4	1	3	-21.917
4	4	1	89.744	4	4	1	-22.487
4	1	4	95.511	4	1	4	-21.917
4	5	1	88.689	4	5	1	-22.517
4	1	5	95.243	4	1	5	-21.893
4	3	2	93.473	4	3	2	-22.277
4	2	3	82.537	4	2	3	-22.522
4	4	2	89.281	4	4	2	-22.279
4	2	4	80.472	4	2	4	-22.527
4	5	2	88.023	4	5	2	-22.316
4	2	5	80.429	4	2	5	-22.524
4	4	3	78.799	4	4	3	-22.179
4	3	4	80.192	4	3	4	-22.153
4	5	3	78.542	4	5	3	-22.37
4	3	5	76.569	4	3	5	-22.192
4	5	4	76.509	4	5	4	-22.448
4	4	5	76.897	4	4	5	-22.417
5	2	1	95.759	5	2	1	-22.476
5	1	2	95.457	5	1	2	-21.872
5	3	1	94.379	5	3	1	-22.49
5	1	3	95.317	5	1	3	-21.923
5	4	1	88.041	5	4	1	-22.49
5	1	4	95.185	5	1	4	-21.879
5	5	1	88.245	5	5	1	-22.522



Evolución de la función de costos par los modelos lineales							
Modelo P <sub>s</sub>				Modelo L			
Regresores variable P <sub>s</sub>	Regresores variable W <sub>f</sub>	Regresores variable W <sub>e</sub>	Índice de Akaike	Regresores variable L	Regresores variable W <sub>f</sub>	Regresores variable W <sub>e</sub>	Índice de Akaike
5	1	5	95.056	5	1	5	-21.877
5	3	2	93.352	5	3	2	-22.275
5	2	3	82.533	5	2	3	-22.524
5	4	2	88.411	5	4	2	-22.276
5	2	4	80.499	5	2	4	-22.51
5	5	2	8.806	5	5	2	-22.314
5	2	5	80.444	5	2	5	-22.513
5	4	3	78.809	5	4	3	-22.165
5	3	4	80.489	5	3	4	-22.191
5	5	3	78.476	5	5	3	-22.456
5	3	5	76.793	5	3	5	-22.192
5	5	4	76.484	5	5	4	-22.426
5	4	5	76.937	5	4	5	-22.445

## Anexo E: Resultados del procedimiento de identificación basado en modelos neuronales.

### E.1 Análisis de sensibilidad.

<b>Análisis de Senilidad para la variable <math>\Delta P_s</math></b>	<b>Variable</b>	<b>Media<sup>2</sup></b>	<b>Varianza</b>	<b>Índice de sensibilidad Media<sup>2</sup> + Varianza</b>
	$\Delta P_s(t-1)$	0.62241	0.00032527	0.62273
	$\Delta P_s(t-2)$	0.13139	0.00028886	0.13168
	$\Delta P_s(t-3)$	0.0094553	0.00054787	0.010003
	$\Delta P_s(t-4)$	0.020656	0.0008175	0.021473
	$\Delta P_s(t-5)$	1,92E-02	0.0004935	0.00049542
	$\Delta W_i(t-1)$	0.29621	0.00015216	0.29636
	$\Delta W_i(t-2)$	0.00024342	8,68E-01	0.00033019
	$\Delta W_i(t-3)$	0.090471	0.00024609	0.090717
	$\Delta W_i(t-4)$	0.03536	0.00021589	0.035576
	$\Delta W_i(t-5)$	0.0015056	7,78E-01	0.0015834
	$\Delta W_e(t-1)$	0.060995	0.0002031	0.061198
	$\Delta W_e(t-2)$	0.040182	0.00012387	0.040306
	$\Delta W_e(t-3)$	0.015636	0.00019824	0.015835
	$\Delta W_e(t-4)$	0.024458	9,93E-01	0.024557
	$\Delta W_e(t-5)$	0.0027666	0.00010742	0.002874
<b>Análisis de Senilidad para la variable <math>\Delta L</math></b>	<b>Variable</b>	<b>Media<sup>2</sup></b>	<b>Varianza</b>	<b>Índice de sensibilidad Media<sup>2</sup> + Varianza</b>
	$\Delta L(t-1)$	0.88177	0.00021	0.88198
	$\Delta L(t-2)$	0.097906	0.00065218	0.098558
	$\Delta L(t-3)$	0.0029614	0.0075494	0.010511
	$\Delta L(t-4)$	0.1361	0.0056732	0.14177
	$\Delta L(t-5)$	0.0039464	0.0005675	0.0045139
	$\Delta W_i(t-1)$	9,85E-01	9,27E-04	9,94E-01
	$\Delta W_i(t-2)$	0.0001356	3,32E-03	0.00013593
	$\Delta W_i(t-3)$	3,55E-04	2,48E-03	2,84E-03
	$\Delta W_i(t-4)$	4,34E-01	1,24E-02	4,46E-01
	$\Delta W_i(t-5)$	2,28E-01	1,02E-02	2,38E-01
	$\Delta W_e(t-1)$	0.16471	4,84E-02	0.16472
	$\Delta W_e(t-2)$	0.0045805	2,58E-01	0.0046063
	$\Delta W_e(t-3)$	0.0094294	6,65E-01	0.0094959
	$\Delta W_e(t-4)$	0.01835	0.0013935	0.019744
	$\Delta W_e(t-5)$	0.0001195	0.00015622	0.00027572

