

Cuaderno de Clases: CI41A
Capítulo B1: Características Generales del
Escorrimento en Canales.

Javier A. Rovegno Campos

19 de junio de 2007

Licencia del Documento: Creative Commons 3.0 [Detalles de la Licencia]¹

Este documento contiene una recopilación de los apuntes, tomados por el Autor, en las clases de Hidráulica del Año 2006 impartidas en la FCFM por los profesores:

- Aldo Tamburrino
- Yarko Niño

Datos del Autor:

Correos del Autor: jrovegno@ing.uchile.cl , tatadeluxe@gmail.com

Página Personal del Autor: <http://www.cec.uchile.cl/~jrovegno/>

Este Documento forma parte de la primera etapa BETA del *Proyecto Colaborativo WikiCursos*.

Para más información sobre WikiCursos visitar:
<http://ideaschile.wordpress.com/>

¹<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

CONTORNOS ABIERTOS:

1. Características Generales del Esgurrimiento en Canales.

- 1.1. Características generales del esgurrimiento en canales abiertos.
- 1.2. Clasificación de los esgurrimientos.
- 1.3. Características geométricas de los canales.
- 1.4. Distribución de velocidades. Coeficientes de Coriolis y de Boussinesq.
- 1.5. Distribución de presiones en canales.

2. Ecuaciones fundamentales del Esgurrimiento en Canales.

- 2.1. Ecuación de Continuidad.
- 2.2. Ecuación de la Energía.
 - 2.2.1. Ecuación de Bernoulli en canalizaciones abiertas. Concepto de Energía Específica.
 - 2.2.2. Esgurrimiento Crítico. Propiedades.
 - 2.2.3. Cálculo de alturas críticas en secciones regulares e irregulares.
 - 2.2.4. Esgurrimientos subcrítico y supercrítico. Noción de control hidráulico.
- 2.3. Ecuación de la Cantidad de Movimiento.
 - 2.3.1. El Teorema de la Cantidad de Movimiento en canales. Aplicaciones.
 - 2.3.2. La función Momenta y sus propiedades.
 - 2.3.3. Resalto hidráulico Clasificación, Ecuaciones de Belanger, Características geométricas del resalto completo (longitud, perfil).

3. Resistencia al Esgurrimiento.

- 3.1. Generalidades. Esfuerzo de corte medio.
- 3.2. Ecuaciones de resistencia. Chézy, Manning, fórmulas racionales.
- 3.3. Esgurrimiento Uniforme. Determinación de altura normal en secciones regulares e irregulares.

4. Esgurrimiento Gradualmente Variado.

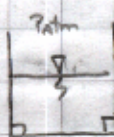
- 4.1. Teoría y ecuaciones generales.
- 4.2. Análisis y clasificación de ejes hidráulicos.
- 4.3. Composición de ejes hidráulicos.
- 4.4. Métodos de cálculo en secciones regulares.
- 4.5. Aplicaciones.

5. Esgurrimiento Rápídamente Variado.

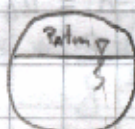
- 5.1. Vertederos. Características generales y clasificación.
- 5.2. Vertedero en pared delgada con napa libre. Teoría de Boussinesq. Fórmulas prácticas.
- 5.3. Vertederos triangulares en pared delgada sin influencia y con influencia de aguas abajo.
- 5.4. Otras singularidades en canales. Ensanches , angostamientos, transiciones , flujo en torno a machones.

1. Características Generales del escurrimiento en Canales.

Ejemplos:



Aueducto:



Canales construidos
(Generalmente prismáticos)



cauces naturales.
(Generalmente No prismáticos)

Def. Geometría Prismática:

Mantiene la forma a lo largo del flujo.

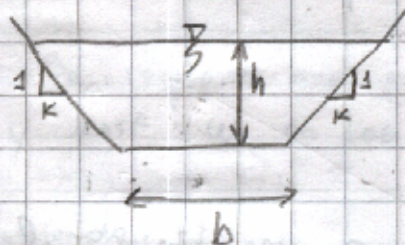
Diferencia entre tuberías y canales.

