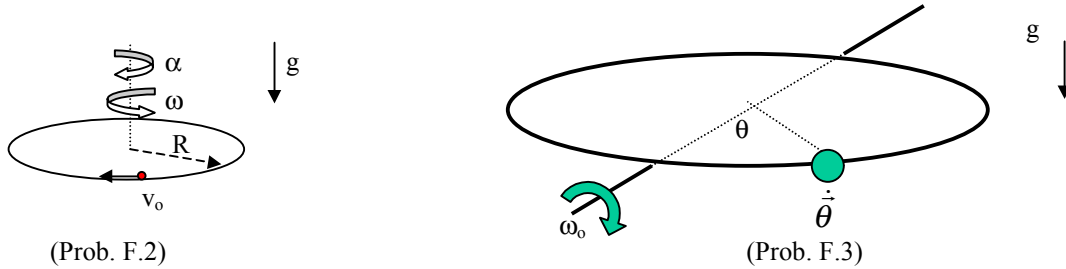


**F: MOVIMIENTO RELATIVO**

F.1.- Un cazador que apunta hacia un pájaro en vuelo inclina su fusil en un ángulo  $\theta_0$  con respecto a la vertical mientras que gira en torno de un eje vertical con velocidad angular  $\omega_0$  constante. Calcule la fuerza que el proyectil ejerce sobre el fusil, cuyo largo es  $L$ , cuando está a punto de salir del cañón con una velocidad  $v_0$  relativa a éste. Considere que la fuerza de roce es despreciable.

F.2.- Un bichito recorre el borde de un disco con una rapidez  $v_0$  constante, relativa al disco. En el instante indicado en la figura el disco gira con velocidad angular y aceleración angular  $\omega$  y  $\alpha$ , respectivamente. Determinar la velocidad y aceleración del bichito en ese instante, con respecto a un sistema de referencia inercial (sistema fijo externo al disco).



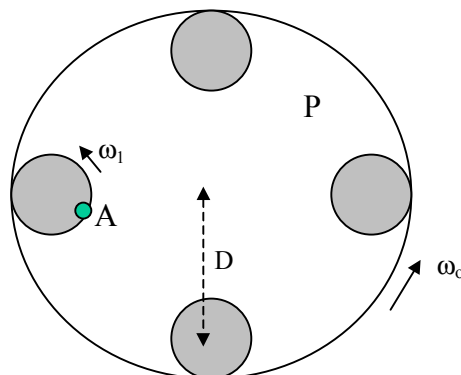
F.3.- Un anillo de masa  $m$  desliza con roce despreciable a lo largo de un aro circular de radio  $R$ , con una velocidad angular  $\dot{\theta}_0$  constante, relativa a él. A su vez, el aro gira con una velocidad angular  $\omega_0$  constante, alrededor de un eje horizontal que pasa por el centro del aro. Si cuando el aro está pasando por la posición horizontal el ángulo  $\theta$  es igual a  $\pi/4$  calcule para ese instante:

- a) la velocidad y aceleración de la partícula con respecto a un sistema fijo externo.
- b) la magnitud de la fuerza de interacción entre el aro y el anillo.

F.4.- Un péndulo simple de largo  $L$  cuelga en reposo en el interior de un vehículo al cual se le da repentinamente una aceleración horizontal constante  $a_0$ .

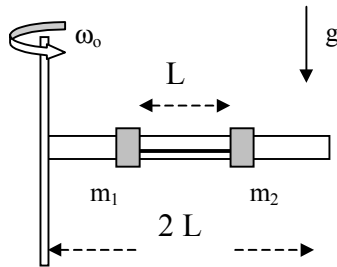
- a) encuentre las ecuaciones de movimiento del péndulo, respecto de un sistema de coordenadas fijas al vehículo
- b) suponiendo que  $a_0$  es pequeño respecto a la aceleración gravitacional  $g$ , resuelva las ecuaciones y describa el movimiento resultante.

F.5.- En un parque de diversiones se tiene una plataforma (P) que gira con una velocidad angular constante  $\omega_0$  en el sentido que se indica en la figura adjunta. Sobre la plataforma se encuentran 4 carros que giran con una velocidad angular  $\omega_1$  relativa a la plataforma. El centro de cada carro se encuentra a una distancia  $D$  del centro de la plataforma, y los pasajeros están sentados a una distancia  $d$  del centro del carro. Determine los valores máximos y mínimos de velocidad y aceleración que experimentan los pasajeros, con respecto a un sistema de referencia fijo y externo a la plataforma.

