

# Cuaderno de Clases: CI31A

## Capítulo 1: Introducción

Javier A. Rovegno Campos

19 de junio de 2007

**Licencia del Documento:** Creative Commons 3.0 [Detalles de la Licencia]<sup>1</sup>

**Este documento contiene una recopilación de los apuntes, tomados por el Autor, en las clases de Mecánica de Fluido del Año 2005 impartidas en la FCFM por los profesores:**

- Aldo Tamburrino
- Yarko Niño

Datos del Autor:

**Correos del Autor:** jrovegno@ing.uchile.cl , tatadeluxe@gmail.com

**Página Personal del Autor:** <http://www.cec.uchile.cl/~jrovegno/>

Este Documento forma parte de la primera etapa BETA del *Proyecto Colaborativo WikiCursos*.

Para más información sobre WikiCursos visitar:  
<http://ideaschile.wordpress.com/>

---

<sup>1</sup><http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

## **1. Introducción:**

### **1.1. Generalidades.**

### **1.2. Sistemas de Unidades y Medidas.**

### **1.3. Propiedades de los fluidos: termodinámicas, de transporte (viscosidad , etc.), tensión superficial, presión de vapor (fenómenos de capilaridad y cavitación).**

## **2. Estática de los fluidos**

### **2.1. Análisis de la condición de equilibrio. Presión y esfuerzo de corte. Ecuación fundamental del equilibrio estático de los fluidos.**

### **2.2. Aplicación al campo de fuerzas gravitacionales. Ley hidrostática.**

### **2.3. Aplicación a campos de fuerzas distintas de las gravitacionales (centrífuga, etc.).**

### **2.4. Presiones absolutas y manométricas. Medida de la presión.**

### **2.5. Fuerzas sobre superficies planas sumergidas y curvas sumergidas. Principio de Arquímedes.**

## **3. Cinemática de los fluidos**

### **3.1. Clasificación de los regímenes de escurrimiento.**

- Régimen laminar y turbulento. Experiencia de Reynolds.
- Régimen uniforme y variado.
- Régimen permanente e impermanente.
- Escurrecimiento crítico y subcrítico con superficie libre.

- 3.2. Descripción del movimiento de un fluido. Método de Lagrange y Euler. Líneas características del flujo.
- 3.3. Enfoques alternativos de análisis; enfoque integral; concepto de sistema y volumen de control. Teorema del Transporte de Reynolds.
- 3.4. Principio de conservación de la materia. Ecuación de continuidad según enfoque integral.
- 3.5. Conceptos de gasto másico y volumétrico. Aplicaciones de la ecuación, de continuidad integral.
- 3.6. Ecuación de continuidad desde un punto de vista diferencial.
- 3.7. Deformación de fluidos en movimiento. Deformación lineal (contracción o dilatación). Deformación angular, rotación con deformación (vorticidad). Propiedades de la vorticidad.

#### 4. Dinámica de los fluidos

- 4.1. Teorema del Momentum desde un punto de vista diferencial. Relaciones esfuerzo deformación. Flujos rotacionales e irrotacionales. Ecuaciones de Navier Stokes. Aplicaciones a la determinación de distribución de velocidades en régimen laminar.
- 4.2. Ecuación de Euler. Ecuación de Bernoulli. Aplicaciones.
- 4.3. Teorema General de la energía aplicado a los fluidos en movimiento.
- 4.4. Ecuación de Bernoulli derivada del Teorema de la Energía. Extensión a toda la corriente.
- 4.5. Teorema del Momentum desde el punto de vista integral.

#### 5. Escurrimiento en tuberías

- 5.1. Nociones sobre Teoría de la Turbulencia. Ecuaciones de Reynolds.
- 5.2. Teoría fenomenológica de Prandtl. Distribución de velocidades en régimen turbulento.
- 5.3. Pérdidas de carga en tuberías friccionales y singulares. Aplicaciones.
- 5.4. Nociones de la Teoría de la Capa Limite.

## 6. Hidrodinámica y flujo potencial

- 6.1. Concepto de flujo Potencial. función Potencial y de Corriente. Propiedades de las funciones. Líneas equipotenciales y de corriente.
- 6.2. Ejemplos de flujos potenciales bidimensionales, flujo uniforme, flujo radial, fuentes y sumideros puntuales.
- 6.3. Redes de flujo y métodos de solución.