## E.2 Combinaciones de entradas para los modelos neuronales.

Entradas del modelo de $\Delta P_s$					
Numero de Regresores $\Delta P_s$	Numero de Regresores $\Delta W_f$	Numero de Regresores $\Delta W_e$	RMS grupo de datos de entrenamiento	RMS grupo de datos de test	RMS grupo de datos de validación
5	4	4	0.0046049	0.011189	0.013879
5	4	5	0.0052899	0.01024	0.011786
5	4	6	0.0041224	0.0093322	0.012017
5	5	4	0.0042415	0.010701	0.013247
5	5	5	0.0044744	0.0096908	0.010998
5	5	6	0.0050588	0.0096338	0.01092
5	6	4	0.0048826	0.011205	0.013283
5	6	5	0.0044786	0.0093071	0.012297
5	6	6	0.0042843	0.0088867	0.010332
6	4	4	0.0066939	0.011543	0.013164
6	4	5	0.0053247	0.010556	0.012626
6	4	6	0.0051112	0.010134	0.011399
6	5	4	0.0065965	0.010936	0.012297
6	5	5	0.0044946	0.0090439	0.010797
6	5	6	0.0055924	0.0092786	0.010861
6	6	4	0.0055204	0.010393	0.012525
6	6	5	0.0056434	0.0093948	0.011106

Entradas del modelo de $\Delta L$					
Numero de Regresores $\Delta L$	Numero de Regresores $\Delta W_f$	Numero de Regresores $\Delta W_e$	RMS grupo de datos de entrenamiento	RMS grupo de datos de test	RMS grupo de datos de validación
6	3	3	0.0011913	0.001245	0.0013172
6	3	4	0.0013877	0.0014882	0.0014488
6	3	5	0.0012301	0.0012156	0.0012569
6	3	6	0.00060616	0.00057128	0.0006177
6	4	3	0.0011013	0.0012845	0.0011491
6	4	4	0.001236	0.0014315	0.0015605
6	4	5	0.00091931	0.0010048	0.0010567
6	4	6	0.0010058	0.0010103	0.0010173
6	5	3	0.0016468	0.0017158	0.0016918
6	5	4	0.0010204	0.0010694	0.001083
6	5	5	0.0012203	0.0012566	0.0013058