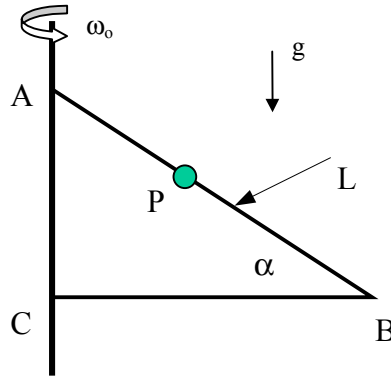


(Prob. F.5)

F.6.- Los anillos de masa  $m_1$  y  $m_2$  deslizan con roce despreciable a lo largo de una barra rígida horizontal de largo  $2L$ , unidos entre si por una cuerda inextensible de largo  $L$ . La barra está rotando con rapidez angular constante  $\omega_0$  en torno a un eje vertical que pasa por uno de sus extremos. Si inicialmente el anillo de masa  $m_1$  se encontraba en reposo en el punto en que  $x=0$ , encuentre expresiones para la tensión de la cuerda y para la rapidez de los anillos respecto a la barra en el instante en que el anillo de masa  $m_2$  llega al extremo de ésta.



(Prob. F.6)

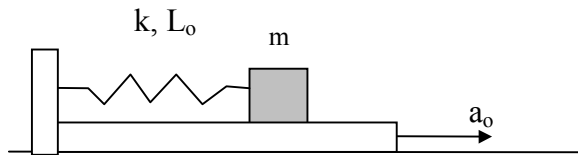


(Prob. F.7)

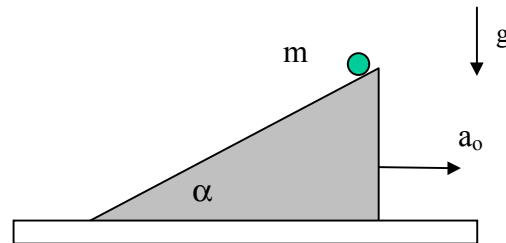
F.7.- Mientras que la escuadra ABC gira con velocidad angular constante  $\omega_0$ , la partícula P describe un movimiento armónico simple relativo a la escuadra entre las posiciones A y B, con un período  $T$ . En  $t=0$  la partícula se encuentra en B. Calcule la velocidad y aceleración de la partícula, con respecto a un sistema fijo externo, para el instante cuando  $t=T/4$ .

F.8.- El sistema que muestra la figura empieza a moverse desde el reposo con una aceleración constante  $a_0$ . El bloque de masa  $m$ , que puede deslizar con roce despreciable sobre la plataforma, se encuentra sujeto a un punto de la plataforma por un resorte de constante elástica  $k$  y largo natural  $L_0$ . En el momento que el sistema se empieza a mover el bloque está en reposo y el resorte no se encuentra deformado. Determine:

- ecuación de movimiento para el bloque respecto de la plataforma.
- encuentre la máxima compresión que alcanza el resorte.
- determine si en el movimiento resultante el resorte en algún instante se estira más allá de su largo natural.



(Prob. F.8)



(Prob. F.9)

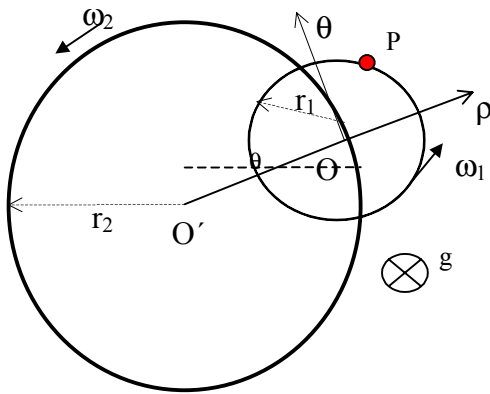
F.9.- Considere una cuña de forma triangular (ángulo  $\alpha$ ) que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal. Sobre la cuña se coloca una partícula de masa  $m$ , la cual se mantiene en reposo debido al roce con la superficie de la cuña. En un cierto instante se imprime a la cuña una aceleración  $a_0$  hacia la derecha, de modo tal que la partícula se despegue de su superficie.

- determine el valor mínimo de  $a_0$  para que esto suceda.
- describa el movimiento resultante de la partícula con respecto a la superficie y con respecto a la cuña.