## 7. Análisis dimensional y teoría de modelos

- 7.1. Generalidades.
- 7.2. Fundamentos del método de Análisis Dimensional.
- 7.3. Teorema  $\phi$  o de Buckingham.
- 7.4. Aplicaciones. Sustentación y Arrastre.
- 7.5. Semejanza y Teoría de Modelos. Semejanza geométrica, cinemática y dinámica. Aplicaciones a estudios en modelos.

## 1. Introducción.

## 1.2 Sistema de Unidades.

Cosas  $\rightarrow$  Puede ser contada $\rightarrow$  Medidas (requiere definir la unidad de medida)

$$\hat{l} = l \cdot L$$

 $\hat{l}$ : Tamaño absoluto $l$ : no de veces que se repite la unidad $L$ : Tamaño absoluto de la unidad de medida.

NOTA: No todas las variables u objetos requieren definir la unidad de medida.

UNIDADES { Fundamentales (Arbitrarias - patrón)

{ Derivadas (Obtenidas a partir de las fundamentales)

## Sistema Físico.

1- CGS ([cm], [gr], [s])  $\rightarrow$  Unidades fundamentales.

Unidades derivadas:

$$F = 1 \text{ unidad de fga} = 1 \left[ \frac{\text{gr} \cdot \text{cm}}{\text{s}^2} \right] = 1 [\text{Dina}]$$

$$W = 1 \text{ unidad de trabajo} = 1 [\text{Dina} \cdot \text{cm}] = 1 [\text{erg}]$$

2- MKS ([m], [Kg], [s])  $\rightarrow$  Kg-masa

$$F = 1 \text{ unidad de fga} = 1 \left[ \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right] = 1 [\text{Newton}]$$

$$W = 1 \text{ unidad de trabajo} = 1 [\text{N} \cdot \text{m}] = 1 [\text{Joule}]$$

3- Sistema ingles ([pie], [lb], [s])

$$F = 1 \text{ unidad de fga} = 1 \left[ \frac{\text{lb} \cdot \text{pie}}{\text{s}^2} \right] = 1 [\text{poundal}]$$

4- Sistema Técnico de unidades ([m], [Kg], [s])

$$M = 1 \text{ unidad de masa} = 1 [\text{Kgf}] / g$$

equivalente a Unidad técnica de masa (UTM)

$$1 [\text{UTM}] = 1 \left[ \frac{\text{Kg-peso}}{\text{m/s}^2} \right]$$

$$1 [\text{Kg-peso}] = 1 [\text{Kg-masa}] \cdot 9,8 [\text{m/s}^2]$$

$$1 [\text{UTM}] = 9,8 [\text{Kg-masa}]$$

## 5. Sistema Americano ( $[pie]$ , $[lb-fza]$ , $[s]$ )

Unidad de masa: slug

$$1 [libra-fza] = 0,4536 [kg-fza]$$

Nota: Kg-fuerza  $\neq$  Kg-masa se anotan como kg, pero se deduce las unidades del contexto.

## 1.3 PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

### 1. Propiedades de Transporte

### 2. Propiedades Térmicas

### 3. Otras.

### 1. Propiedades de Transporte

- Transporte de calor (difusión térmica)
- Transporte de la masa (soluciones)
- Transporte de momentum (viscosidad)

Def. Viscosidad: Unidad de medida de oposición del fluido al momentum.

### 2. Propiedades Termodinámicas.

- Propiedades intensivas (No depende de la cantidad de sustancia)
- Propiedades extensivas (Si " " " " " " )

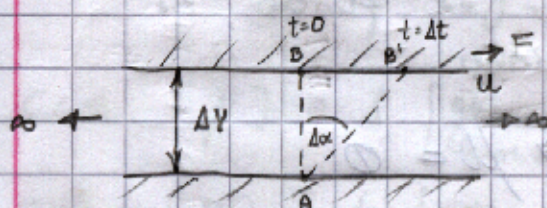
### 3. Tensión superficial

Medida de la dificultad de llevar una partícula que está en la superficie del fluido al centro de este.

Ejemplos

## Definiciones:

- Densidad ( $\rho$ ): Masa por unidad de volumen
- $\rho = \frac{m}{V}$
- Peso específico ( $\gamma$ ): Peso por unidad de volumen.
- $\gamma = \rho \cdot g$  //  $\gamma = \frac{\text{Peso}}{V} = \frac{m \cdot g}{V} = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{V} = \rho \cdot g$
- Viscosidad dinámica ( $\mu$ ):



$u$ : vel

(Placas planas)

- Pp. de no deslizamiento: En los fluidos reales, las partículas de fluido en contacto con las paredes del recipiente, tienen la vel de la pared.