→ Tuberías en presión: sección de escurrimiento fija



$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} ; v = \frac{Q}{A} \Rightarrow v = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}}$$

→ Flujo en canales: sección de escurrimiento variable



$$A = b \cdot h + K \cdot h^2$$

$$A = f_m(h)$$

$$v = \frac{Q}{A} \Rightarrow v = \frac{Q}{b \cdot h + K h^2}$$

$$\Rightarrow v = f(Q, h)$$

$$h = f_m(x, t)$$

si el flujo es impermanente
y desuniforme.

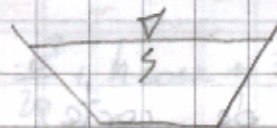
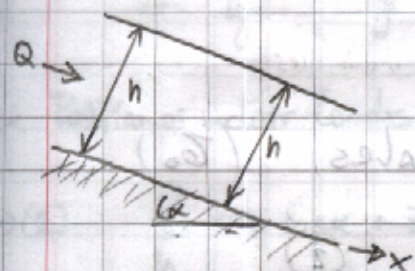
1.2 Clasificación de los escurrimientos

→ Variación espacial

→ Flujo uniforme (h se mantiene cte)

→ Flujo variado (h varía a lo largo del flujo)

* Para que exista flujo uniforme el canal debe ser prismático.



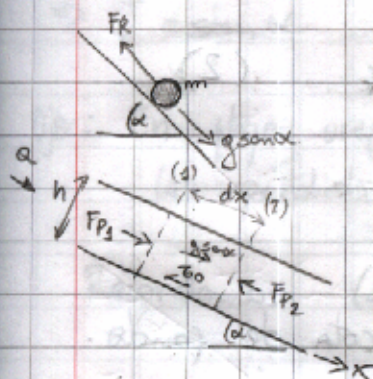
Cualquier forma, pero debe ser prismática.

$$v = \frac{Q}{A(h)}$$

$$h = \text{cte} \Rightarrow A(h) = \text{cte} \text{ (prismático)}$$

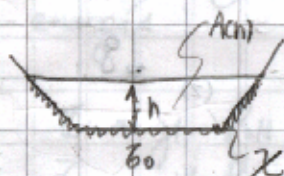
$$\Rightarrow v = \text{cte} \text{ no varía a lo largo de } x$$

* En un comienzo la vel no es cte. (cuando comienza a escurrir), pero luego tiende al flujo uniforme.



$$\text{Cuando } F_r = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow v = \text{cte indep. de } x$$



la altura es cte pres vel. es cte (LC II)

$$A \cdot g \sin \alpha \cdot dx = \tau \cdot x \cdot dx \Rightarrow \tau_0 = g \frac{A}{x} \sin \alpha$$

* $F_{\text{NETA}} = 0$ ($F_{\text{pas.}}$ de presiones se cancelan)

(la $F_{\text{pa.}}$ de grav. balancea al esp. de corte (τ_{occ}))

Def Radio hidráulico (R_h)

$$R_h = \frac{A}{X}$$

A : área de la sección

X : contorno mojado.

Def Pendiente del canal (i)



$$i = \sin \alpha$$

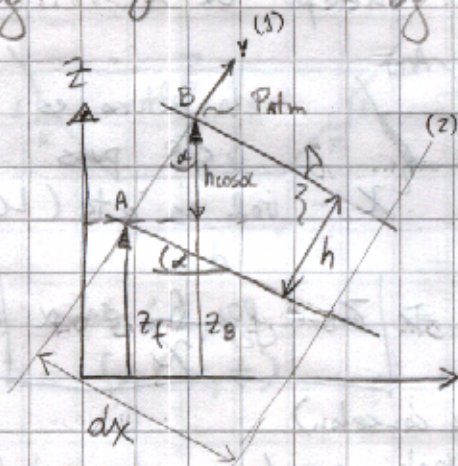
$\Rightarrow$ Esfuerzo de corte en canales (τ_0)

$$\tau_0 = \gamma \cdot R_h \cdot i \quad (1)$$

Cuando se alcanza este equilibrio la vel. del flujo es de $\therefore h = \text{cte.}$

$$B_1 = B_2 + A_f$$

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + A_f \quad (2)$$



z_f : cota de fondo.