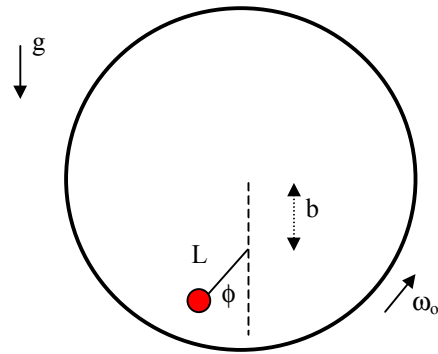
F.10.- Se dispara un proyectil verticalmente hacia arriba en el Ecuador. Si el proyectil alcanza una altura máxima  $h$  sobre el suelo, calcule la desviación entre el punto de lanzamiento y el punto de caída, como función de  $h$ .

F.11.- Calcule la desviación horizontal de un proyectil disparado desde  $45^\circ$  S hacia el sur, con un ángulo de elevación de  $45^\circ$  y una rapidez inicial de  $700 \text{ m/s}$ .

F.12.- En un parque de diversiones la plataforma sobre la cual va montada un carro gira con velocidad angular constante  $\omega_2$ , en tanto que el carro C, cuyo eje está a una distancia  $r_2$  del centro de la plataforma, gira con velocidad angular uniforme  $\omega_1$ , respecto a ella. Expresé la velocidad de un pasajero (P), que va sentado en el carro a una distancia  $r_1$  de su eje, respecto del sistema de referencia móvil definido por los vectores unitarios  $\rho$  y  $\theta$ .



(Prob. F.12)

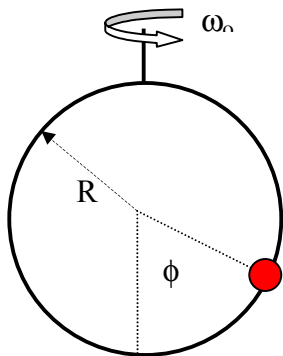


(Prob. F.13)

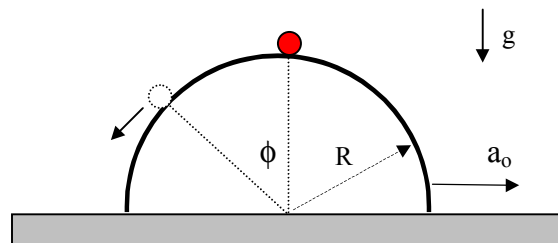
F.13.- La figura ilustra el llamado péndulo centrífugo. El disco está girando con una velocidad angular  $\omega_0$  constante. En el punto a una distancia  $b$  del centro del disco se instala un péndulo simple de largo  $L$ , con una masa  $m$  en su extremo. Suponga que la fuerza gravitacional sobre la masa es despreciable frente a las fuerzas inerciales producto del movimiento del disco. Determine la ecuación de movimiento de la masa  $m$  con respecto al disco para ángulos  $\phi$  pequeños.

F.14.- El anillo de masa  $m$  puede deslizarse sin roce a lo largo del aro de radio  $R$  que rota con velocidad angular constante  $\omega_0$  en torno de un eje vertical como se indica en la figura.

- determine la ecuación de movimiento del anillo, relativo al aro, expresando su posición en función del ángulo  $\phi$ . El anillo se libera desde la posición donde  $\phi = \pi/2$
- suponga ahora que el anillo se encuentra en reposo en el punto mas bajo del aro ( $\phi = 0$ ). Escriba de nuevo la ecuación de movimiento cuando se da un pequeño impulso al anillo ( $\phi$  es pequeño). ¿Bajo que condiciones el anillo oscilará armónicamente?, ¿con qué periodo?



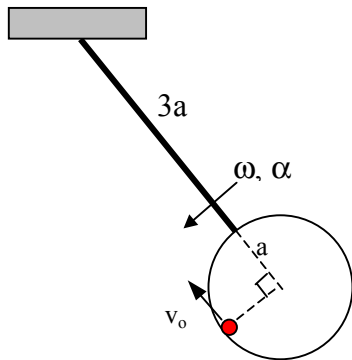
(Prob. F.14)