Si  $\Delta y$  es pequeño  $\Delta \alpha = \frac{BB'}{\Delta y}$

Relativo al pto A:  $\overline{BB'} = u \cdot \Delta t$

$0 \rightarrow u$   
 $0 \rightarrow e$

$$\Rightarrow \Delta \alpha = \frac{u \cdot \Delta t}{\Delta y}$$

Si perder

generalidad se tiene:  $\frac{\Delta \alpha}{\Delta t} = \frac{\Delta u}{\Delta y}$

↙ Gradiente de vel

↘ Tasa de variación angular

Newton propone que para un fluido se cumple: la fuerza por unidad de área aplicada a la placa, es proporcional a la tasa de deformación angular:

$$\tau \sim \frac{\Delta \alpha}{\Delta t}$$

El coef. de proporcionalidad de esta relación es la viscosidad dinámica ( $\mu$ )

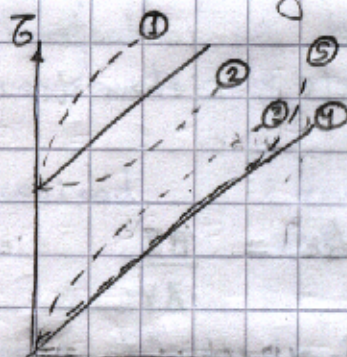
$$\tau = \mu \cdot \frac{\Delta \gamma}{\Delta t} \Leftrightarrow \tau = \mu \cdot \frac{\Delta u}{\Delta y}$$

Nota: El coef.  $\mu$  puede depender de otros factores (Temp,  $\Delta u / \Delta y$ )

Si  $\mu$  no depende de la tasa de deformación angular el fluido se denomina Newtoniano.

Def. Fluido Ideal:  $\rightarrow \mu = 0$

Diagrama Reológico



- ① Plástico real
- ② Plástico ideal
- ③ Pseudo plástico
- ④ Newtoniano
- ⑤ Dilatante
- ⑥ Ideal

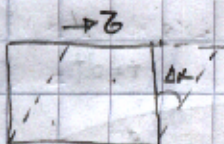
$\tau_f$ : Tensión necesaria para comenzar a fluir

Resumen (30/07)

$$\tau = \mu \cdot \frac{\Delta \gamma}{\Delta t} \quad \wedge \quad \tau = \mu \cdot \frac{\Delta u}{\Delta y}$$

Fluido Lineal.

Para un sólido:  $\tau = G \cdot \Delta \alpha$  (30-07)



$$\tau = G \cdot \Delta \alpha$$

### Análisis dimensional de $\mu$

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{\Delta u}{\Delta y}} = \frac{F/A}{\frac{\Delta u}{\Delta y}} \Rightarrow [\mu] = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$$

$$\text{CGS} \quad [\mu] = 1 \left[ \frac{\text{gr}}{\text{cm} \cdot \text{s}} \right] = 1 [\text{poise}]$$

$$\text{MKS} \quad [\mu] = 1 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \right]$$

$$\text{TÉCNICO} \quad [\mu] = F \cdot L^{-2} \cdot T$$

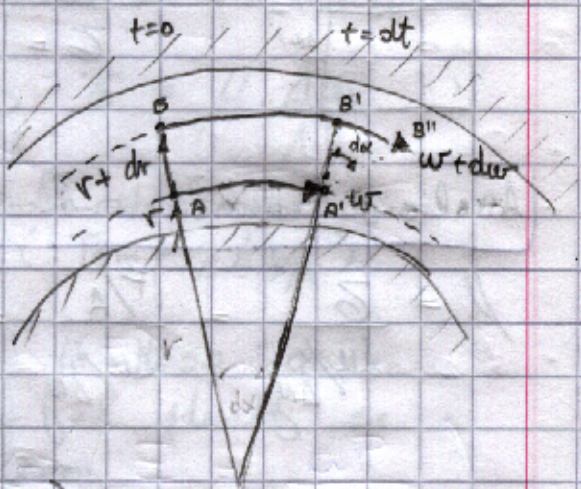
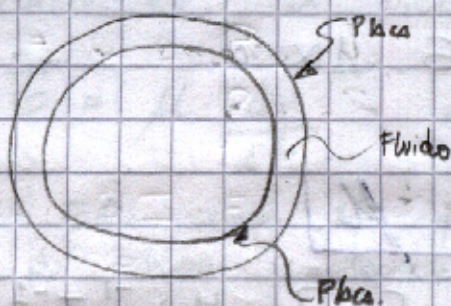
$$1 \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \right] = 98 [\text{poise}]$$

$$\text{Dato: } \mu_{\text{WATER } 20^\circ\text{C}} = 1 [\text{centipoise}] = 10^{-2} [\text{poise}]$$

→ En fluidos ideales la condición de no deslizamiento no se aplica

→  $\mu \rightarrow \mu(T, P)$

Mov. entre cilindros concéntricos.