### E.3 Evolución del error RMS sobre del número de neuronas.

Evolución del error RMS para el modelo de $\Delta P_s$				Evolución del error RMS para el modelo de $\Delta L$			
Numero de neuronas	Error RMS de Entrenamiento	Error RMS de Test	Error RMS de Validación	Numero de neuronas	Error RMS de Entrenamiento	Error RMS de Test	Error RMS de Validación
1	0.039993	0.039756	0.040251	1	0.19336	0.21968	0.23893
2	0.033786	0.033794	0.033282	2	0.11607	0.1445	0.14102
3	0.026752	0.027451	0.02515	3	0.11312	0.16957	0.15667
4	0.02688	0.027316	0.025117	4	0.23482	0.28107	0.28646
5	0.024878	0.025798	0.023453	5	0.050524	0.091058	0.07691
6	0.029881	0.029788	0.027726	6	0.038703	0.074342	0.058704
7	0.025215	0.026584	0.023339	7	0.059935	0.10202	0.090173
8	0.025312	0.025571	0.023354	8	0.056614	0.10192	0.090118
9	0.024435	0.024994	0.022857	9	0.048034	0.087396	0.074567
10	0.028951	0.029913	0.026968	10	0.026735	0.054548	0.047893
11	0.025259	0.026114	0.0234	11	0.04735	0.085977	0.076612
12	0.02451	0.026346	0.022789	12	0.017676	0.046758	0.036667
13	0.025769	0.027602	0.023738	13	0.016464	0.042901	0.034498
14	0.025282	0.026912	0.023587	14	0.042374	0.078606	0.072521
15	0.023178	0.023874	0.021478	15	0.037546	0.075735	0.067003
16	0.027731	0.029624	0.025886	16	0.026572	0.060344	0.052188
17	0.024484	0.025867	0.02303	17	0.070173	0.1022	0.097557
18	0.029375	0.029691	0.028228	18	0.022654	0.053504	0.045613
19	0.035141	0.036106	0.032974	19	0.043583	0.074279	0.067405
20	0.02634	0.027534	0.024257	20	0.023858	0.050277	0.04118
21	0.024644	0.026059	0.02313	21	0.038089	0.070567	0.064164
22	0.024216	0.02541	0.022941	22	0.032312	0.059254	0.05293
23	0.025473	0.027276	0.024143	23	0.035948	0.057738	0.052277
24	0.025486	0.027096	0.024712	24	0.033999	0.055527	0.049513
25	0.025957	0.027469	0.024394	25	0.036596	0.063997	0.057485
26	0.02488	0.026606	0.023699	26	0.035578	0.052843	0.047349
27	0.026603	0.027708	0.024962	27	0.024235	0.046952	0.037697
28	0.027894	0.029246	0.026056	28	0.02655	0.043844	0.043373
29	0.023964	0.025937	0.022878	29	0.031415	0.051981	0.046951
30	0.023324	0.025209	0.022261	30	0.024633	0.04872	0.041148
31	0.030303	0.032208	0.029787	31	0.028786	0.047331	0.042265
32	0.025244	0.026702	0.023705	32	0.024817	0.047676	0.045659
33	0.027612	0.030446	0.028266	33	0.020261	0.038846	0.03155
34	0.027815	0.028278	0.027076	34	0.042173	0.059043	0.053973
35	0.026796	0.027202	0.025991	35	0.026501	0.0494	0.044416

Evolución del error RMS para el modelo de $\Delta P_s$				Evolución del error RMS para el modelo de $\Delta L$			
Numero de neuronas	Error RMS de Entrenamiento	Error RMS de Test	Error RMS de Validación	Numero de neuronas	Error RMS de Entrenamiento	Error RMS de Test	Error RMS de Validación
36	0.028311	0.029747	0.026245	36	0.018232	0.035588	0.030777
37	0.023593	0.026008	0.023289	37	0.024539	0.038715	0.03274
38	0.02946	0.031326	0.028293	38	0.025165	0.046093	0.041772
39	0.028167	0.0308	0.027514	39	0.024215	0.043623	0.032629
40	0.024919	0.026379	0.024573	40	0.02527	0.049406	0.03982
41	0.027924	0.029988	0.027469	41	0.033641	0.055253	0.055878
42	0.023074	0.025739	0.02258	42	0.027411	0.040785	0.036732
43	0.023318	0.025434	0.023205	43	0.019763	0.02974	0.027841
44	0.025486	0.027907	0.025485	44	0.016353	0.033111	0.026346
45	0.029267	0.031339	0.029267	45	0.020545	0.032437	0.027097
46	0.023668	0.026102	0.023043	46	0.019033	0.033572	0.027596
47	0.033783	0.033928	0.031916	47	0.019954	0.034159	0.028868
48	0.02475	0.026947	0.024215	48	0.019404	0.033565	0.027449
49	0.022652	0.025193	0.022202	49	0.023427	0.03239	0.02962
50	0.025974	0.029438	0.026599	50	0.030682	0.049674	0.044172
51	0.024792	0.027402	0.025192	51	0.020927	0.034546	0.03018
52	0.025774	0.027345	0.025763	52	0.013578	0.026372	0.02277
53	0.021436	0.024679	0.022168	53	0.02485	0.03572	0.031517
54	0.023874	0.026569	0.023577	54	0.018718	0.027496	0.023863
55	0.024204	0.026397	0.023787	55	0.03414	0.046152	0.043711
56	0.026377	0.029003	0.026351	56	0.020679	0.034358	0.029925
57	0.027012	0.029242	0.027856	57	0.0242	0.04131	0.034184
58	0.02662	0.028203	0.025639	58	0.014107	0.026305	0.019519
59	0.026207	0.028308	0.027264	59	0.015041	0.026284	0.020652
60	0.02126	0.024613	0.022614	60	0.015881	0.025076	0.021805