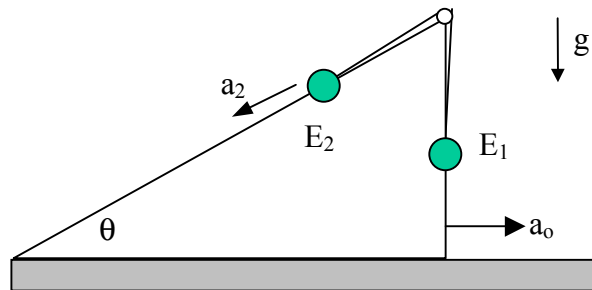
(Prob. F.15)

F.15.- Una partícula de masa  $m$  está apoyada en la parte mas alta de un semi-cilindro de radio  $R$  que descansa sobre una superficie horizontal. El roce entre el bloque y el semicilindro es despreciable. Si se imprime al semi-cilindro una aceleración  $a_o$  constante hacia la derecha, partiendo desde el reposo, determine la posición de la partícula, relativa al semi-cilindro, en el instante cuando pierde contacto con el, y la distancia detrás del cilindro donde el bloque impacta la superficie horizontal.

F.16.- El disco de radio  $a$  está fijo a la barra OA, la cual en el instante indicado en la figura está girando en torno al eje horizontal que pasa por O con una velocidad angular  $\omega$  y una aceleración angular  $\alpha$ . Determine, para ese instante, la magnitud de la aceleración de una partícula P, con respecto a un sistema de referencia externo, si ésta se encuentra en la posición indicada, moviéndose en el borde exterior del del disco con una velocidad  $v_o$  relativa a el.



(Prob. F.16)

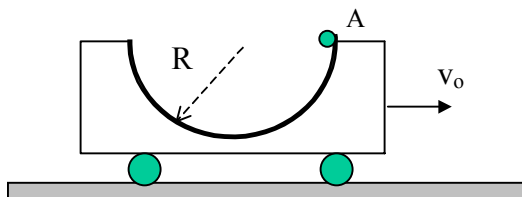


(Prob. F.17)

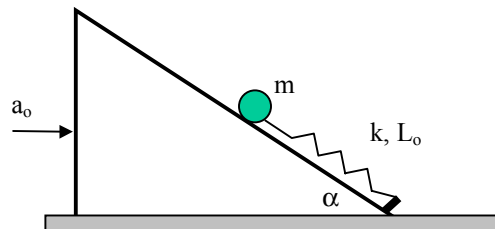
F.17.- Las esferitas  $E_1$  y  $E_2$  de masa  $m$  y  $2m$  respectivamente, deslizan con roce despreciable por los lados de un marco triangular rígido colocado en forma vertical, como se indica en la figura. Las esferitas están unidas entre si por una cuerda inextensible que pasa por el vértice superior del marco. Se verifica que cuando el marco tiene un aceleración  $a_o$  constante y horizontal como se indica en la figura, la aceleración  $a_2$  de  $E_2$  respecto del marco es hacia abajo y su magnitud es igual al doble de la aceleración (también hacia abajo) cuando el marco está en reposo. En estas condiciones encuentre una expresión para la magnitud de  $a_o$  en función de  $\theta$  y  $g$ .

F.18.- El carro de la figura se desplaza con velocidad constante  $v_o$  sobre una superficie horizontal fija. Una partícula P de masa  $m$ , que se encuentra inicialmente en el punto A, en reposo relativo al carro, desliza con roce despreciable sobre la superficie semicilíndrica de radio  $R$ . Calcule el trabajo realizado por la fuerza de interacción entre el carro y la partícula desde el instante inicial hasta que pasa por el punto más bajo:

- a) si se calcula con respecto a un sistema de referencia fijo al carro.
- b) si se calcula con respecto a un sistema de referencia fijo a la superficie horizontal.



(Prob. F.18)



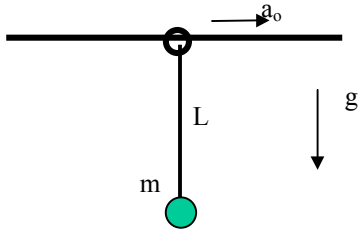
(Prob. F.19)

F.19.- El sistema de la figura se encuentra en reposo. El roce entre la partícula de masa  $m$  y la superficie inclinada es despreciable. Si en un cierto instante la cuña se mueve hacia la derecha con una aceleración  $a_o$  constante, determine:

- a) fuerza inicial de reacción de la superficie sobre la partícula.
- b) periodo de las oscilaciones que experimenta el resorte
- c) valor máximo de  $a_o$  del bloque para que el resorte se mantenga siempre comprimido.