En y se cumple ley hidrostática de presiones.

$$\frac{\partial}{\partial y} (\underbrace{p + \rho g z}_{\hat{p}}) = 0 \Rightarrow \hat{p}_A = \hat{p}_B$$
$$p_A + \rho g z_A = p_B + \rho g z_B$$
$$p_A = \rho g (z_B - z_A)$$
$$h \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{p_A}{\gamma} = \frac{p_{\text{fondo}}}{\gamma} = h \cos \alpha$$

$$\Rightarrow B = \frac{v^2}{2g} + \frac{p_{\text{fondo}}}{\gamma} + z_{\text{fondo}} \quad (*)$$

Podríamos incluir Coriolis: $B = \alpha \cdot \frac{v^2}{2g} + h \cos \alpha + z_f$

$$(*) \rightarrow (2) \quad \frac{v_1^2}{2g} + h_1 \cos \alpha + z_{f1} = \frac{v_2^2}{2g} + h_2 \cos \alpha + z_{f2} + h_f$$

Si tenemos flujo uniforme: $h = \text{cte} \Rightarrow h_1 = h_2 = h$
 $v = \text{cte} \Rightarrow v_1 = v_2 = v$

Características FLUJO UNIFORME.

$$\Rightarrow z_{f1} - z_{f2} = h_f \Rightarrow dx \cdot \sin \alpha = J \cdot dx$$

$$\Rightarrow J = \sin \alpha \Rightarrow \boxed{J = i} \text{ flujo uniforme.}$$

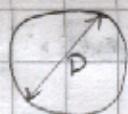
Ej: En flujo uniforme, la pendiente del canal determina la pérdida de energía.

Recordamos (1): $\tau_0 = \gamma \cdot R_H \cdot i$
 $\Rightarrow \tau_0 = \gamma R_H \cdot J$

Suponemos que se cumple Darcy-Weisbach

$$J = \frac{f}{D} \frac{v^2}{2g} = \frac{f}{4R_H} \frac{v^2}{2g}$$

Empíricamente se comprueba que no es válido.



$$A = \frac{\pi D^2}{4} \quad ; \quad X = \pi D \Rightarrow R_H = \frac{D}{4}$$

$$J = i = \frac{f}{8g R_H} v^2 \quad // \quad v = \frac{Q}{A(h)}$$

$$\Rightarrow i = \frac{f}{8g R_H(h)} \cdot \frac{Q^2}{A^2(h)}$$

$$\Rightarrow R_H(h) \cdot A^2(h) = \frac{f \cdot Q^2}{8 \cdot g \cdot i} \quad // \quad \text{ec. para det } h_u \quad (\text{altura de escurrimiento uniforme})$$

- Conclusiones:

(Flujo uniforme: $h = \text{cte}$, $v = \text{cte}$)

1] El flujo es uniforme ssi el canal es prismático.

2] El flujo es uniforme ssi la fricción equilibra la gravedad.

3] El flujo es uniforme ssi el sistema está alejado de perturbaciones.

Flujo uniforme $\equiv$ Estado de equilibrio.

Corolario: Cualquier perturbación saca al flujo de su condición de equilibrio.

4] La pérdida friccional en canales puede determinarse por la pendiente ($J = i$) =

5] El Bernoulli en canales se puede escribir como: $B = \frac{v^2}{2g} + h \cos \alpha + z_{\text{fondo}}$

6] La altura de escurrimiento uniforme (h_u) debe determinarse a partir de una ley de resistencia que relacione: $i = J = f(u, h)$

Caso más General de Ley de Resistencia:

$$\tau_0 = f \cdot c_f \cdot v^2$$

c_f : coef de Fricción

$$\tau_0 = \gamma \cdot R_H \cdot i = f \cdot c_f \cdot v^2$$

$$R_H(h) = \frac{c_f \cdot v^2}{g \cdot i} = \frac{c_f \cdot \frac{Q^2}{A^2(h)}}{g \cdot i}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_H(h) \cdot A^2(h) = \frac{c_f \cdot Q^2}{g \cdot i}}$$

Caso Darcy-Weisbach: $c_f = \frac{f}{8}$

1.2 Clasificación de los escurrimientos.

→ Flujo Uniforme

→ Flujo Variable $\Rightarrow h = h(x)$; $v = v(x)$

Ejemplo: En una compuerta



u = coef de contracción

RV: γ rapidamente variado.