Partícula A se mueve  
con vel. angular  $w$   
partícula B con  $(w + dw)$

En  $t=0$ , las partículas están en A y B  
después de un  $dt$  sus posiciones son A' y B''

Relaciones:

$$\widehat{BB''} = dr \cdot d\alpha$$

$$\widehat{B'B''} = \widehat{BB''} - \widehat{BB'}$$

$$\begin{aligned} \widehat{BB''} &= (r + dr)(w + dw) dt \\ &= (rw + r dw + w dr + dr dw) dt \end{aligned}$$

2do orden.

$$\widehat{BB'} = w(r + dr) dt = [rw + w dr] dt$$

$$\widehat{B'B''} = \widehat{BB''} - \widehat{BB'} = r \cdot dw \cdot dt$$

$$\Rightarrow dr \cdot d\alpha = r \cdot dw \cdot dt$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = r \frac{dw}{dr}$$

Mov. circular  
concéntricos

$$\text{como } \tau_0 = \mu \cdot \frac{d\alpha}{dt} \Rightarrow \tau_0 = \mu \cdot r \frac{dw}{dr}$$

Def Viscosidad cinemática ( $\nu$ )

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$\mu$ : viscosidad dinámica  
 $\rho$ : densidad.

Análisis:  $[\nu] = L^2 \cdot T^{-1}$

$$[\nu] = 1 \left[ \frac{cm^2}{s} \right] = 1 \text{ [stobos]}$$

Def Calor específico ( $C$ ): [líquido]  
Cantidad de calor necesario para  
elevar en  $1^\circ C$  la temp. de una unidad  
de masa.

MKS:  $[C] = \frac{Kcal}{kg}$

\* Equivalente: calor  $\rightarrow$  Trabajo  
 $1 [Kcal] = 422 [Kgf \cdot m]$

En [Gases]:

$C$  depende de como se efectúa el  
cambio de estado.

$C_v$ : en volumen cte.

$C_p$ : A presión cte.

$$C_p, C_v = f_m(T^\circ)$$

Def Energía Interna ( $U$ )

Energía molecular y cinética de  
la sustancia. Energía por unidad de masa.

GI:  $du = C_v \cdot dT$

Def] Entalpía (h)

$$h = u + \frac{p}{\rho}$$

Para G.I.  $\Rightarrow dh = c_p \cdot dT$   
(Reposo)

Def] Módulo de Elasticidad (E) [compresibilidad]

$$\left( E = - \frac{dP}{\frac{dV}{V}} \right) \Leftrightarrow \left( E = \frac{dP}{\frac{dp}{p}} \right)$$

Pues  $m = \rho \cdot V$  // si  $m = cte$

$$dm = 0 = dp \cdot V + \rho \cdot dV \Rightarrow \frac{dV}{V} = - \frac{dp}{p}$$

Notar:  $[E] = [P]$

Ejemplo:  $E_{\text{WATER}} = 22000 \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right]$  en 1 [Atm] a 10°C

Se cumple que:  $\left| \frac{dV}{V} \right| = \left| \frac{dP}{E} \right|$

Para el agua: (compresión)

$$\frac{dV}{V} \sim 1\% = 0,01 \Rightarrow \frac{dP}{E} \sim 0,01$$

$$\Rightarrow \Delta P \sim 220 \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right]$$

De esto se puede concluir:

- E puede considerarse constante para condiciones ordinarias. (Líquidos) DG

- En Gases,  $E$  es variable:
  - Proceso isotérmico:  $E = P$
  - " adiabático:  $E = K \cdot P$

$P$ : presión absoluta.

$$K = C_p / C_v$$

## Def Velocidad del sonido. ( $a$ )

En un medio fluido infinito:

$$a = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

\*  $P_p$ : Calcular  $a$  para el agua.