F.20.- Considere un péndulo simple de largo  $L$  y masa  $m$  que cuelga de un anillo que se puede mover libremente a lo largo de una barra horizontal. Estando el péndulo en reposo se impulsa el anillo con una aceleración  $a_o$  constante a lo largo de la barra. Determine:

- a) máxima desviación del péndulo con respecto a la vertical.
- b) tensión máxima que experimenta la cuerda y el ángulo con respecto a la vertical donde ésta se alcanza.



(Prob. F.20)



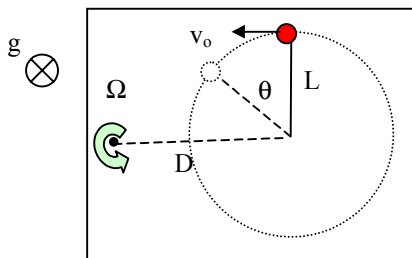
(Prob. F.21)

F.21.- Considere una partícula de masa  $m$ , colocada en el fondo de una caja de vidrio llena de aceite y cerrada por todas sus caras como se indica en la figura. Al desplazarse la partícula por el fondo de la caja sólo actúa la fuerza de roce viscoso con el aceite de acuerdo con la siguiente expresión:  $F_r = -cmv'$ , donde  $v'$  es la velocidad relativa a la caja y  $c$  es el coeficiente de viscosidad. En un cierto instante la caja empieza a moverse hacia la derecha con una aceleración constante  $a_o$ . En ese momento la partícula se encuentra en el borde derecho de la caja. Determine en función del tiempo:

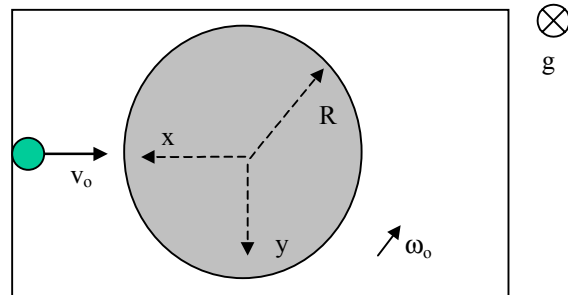
- a) rapidez absoluta y relativa (respecto de la caja) de la partícula antes que llegue al otro extremo de la caja.
- b) magnitud de la fuerza horizontal que se ejerce sobre la partícula.
- c) desplazamiento absoluto de la partícula.

F.22.- Considere una plataforma horizontal lisa que gira alrededor de un eje vertical con velocidad angular constante  $\Omega$ . A una distancia  $D$  del eje de rotación se ata una cuerda inextensible de largo  $L$  ( $L < D$ ), cuyo otro extremo sostiene una partícula de masa  $m$ . Con la cuerda totalmente extendida, como se indica en la figura, se da un impulso  $v_o$  a la partícula en dirección perpendicular a la cuerda.

- a) determine la ecuación de movimiento para  $\theta$
- b) determine la magnitud mínima de  $v_o$  para que la partícula describa un movimiento circular completo alrededor del punto P de fijación de la cuerda.
- c) en las condiciones descritas en b) evalúe la máxima tensión que experimenta la cuerda.



(Prob. F.22)

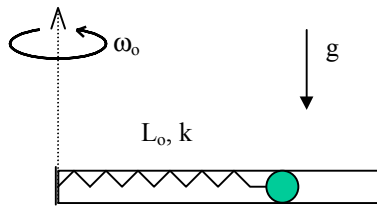


(Prob. F.23)

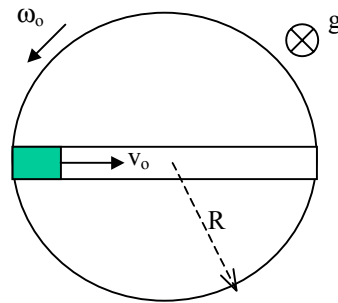
F.23.- Una partícula se mueve con rapidez constante  $v_0$  sobre un vidrio colocado en forma horizontal. Un disco de radio  $R$  gira con velocidad angular constante  $\omega_0$  por debajo del vidrio. El tiempo que tarda el disco en dar una vuelta es igual al tiempo que tarda la partícula en atravesar por encima de él, pasando por sobre su centro. Deduzca expresiones para el vector posición, la velocidad y la aceleración de la partícula con respecto a un sistema cartesiano solidario con el disco, y cuyo origen coincide con el centro del disco.