2x L (perano) on G.V

Obs: El flujo RV se da generalmente en el entorno de singularidades.

Flujo de Acuerdo a la variación temporal.

→ Flujo Permanente: $\frac{d}{dt} = 0 \Rightarrow Q = \text{cte}$

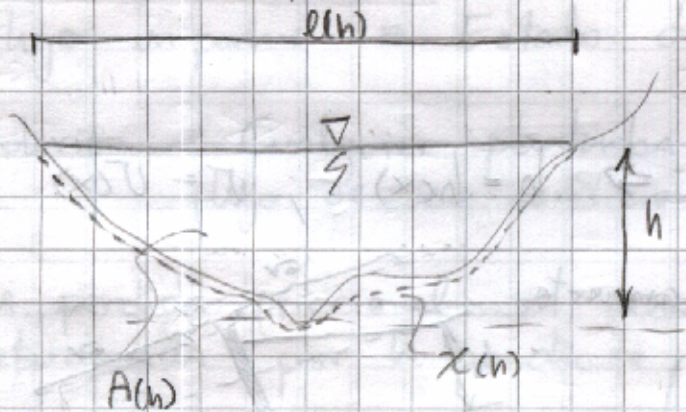
→ Flujo impermanente o transiente : $\frac{Q}{Q_t} \neq 0 \Rightarrow Q = Q(t)$

(07-09)

→ Esgurrimiento laminar

→ Escurrimiento Turbulento.

Variables típicas en canales



$$R_H(h) = \frac{A_{WF}}{\chi} \leftarrow$$

lch) : Ancho
superficial

Tuberculosis

$R_e \approx \text{Inercia}$

Efecto viscoso 6M

* Analogía tubería: $Re = \frac{v \cdot D}{\nu} \sim$ Escala de vel. Escala de tamaño

$$v \rightarrow \frac{Q}{A} = U \quad D \rightarrow h, R_H, l$$

Generalmente se define $Re_H = \frac{v \cdot h}{\nu}$

En tuberías: $R_H = \frac{D}{4}$ // pero aquí vamos a definir $Re_{RH} = \frac{v \cdot R_H}{\nu}$

$$Re_D = \frac{vD}{\nu} = \frac{v \cdot 4R_H}{\nu} \Rightarrow Re_D = 4 Re_{RH}$$

Límites de escurrimiento en (tuberías $\rightarrow$ canales)

escurrimiento laminar: $Re_D < 2000 \rightarrow Re_{RH} < 500$

escurrimiento Turbulento: $Re_D > 4000 \rightarrow Re_{RH} > 1000$

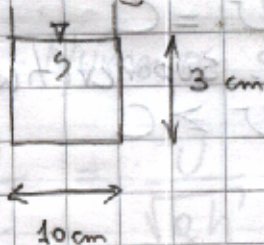
En CANALES.

flujo laminar: $Re_{RH} < 500$

flujo transición: $500 \leq Re_{RH} \leq 1000$

flujo turbulento: $Re_{RH} > 1000$

Obs: En general los flujos son TURBULENTOS



$$A = 30 \text{ cm}^2$$

$$X = 10 + 6 = 16 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow R_H \approx 2 \text{ cm}$$

$$Re_{RH} = \frac{10 \cdot 2}{0,01} = 2000 > 1000 \Rightarrow \text{Turbulento}$$

- Escumamiento subcrítico.
- Escumamiento supercrítico.
- Escumamiento crítico.