Aire:  $a = \sqrt{\frac{K P}{\rho}}$   
(Adiabático)

$$P = 1 [\text{Atm}] = 1,033 \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right]$$

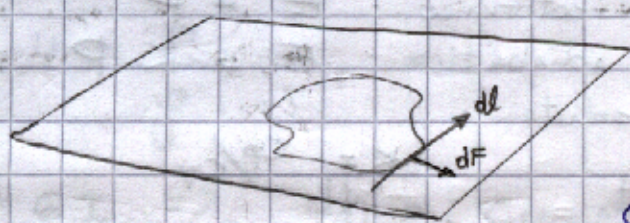
$$\rho = 1,24 \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \right]; K = 1,4$$

## Def Presión de Vapor ( $P_v$ )

Presión a la cual el líquido pasa a vapor, para una  $T^\circ$  dada.  
(Presión a la que el líquido "hierve" para un  $T^\circ$ )

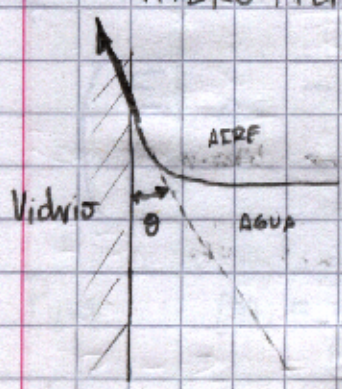
$$P_{v, \text{WATER}} \approx 8 [\text{mm}] \quad (10^\circ\text{C})$$

# Tensión Superficial ( $\sigma$ )

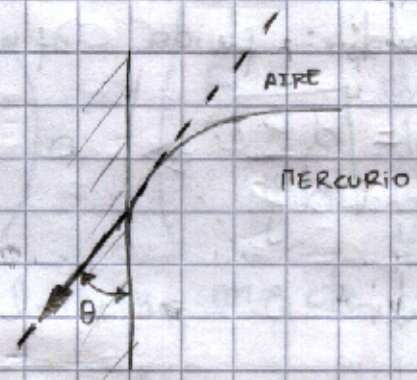


$$dF = \sigma \cdot dl$$

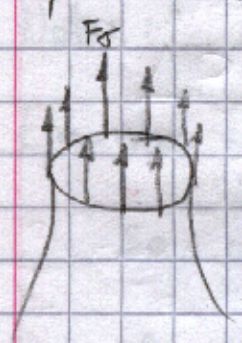
Superficies:   
 HIDROFÍLICA



HIDROFÓBICA

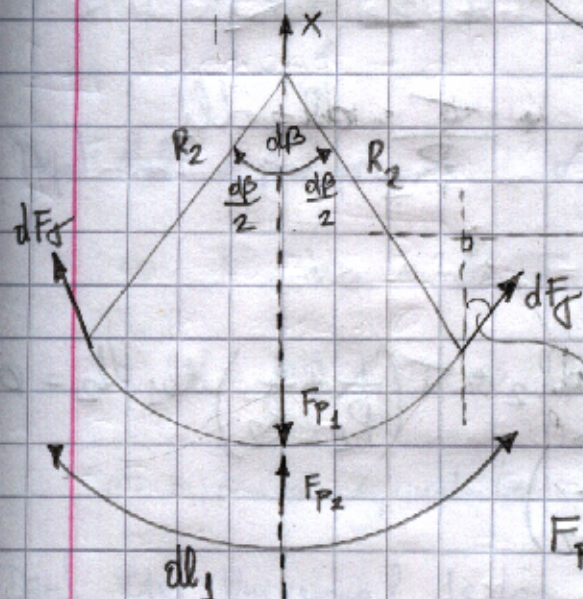
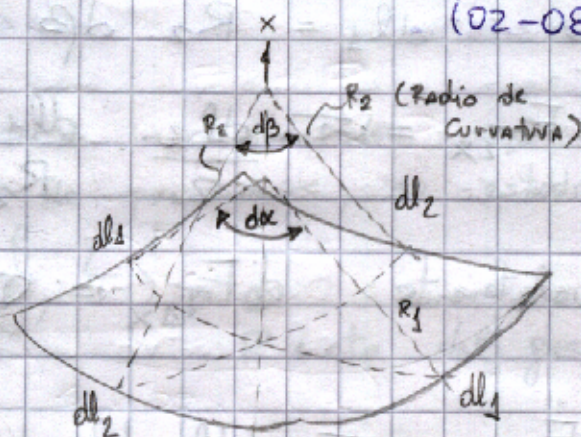
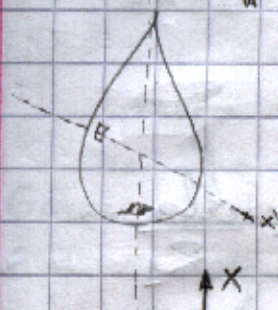


Ej. Gotario



La fuerza debida  
a la tensión  
superficial  
actúa a lo largo  
de la línea y  
tangente a la  
superficie.