F.24.- Considere un tubo que gira con velocidad angular  $\omega_0$  constante en torno a un eje vertical, tal como se indica en la figura adjunta. En el interior del tubo se mueve con roce despreciable una partícula de masa  $m$ , atada al eje de rotación mediante un resorte de constante elástica  $k$  y largo natural  $L_0$ . Si la partícula se libera desde una posición donde el resorte no está deformado, determine:

- ecuación de movimiento para la distancia  $\rho$  de la partícula al eje de rotación; ¿ bajo qué condiciones el movimiento de la partícula relativo al tubo es armónico?
- ¿ se conserva la energía de la partícula en este movimiento? explique



(Prob. F.24)

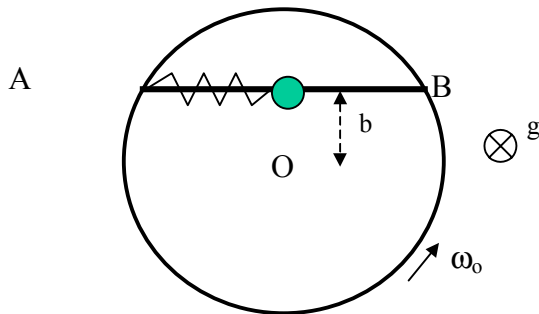


(Prob. F.25)

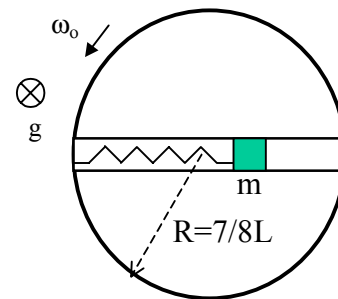
F.25.- Un disco de radio  $R$  rota con velocidad angular constante  $\omega_0$  con respecto a un eje vertical que pasa por su centro. Por el interior de una ranura que atraviesa el disco pasando por su centro desliza una partícula de masa  $m$  con roce despreciable.

- determine la velocidad mínima  $v_0$  que hay que dar a la partícula (respecto al disco) para que una vez lanzada desde el extremo de la ranura llegue al otro extremo de la misma.
- si la partícula se lanza con velocidad inicial  $2v_0$ , determine la magnitud de la fuerza que la pared de la ranura ejerce sobre la partícula cuando ésta pasa por el centro del disco?

F.26.- La plataforma circular de la figura gira con velocidad angular constante  $\omega_0$  alrededor del eje vertical  $O$ . Un anillo de masa  $m$  se mueve con roce despreciable a lo largo de la barra  $AB$  que pasa a una distancia  $b$  del centro de la plataforma. El anillo está atado a un resorte de constante elástica  $k$ . En la posición indicada en la figura, el resorte tiene su largo natural. Analice los movimientos posibles, dependiendo de los valores de  $m$ ,  $k$  y de la velocidad angular  $\omega_0$ , cuando se saca el anillo de su posición de equilibrio.



(Prob. F.26)



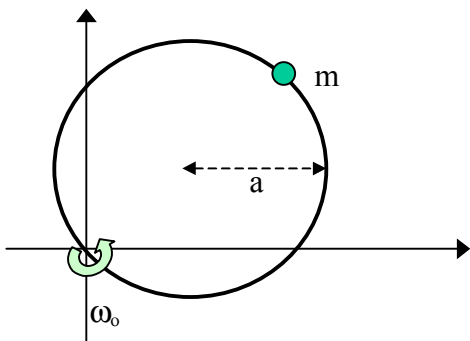
(Prob. F.27)

F.27.- El disco de radio  $R$  que se muestra en la figura gira con una velocidad  $\omega_0$  constante alrededor de un eje vertical que pasa por su centro, en la dirección indicada por la flecha. El bloque de masa  $m$  puede deslizarse sin roce por una ranura que pasa por el centro del disco, unida a un resorte de constante  $k=2m\Omega^2$  y largo natural  $L$ . En el instante inicial el largo del resorte es  $11/8 L$  y la masa se encuentra en reposo respecto del disco. El radio  $R$  del disco es igual a  $7/8$  de  $L$ .