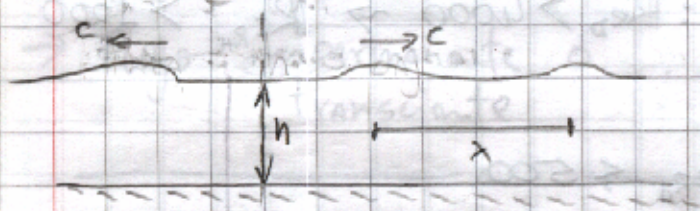
las perturbaciones al sistema viajan a través de ondas superficiales.

Ej. Onda que genera una piedra que cae al agua:

Pileta en equilibrio estático:



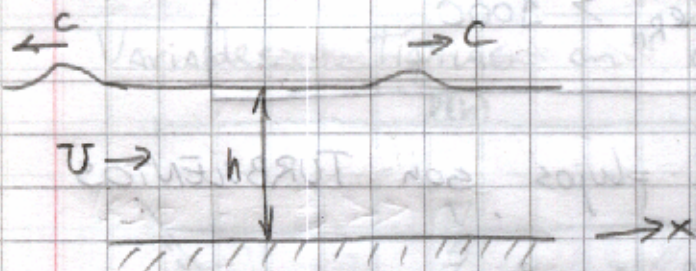
C : velocidad de propagación de ondas superficiales.
(Ver Apunte U-CURSOS)



Para escumamientos de baja altura y onda larg. ($\lambda \gg h$) se tiene:

Si existe flujo Pueden darse 3 casos:

$$C = \sqrt{gh}$$



Es. subcrítico

$$U < C$$

Es. crítico

$$U = C$$

Es. supercrítico

$$U > C$$

($U < C$) $\xleftarrow{U-C}$ $\xrightarrow{U+C}$ Esc. Subcrítico.
 $U \rightarrow$
 * las ondas pueden viajar aguas arriba.

($U = C$) $\xrightarrow{U-C=0}$ $\xrightarrow{U+C}$
 $U \rightarrow$
 * las ondas no pueden viajar aguas arriba.

($U > C$) $\xrightarrow{U-C}$ $\xrightarrow{U+C}$
 * las ondas no pueden viajar aguas arriba.

Obs: los esc. crítico y supercrítico no pueden ser controlados (perturbados) aguas abajo, pues la info. no puede viajar a través de ondas superficiales.

Corolario:

los escurrimientos SUBCRÍTICOS pueden ser controlados desde AGUAS ABAJO.

los escurrimientos SUPERCRÍTICOS solo pueden ser controlados desde AGUAS ARRIBA.

Podemos definir un parámetro adimensional $\frac{U}{C}$

Def. Número de Frude. (Fr)

$$\frac{U}{C} = \frac{U}{\sqrt{gh}} = Fr \sim \frac{\text{escala pres. de inercia}}{\text{escala pres. gravitacionales}}$$

Si $Fr > 1 \rightarrow$ supercrítico

$Fr = 1 \rightarrow$ crítico

$Fr < 1 \rightarrow$ subcrítico.

1.3 Características Geométricas en canales.

Canales Prismáticos

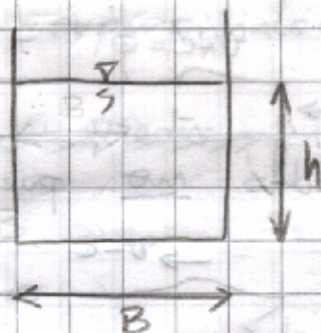
* Canal Rectangular:

$$A(h) = B \cdot h$$

$$\chi(h) = (2h + B)$$

$$R_h(h) = \frac{B \cdot h}{B + 2h}$$

$$l = B$$



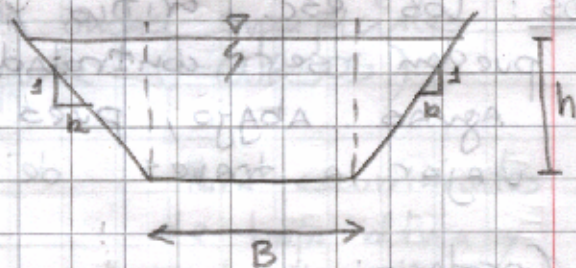
* Canal Trapezial

$$A(h) = Bh + k \cdot h^2$$

$$\chi(h) = B + 2\sqrt{1+k^2} \cdot h$$

$$R_h(h) = \frac{Bh + kh^2}{B + 2\sqrt{1+k^2} \cdot h}$$

$$l = B + 2kh$$



Caso: $k=0$ Canal Rectangular
 $B=0$ Canal triangular

Obs: Construyo canales, pues puedo llevar más agua con un canal revestido y con menor altura.

Caso: $B \gg h$ "Canal muy ancho" ~ rectangular

$$R_h = \frac{B \cdot h}{B + 2h} = \frac{h}{1 + \frac{2h}{B}} \approx h \quad \text{si } \frac{2h}{B} \approx 0$$

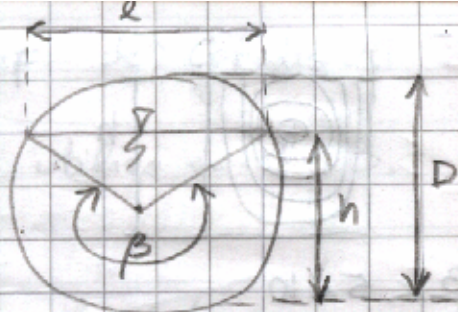
$\Rightarrow$ Canal muy ancho $\Rightarrow R_h = h$; $\chi = B$

* Canal Circular:

$$A = \frac{1}{8} (\beta - \sin \beta) D^2$$

$$x = \frac{1}{2} \beta \cdot D$$

$$l = \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \cdot D = 2 \sqrt{h(D-h)} \quad \beta \text{ [rad]}$$



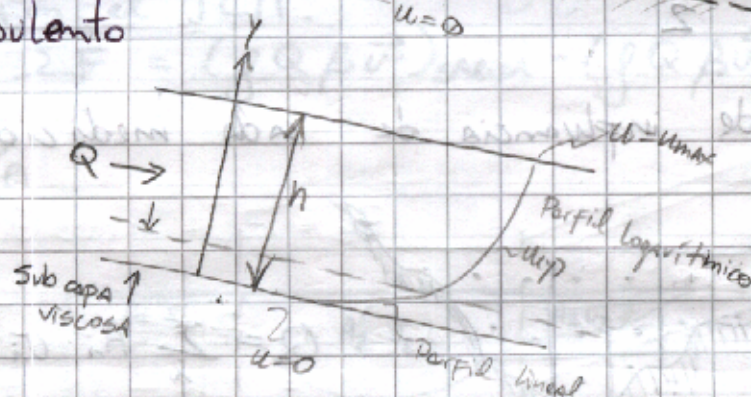
1.4 Distribución de Velocidades

(09-09)

Flujo Laminar



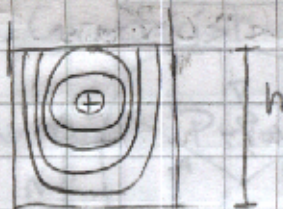
Flujo Turbulento



Este resultado ($u_{max} \rightarrow$ sup libre) es válido sólo en canales muy anchos.

Si $\frac{B}{h} \leq 5$ a 10 entonces el pto de max. vel ocurre bajo la superficie libre.

debido a que la vel es modificada por la superficie libre.



$$\frac{B}{h} < 5 \text{ a } 10$$

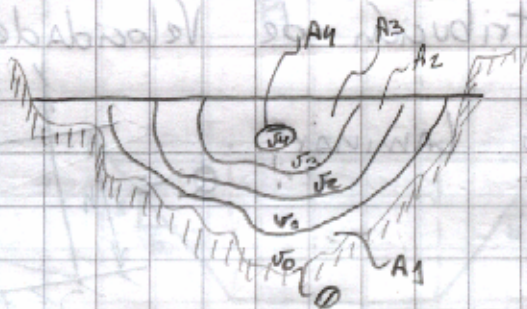


$$\frac{B}{h} > 5 \text{ a } 10$$

curvas
isotórgicas
(igual vel)

Cálculos de velocidad para determinar el caudal.