$x \rightarrow$  Eje  $\perp$  a la superficie.



Equilibrio

$$\sum F_x = 0$$

$$(1) -F_{p1} + F_{p2} + F_{\sigma x} = 0$$

$$F_{p1} = P_1 \cdot A = P_1 \cdot dl_1 \cdot dl_2$$

$$F_{p2} = P_2 \cdot A = P_2 \cdot dl_1 \cdot dl_2$$

$$F_{\sigma x} = 2 \cdot dF_{\sigma 2x} + 2 \cdot dF_{\sigma 1x}$$

$$dF_{\sigma 2x} = dF_{\sigma 2} \cdot \cos\left(90 - \frac{d\beta}{2}\right)$$

$$= dF_{\sigma 2} \cdot \sin\left(\frac{d\beta}{2}\right)$$

$$\approx dF_{\sigma 2} \cdot \frac{d\beta}{2}$$

$$dF_{\sigma 2} = \sigma \cdot dl_2$$

$$dF_{\sigma 2x} = \sigma \cdot dl_2 \cdot \frac{d\beta}{2}$$

Pero  $dl_1 = R_2 \cdot d\beta$

$$dF_{T2x} = \sigma \cdot \frac{dl_2}{2} \cdot \frac{dl_1}{R_2}$$

Equivalentemente:  $dF_{T1x} = \sigma \cdot \frac{dl_1}{2} \cdot \frac{dl_2}{R_1}$

$$\therefore F_{Tx} = \frac{\sigma}{R_2} dl_2 dl_1 + \frac{\sigma}{R_1} dl_2 dl_1$$

Reemplazando en (1)

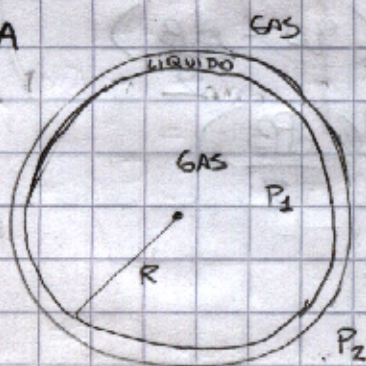
$$-P_1 dl_1 dl_2 + P_2 dl_1 dl_2 + \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) dl_1 dl_2 = 0$$

$$P_1 - P_2 = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

↑ Interior      ↑ Exterior

$$\Delta P = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{Ecuación de LAPLACE}$$

Burbuja



$$P_1 - P_L = \sigma \frac{2}{R}$$

$$P_L - P_2 = \sigma \frac{2}{R+e}$$

$$P_1 - P_2 = 2\sigma \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R+e} \right)$$

$$(e \ll R) \Rightarrow P_1 - P_2 = \frac{4\sigma}{R}$$

Ej: Agua-Aire  $\rightarrow \sigma \sim 70 \frac{\text{dinas}}{\text{cm}}$

## Ecuaciones de Estado.

Líquidos: Se considera incompresible para el rango usual de presiones, su estado es f.m. de  $p$  y  $T$ .

Gases: f.m. de  $(p, V, T) = 0$

G.I. 
$$\frac{p}{\rho} = R T \quad R: \text{cte del gas}$$

Def. Vol. específico:  $V_e = \frac{1}{\rho}$

$$\Rightarrow p \cdot V_e = R T$$

Para

$$V = m / \rho \Rightarrow p \cdot V = \underbrace{m}_{R_0} \cdot R \cdot T$$

$\rightarrow$  temp por unidad de mol.

$m$ : masa equivalente a 1 [mol-gramo]

Def. Cte. Universal de los Gases:

$$R_0 = 908207 \left[ \frac{\text{lt. atm}}{\text{mol}^\circ \text{K}} \right]$$

## Relaciones Termodinámicas.

Proceso isotérmico:  $(p \cdot V = \text{cte}) \vee \left( \frac{p}{\rho} = \text{cte} \right)$

Proceso isobárico:  $\left( \frac{V}{T} = \text{cte} \right) \vee (p \cdot T = \text{cte})$

Proceso isocórico:  $\left( \frac{p}{T} = \text{cte} \right)$

Proceso adiabático:  $\left( \frac{p}{\rho^k} = \text{cte} \right) \quad \left( k = \frac{c_p}{c_v} \right) \quad 13$