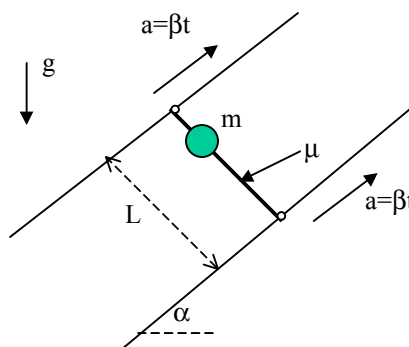
- determine la ecuación de movimiento para la distancia  $x$  entre el bloque y el punto central de la ranura.
- calcule la fuerza horizontal que la ranura del disco ejerce sobre la masa, en función de la deformación del resorte.

F.28.- Un aro de radio  $a$ , gira con velocidad angular constante  $\omega_0$  con respecto a un eje vertical que pasa por el punto A del aro. Un anillo de masa  $m$  puede moverse libremente (sin roce) sobre el aro.

- encuentre la ecuación de movimiento del anillo con respecto a un sistema de referencia que gira en forma solidaria al aro.
- encuentre los puntos de equilibrio para la partícula en el sistema móvil y determine el periodo de las pequeñas oscilaciones respecto al punto de equilibrio.



(Prob. F.28)



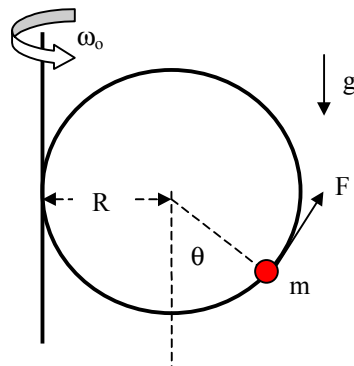
(Prob. F.29)

F.29.- Considere el sistema de dos rieles paralelos colocados en un plano vertical, fijos e inclinados en un ángulo  $\alpha$  con respecto a la horizontal. El anillo de masa  $m$  se encuentra inicialmente en reposo en el extremo superior de la barra B de largo  $L$  que desliza a lo largo de los rieles. El coeficiente de roce estático y dinámico entre el anillo y la barra es  $\mu$ . A partir de un cierto instante se imprime a la barra una aceleración uniformemente creciente  $a=\beta t$  ( $t$  es el tiempo) de modo que desliza hacia arriba a lo largo de los rieles, partiendo del reposo. Analice el movimiento resultante del anillo y en particular calcule una relación entre  $m, g, L, \mu, \beta$  y  $\alpha$ . para que el anillo llegue al otro extremo de la barra.

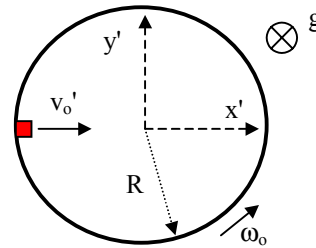
F.30. Considere un aro de radio  $R$  que gira en un ambiente sin gravedad, con velocidad angular constante  $\omega_0$  con respecto a un eje tangencial al aro, como se indica en la figura. Un anillo de masa  $m$  se mueve (sin roce) a partir del punto A, bajo la acción de una fuerza externa  $F$  tangencial al aro, de modo que su rapidez relativa al mismo es constante e igual a  $v_0$ . Determine, en función del ángulo  $\theta$ :

- rapidez del anillo con respecto a un sistema fijo externo.
- expresión para la fuerza  $F$
- Expresión de la fuerza que el aro ejerce sobre el anillo.





(Prob. F.30)



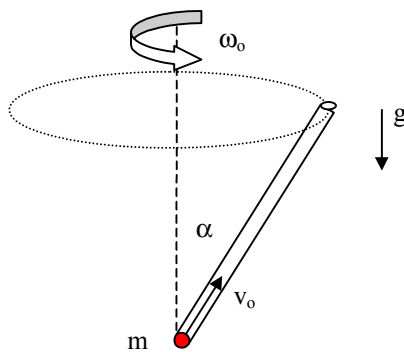
(Prob. F.31)

F.31.- Una plataforma circular de radio  $R$ , gira en un plano horizontal, con velocidad angular constante  $\omega_0$ . Un observador colocado en el borde de la plataforma lanza un bloque de masa  $m$  en dirección hacia el centro del disco, con una rapidez  $v_0' = \omega_0 R$ , relativa a la plataforma. El bloque desliza con roce despreciable sobre la plataforma. Determine:

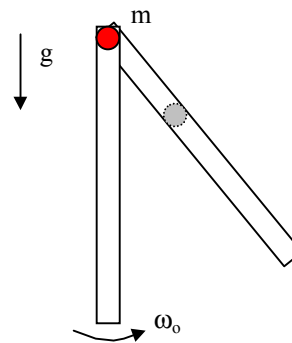
- distancia mínima que pasa el bloque del centro del disco.
- en el instante en que el bloque está pasando por la posición más cercana al centro del disco, determine la magnitud de su velocidad y de su aceleración en un sistema de coordenadas  $(x', y')$  que rota solidariamente con el disco y cuyo origen coincide con el centro de este (ver figura).