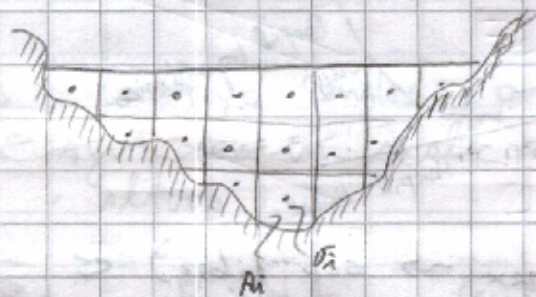
1] Isotórgicas:



$$Q = \sum_i A_i \cdot \bar{v}_i$$

$$\bar{v}_i = \frac{v_{i-1} + v_i}{2}$$

2] Área de influencia de cada medición.



$$Q = \sum_i A_i \cdot v_i$$

1.4 Coef. de Boussinesq y Coriolis.



$$\bar{v} = \frac{Q}{A}$$

$$B = \alpha \frac{\bar{v}^2}{2g} + h \cos \theta + z_f + 70$$

Recordando def. de coef. de Coriolis

$$\alpha = \frac{\int_A u^3 \cdot dA}{\bar{u}^3 \cdot A} > 1 \quad \text{Se utiliza en el B.}$$

- ($\alpha \sim 1$) si la distribución de velocidades es aproximadamente uniforme.
- ($\alpha > 1$) Si la distribución de vel. es poco uniforme. (cauces naturales)

Recordando def. de coef. de Boussinesq

$$\beta = \frac{\int_A u^2 \cdot dA}{\bar{u}^2 \cdot A} > 1$$

Se utiliza en el TCM.

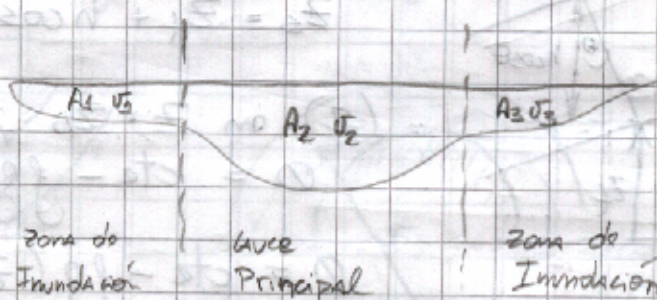
$$\Sigma \vec{F} = (\rho Q \beta \bar{u})_{\text{salida}} - (\rho Q \beta \bar{u})_{\text{entrada}}$$

$$\bar{u} = Q/A$$

Ejemplo:

$$\int_A u^2 dA \approx \sum_i u_i^2 A_i$$

$$\int_A u^3 dA \approx \sum_i u_i^3 A_i$$

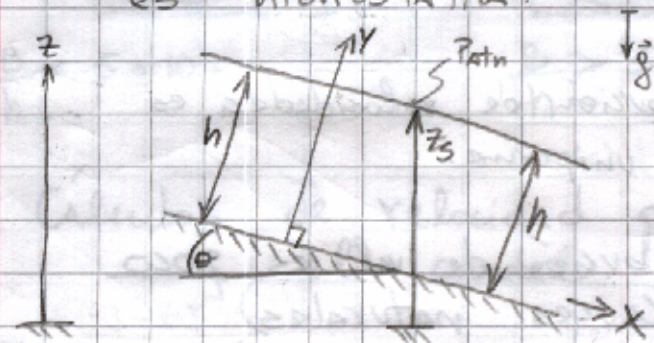


En General $\alpha > \beta > 1$

	α			β		
	mín	medio	máx	mín	medio	máx
Canal Regular	4,40	1,15	1,2	1,03	1,05	1,07
Cauce Natural	4,15	1,3	1,5	1,05	1,1	1,17
Zona inundada	1,5	1,75	2,0	1,17	1,25	1,33

1.5 Distribución de presiones en canales.

Si el flujo es uniforme la distribución es hidrostática.



Vertical hacia arriba

(N-S) s/y

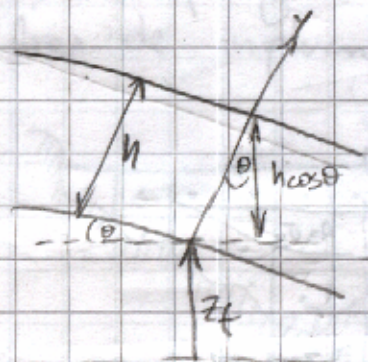
$$\frac{d\hat{p}}{dy} = 0 \quad (1)$$

$$\hat{p} = p + \rho g z$$

$$(1) \Rightarrow \hat{p} = cte \Rightarrow p + \rho g z = cte \quad // \text{ A lo largo de } y$$

$$p(y) = cte - \rho g z \quad (2)$$

rel evaluando $z = z_s \rightarrow P = P_{atm} = 0$
equivalente $y = h \rightarrow P = 0$



$$z_s = z_f + h \cos \theta$$

$$(2) \text{ en } z = z_s ; P = 0$$

$$0 = cte - \rho g z_s$$

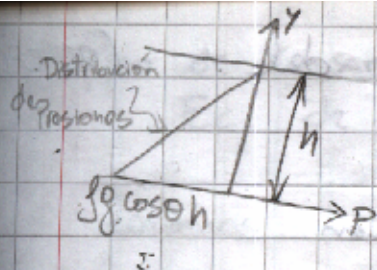
$$0 = cte - \rho g (z_f + h \cos \theta)$$

$$\Rightarrow cte = \rho g (z_f + h \cos \theta)$$

$$(2) \rightarrow p(y) = \rho g (z_f + h \cos \theta) - \rho g z$$

$$// z = z_f + y \cos \theta$$

$$\Rightarrow p(y) = \rho g (h - y) \cos \theta$$



Pero

$\cos \theta$ es algo menor que 1.

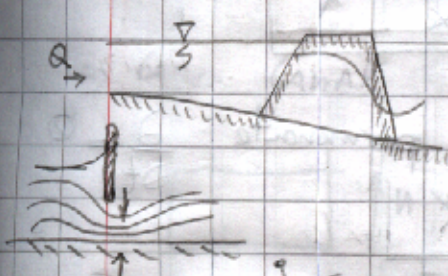
Solo cuando $\theta \geq 6^\circ \Rightarrow \sin \theta = i > 10\%$

i : Pendiente del canal

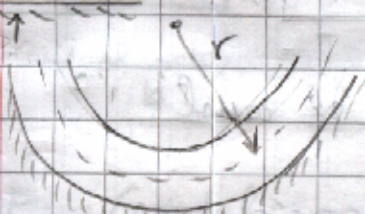
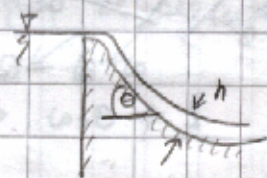
Tipicamente: Ríos y cauces tienen pendientes bajas (inferiores al 2%)

Algunas obras tienen altas pendientes.

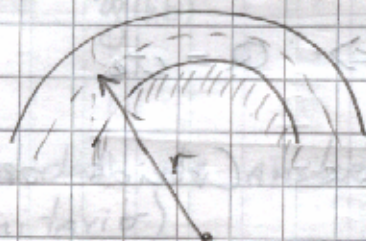
Ejemplo: Presas y compuertas.



Canal de evacuación de crecidas



Concava



Convexa

$$\frac{P_f}{\gamma} = \left(1 + \frac{v^2}{g \cdot r}\right) \cdot h$$

r : radio de curvatura

$r > 0$ (curvatura concava)

$r < 0$ (curvatura convexa)

v : vel de las LC

$\frac{v^2}{g r}$: corrección a la presión hidrostática

$$\frac{P_f(\text{hidrostática})}{\gamma} = h$$