F.32.- Una partícula de masa  $m$  desliza con roce despreciable por el interior de un tubo que gira con velocidad angular constante  $\omega_0$  alrededor de un eje vertical, formando un ángulo  $\alpha$  con la vertical. En un cierto instante se lanza la partícula hacia arriba, desde la base del tubo con una velocidad  $v_0$ , relativa a él. Asumiendo que el tubo es muy largo, determine:

- el valor mínimo de  $v_0$  para que la partículas se desplace hacia arriba en forma indefinida (independientemente del largo del tubo)
- la distancia máxima que la partícula recorre por el interior del tubo, si la velocidad inicial  $v_0$  es inferior a la determinada en el punto a).
- fuerza de reacción que el tubo ejerce sobre la partícula en función de su distancia al punto de partida.



(Prob. F.32)



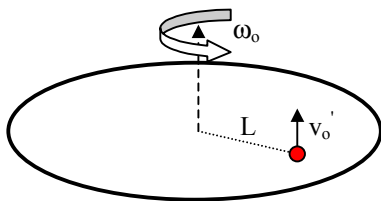
(Prob. F.33)

F.33.- Considere un tubo que gira con velocidad angular constante  $\omega_0$  alrededor de un eje horizontal. Por su interior se puede desplazar con roce despreciable una partícula de masa  $m$ . Justo en el instante que el tubo va pasando por la posición vertical, con el eje en el extremo superior, se libera la partícula colocada en ese extremo (en el eje). Determine:

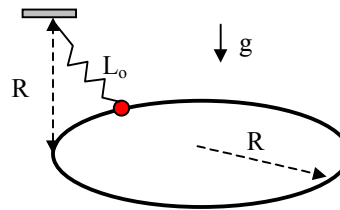
- la distancia  $L$  recorrida por la partícula en el interior del tubo cuando éste alcanza la posición horizontal (suponga que aún no llega al otro extremo del tubo)
- la energía mecánica que se entrega a la partícula desde que se libera hasta que el tubo alcanza la posición horizontal.

F.34.- Imagine una plataforma circular de radio muy grande, que gira con velocidad angular  $\omega_0$  constante. Una persona, ubicada a una distancia  $L$  del centro de la plataforma, y en reposo con respecto a ella, lanza una moneda verticalmente hacia arriba, con una velocidad  $v_0$  relativa a la plataforma.

- escriba las ecuaciones de movimiento de la moneda para un sistema de coordenadas fijo a la plataforma.
- determine a que distancia del observador cae la moneda.



(Prob. F.34)



(Prob. F.35)

F.35.- Un anillo de masa  $m$  se desplaza con roce despreciable a lo largo de un aro de radio  $R$  colocado en posición horizontal. El anillo está atado a un resorte de constante elástica  $k$ , cuyo otro extremo se encuentra fijo en un punto situado a una distancia  $D = R$  sobre el borde del aro, como se indica en la figura. El largo natural del resorte es  $L_0 = R^{1/2}$ . Determine:

- los puntos de equilibrio estable e inestable.
- el periodo de las pequeñas oscilaciones alrededor de los puntos de equilibrio estable.
- velocidad que hay que dar al anillo en un punto de equilibrio estable para que alcance con velocidad nula un punto de equilibrio inestable.

F.36.- Una partícula de masa  $m$  cae con roce despreciable deslizando sobre una puerta que gira con velocidad angular constante  $\omega_0$ . La partícula inicia su caída con una velocidad nula respecto de la puerta, desde el borde superior de la misma y a una distancia  $a$  de la misma. Determine:

- rapidez de la partícula respecto de la puerta en función de su posición sobre ella (elija el sistema de coordenadas que estime conveniente).
- fuerza que la puerta ejerce sobre la partícula en función del tiempo o de su posición sobre ella.
- ¿ se conserva la energía mecánica total con respecto a un sistema de referencia inercial ? Justifique su respuesta.

